

Mathématique Élémentaire

Test n° 1

(17 septembre 2001)

Nom :

Prénom :

Section :

Avant d'aller plus loin, inscrivez en lettres majuscules votre NOM, PRÉNOM et SECTION sur *toutes* les feuilles.

De manière à pouvoir orienter au mieux les cours par la suite, pourriez-vous nous dire, durant les deux dernières années d'humanité :

- combien d'heures de mathématique vous avez suivies :
- dans quelle école et avec quel professeur :
- si vous avez vu les nombres complexes : oui / non ;
- si vous avez vu les matrices : oui / non.

Les calculatrices ne sont *pas* autorisées. Veuillez détailler et expliquer vos réponses — ceci est aussi important que l'exactitude de celles-ci.

- N'employez *pas* le dos de la feuille de la *question précédente* pour finir votre réponse !
- La durée de ce test n'excèdera pas une heure.

Question 1. Calculez les expressions suivantes :

- $\frac{3}{22} + \frac{7}{8} =$
- $\sqrt{3^2 + 4^2} =$
- lorsque $a \notin \{0, 1\}$, $\frac{\frac{1}{a}}{\frac{a}{1-a} + \frac{1}{a} + 1} =$
- lorsque $ab \neq 0$, $\frac{(a+b)^2 - (a-b)^2}{ab} =$
- $\cos(2001\pi) =$

Question 2. Soit $f(t) = t^3 + 1$ et $g(s) = s^2 - 1$. Calculez et simplifiez

- $f(g(0)) =$
- $f(g(x)) =$

Nom :

Prénom :

Section :

Question 3.

- $|-3| =$, $|2| =$, $|\pi| =$;
- De manière générale, définissez

$$|x| =$$

Question 4. Donnez les équations des tangentes au graphe de $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} : x \mapsto x^3 - x$ aux points d'abscisses $x = 0$ et $x = 1$. Esquissez le graphe de f et des deux tangentes.

Nom :

Prénom :

Section :

Question 5. Résolvez le système linéaire suivant :

$$\begin{cases} t + s = 2^{25} \\ t - s = 4^{30} \end{cases}$$

Question 6. Soit la fonction f définie par $f(x) = (\cos x)^2 + \frac{x^2 - 1}{x^3}$. Calculez, si possible,

■ $f(1) =$

■ $f(0) =$

■ $f'(x) =$

■ $f'(0) =$

Nom :
Prénom :
Section :

Question 7. Parmi les graphes ci-dessous, retrouvez ceux qui représentent une des fonctions suivantes :

■ $f(x) = x^2 - x + 1$

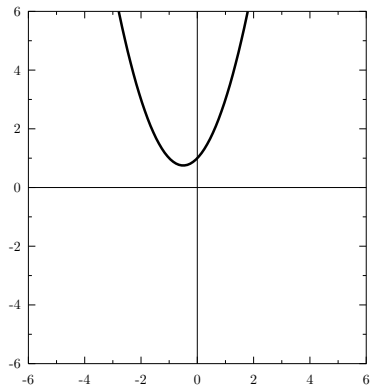
■ $m(x) = \ln(1 + x)$

■ $g(x) = 2 - x$

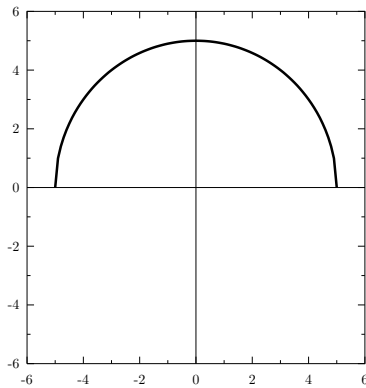
■ $n(x) = \sin(3x) + 1$

■ $h(x) = \sqrt{25 - x^2}$

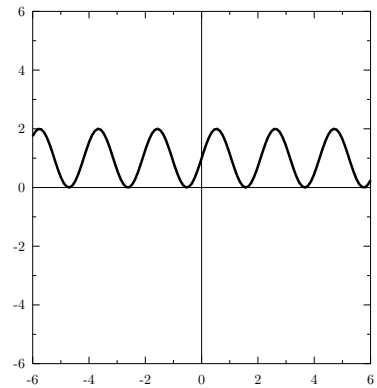
■ $p(x) = \frac{x}{x^2 - 4}$



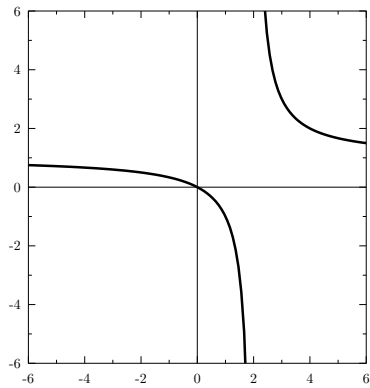
Graphe 1



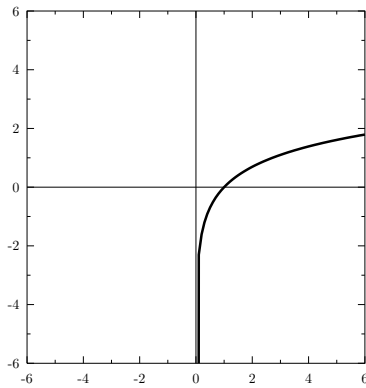
Graphe 2



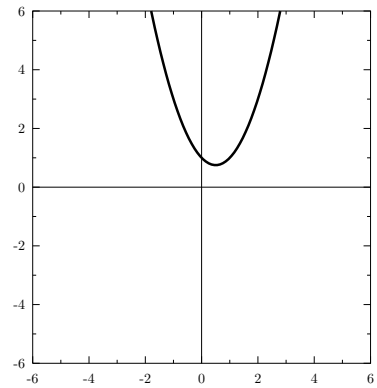
Graphe 3



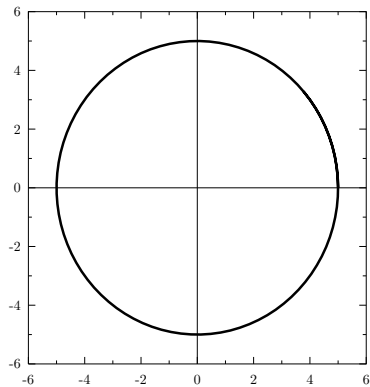
Graphe 4



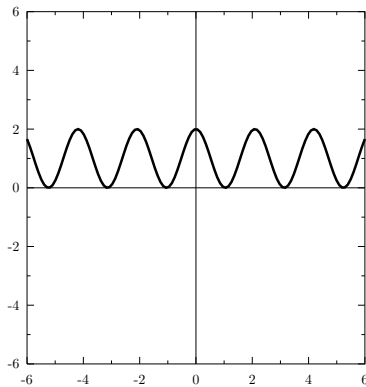
Graphe 5



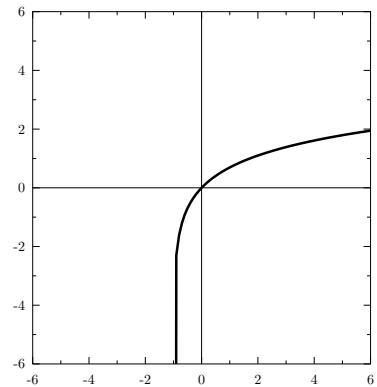
Graphe 6



Graphe 7

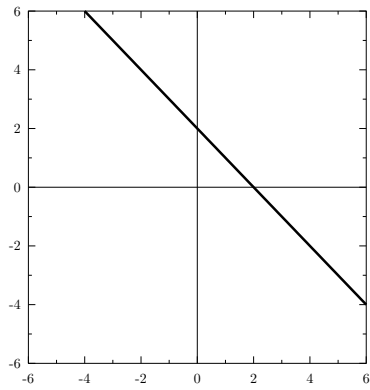


Graphe 8

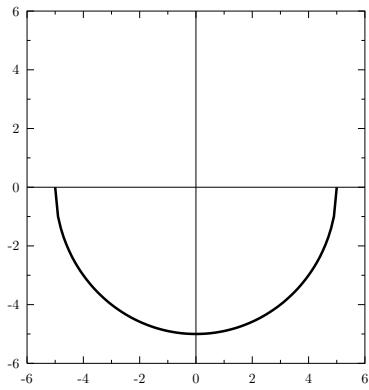


Graphe 9

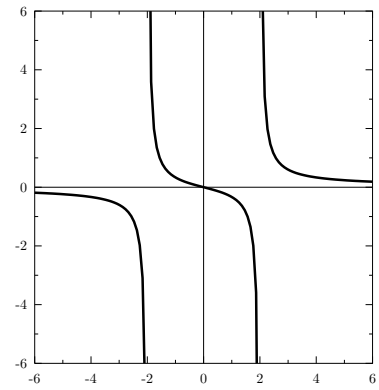
Nom :
Prénom :
Section :



Graphe 10



Graphe 11



Graphe 12

Pour chacun des appariements que vous avez faits, veuillez donner une brève justification.

Nom :

Prénom :

Section :

Question 8. Calculez les modules des nombres complexes suivants :

- $|2 - 5i| =$
- $\left| \frac{1}{2 - 5i} \right| =$
- $|(2 - 5i)^2| =$

Question 9. Hier soir, en quittant le bureau, j'ai affirmé :

« s'il pleut demain, je prendrai mon parapluie » (1)

Ce matin il ne pleuvait pas. J'ai pourtant emporté mon parapluie. Ai-je menti lorsque j'ai affirmé (1) ? Expliquez.

Question 10. Soit $a \in \mathbb{R}$. Prouvez que les deux assertions suivantes sont équivalentes :

- (a) $a = 0$,
- (b) pour tout $\varepsilon > 0$, $|a| < \varepsilon$.