

Mathématique Élémentaire

Test n° 2

(24 septembre 2001)

Nom :

Prénom :

Section :

- Veuillez commencer par écrire en lettres majuscules votre NOM, PRÉNOM et SECTION sur *toutes* les feuilles.
- Les *explications sont aussi importantes* que les résultats. Rappelez vous que nous ne voyons pas ce que vous pensez, seulement ce que vous avez écrit. Des expressions comme « on voit clairement que » sont donc, ici, vides de sens. Par exemple, si vous concluez quelque chose d'un graphique, expliquez comment vous faites — quitte à refaire une esquisse du dessin avec des annotations.
- Ne confondez pas la *rédaction* de vos réponses avec celle de vos brouillons !
- La grandeur des espaces laissés après les questions vous donne une *indication* sur la *longueur des réponses* attendue. N'employez *pas* le dos de la feuille *précédente* !

Question 1. Résoudre dans \mathbb{R} , les équations suivantes :

■ $x^2 - 3x - 4 = 0$

■ $x^2 = -7$

Nom :

Prénom :

Section :

Question 2. La droite d'équation paramétrique

$$(x, y) = (1, 2) + \lambda(1, -1), \quad \lambda \in \mathbb{R}$$

est-elle le graphe d'une fonction $f(x) = ax + b$? Si oui, pour quelle(s) valeur(s) de a et b ?

Question 3. Calculez les solutions dans \mathbb{C} des équations suivantes :

■ $x^2 = -7$

■ $x^2 - x + 2 = 0$

Nom :

Prénom :

Section :

Question 4. Vérifiez que $-\frac{\sqrt{10}}{2}$ est solution de l'équation

$$\frac{1}{x-1} + \frac{1}{x-2} + \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+2} = 0.$$

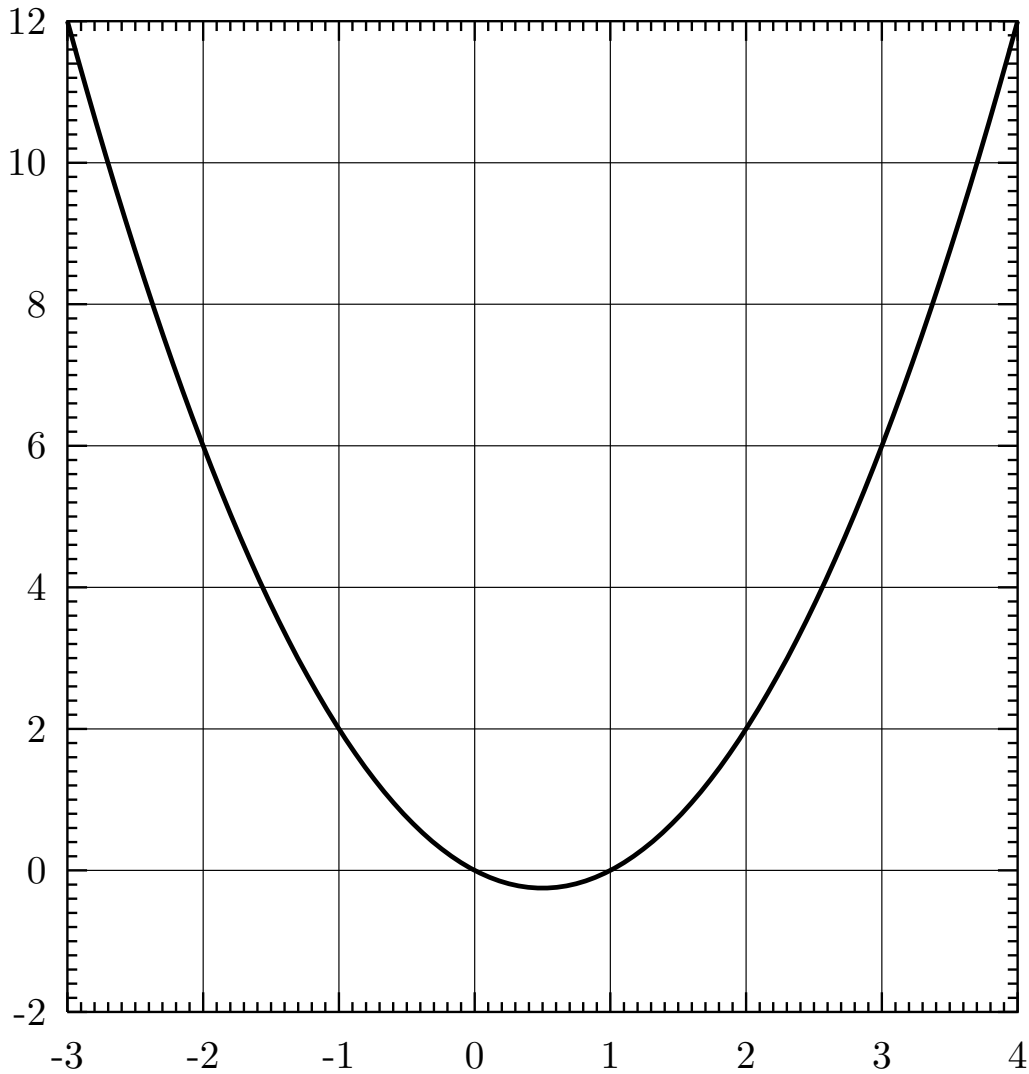
Question 5. Posons

$$f_a(x) = x^2 + (a^3 - 1)x + a^2 - a.$$

Quelles sont toutes les valeurs de a pour lesquelles l'équation $f_a(x) = 0$ possède deux solutions x_1 et x_2 telles que $x_1 < 0 < x_2$.

Nom :
Prénom :
Section :

Question 6. Ci-après on a tracé le graphe de la fonction $f(x) = x^2 - x$. En vous aidant de ce graphe, tracez celui de $g(x) = |x^2 - x| + 1$. Expliquez et justifiez votre démarche.



Nom :

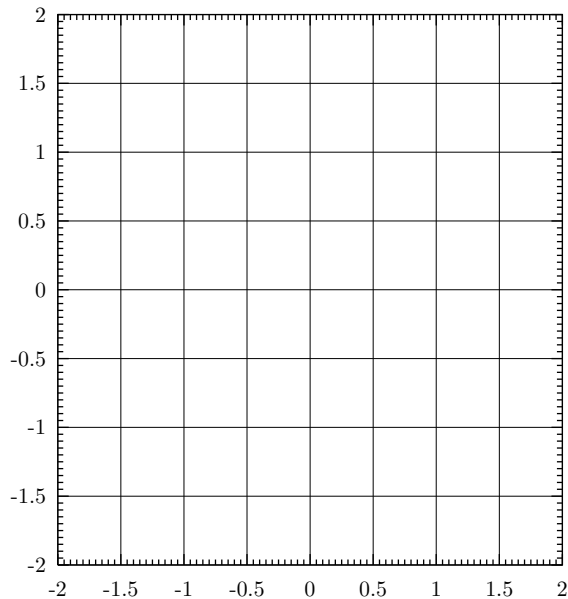
Prénom :

Section :

Question 7. Représenter dans le plan les nombres complexes

$$z_1 = 2\left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right) \quad \text{et} \quad z_2 = 2\left(\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i\right).$$

Calculez la somme et le produit de ces deux nombres complexes ainsi que leurs modules et leurs inverses (s'il existent).



Question 8. Montrez graphiquement que

$$\text{pour tout } x \in \mathbb{R}, \quad |x + 1| \leq |x| + 1.$$

Pour quelles valeurs de x a-t-on l'égalité ?

BONUS (si vous avez le temps) : Démontrez algébriquement l'inégalité ci-dessus.

Mathématique Élémentaire

Test n° 2 (24 septembre 2001)

Nom :

Prénom :

Section :

Question 8 (suite). Continuez votre réponse sur cette page si nécessaire.

Nom :

Prénom :

Section :

Question 9. Soit $\alpha \in [0, 1]$. On cherche à minimiser la fonction $f(x, y) = 2x + \alpha y$ sous les contraintes

$$\begin{cases} -2 \leq x \leq 2 \\ y \geq 0 \\ 2y - 6 \leq 3x \end{cases}$$

Donnez la valeur du minimum en fonction de α .

(Indication : commencez par traiter le problème en donnant des valeurs particulières à α .)

Mathématique Élémentaire

Test n° 2 (24 septembre 2001)

Nom :

Prénom :

Section :

Question 9 (suite). Continuez votre réponse sur cette page si nécessaire.