Mathématique Élémentaire

Test n$^\circ$ 3 (1er octobre 2001)

Nom :

Prénom :

Section :

- Veuillez commencer par écrire en lettres majuscules votre NOM, PRÉNOM et SECTION sur *toutes* les feuilles.
- Les *explications sont* aussi *importantes* que les résultats. Rappelez vous que nous ne voyons pas ce que vous pensez, seulement ce que vous avez écrit. Des expressions comme « on voit clairement que » sont donc, ici, vides de sens. Par exemple, si vous concluez quelque chose d'un graphique, expliquez comment vous faites — quitte à refaire une esquisse du dessin avec des annotations.
- Ne confondez pas la *rédaction* de vos réponses avec celle de vos brouillons !
- La grandeur des espaces laissés après les questions vous donne une *indication* sur la *longueur des réponses* attendue. N'employez *pas* le dos de la feuille *précédente* !

Question 1. Calculez $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$.

Question 2. Calculez $(1+\boldsymbol{i})^2$.

Mathématique Élémentaire

Test n° 3 (1er octobre 2001)

Nom :

Prénom :

Section :

Question 3. Écrivez une équation cartésienne

(a) du plan α comprenant le point $(3,-2,4)$ et perpendiculaire à la droite D d'équations $x-2=\dfrac{3-y}{-2}=\frac{1}{3}(z-4)$.

(b) du plan β comprenant le point $(-2,3,4)$ et parallèle au plan OXZ. Justifiez vos calculs.

Mathématique Élémentaire

Test n° 3 (1er octobre 2001)

Nom :
Prénom :
Section :

Question 4. Écrivez un système d'équations cartésiennes de la droite D passant par le point $(-5,2,8)$ et parallèle à la droite D' dont une équation paramétrique est

$$(x,y,z) = (2-3\lambda, \lambda+1, 5\lambda-4), \qquad \lambda \in \mathbb{R}.$$

Justifiez votre démarche.

Mathématique Élémentaire

Test n° 3 (1er octobre 2001)

Nom :
Prénom :
Section :

Question 5. Démontrez graphiquement *et* algébriquement que

$$\text{pour tout } x \in \mathbb{R}, \qquad \big||x|-1\big| \leqslant |x-1|.$$

Nom :
Prénom :
Section :

Question 6. Résolvez, en fonction du réel m, le système suivant :

$$\begin{cases} 3x - 2y + z = 0 \\ mx = m(x+y) \end{cases}$$

Interprétez géométriquement vos résultats.

Mathématique Élémentaire

Test n$^\circ$ 3 (1er octobre 2001)

Nom :
Prénom :
Section :

Question 7. Résolvez algébriquement l'inéquation $|x+1|-1 \leqslant |x^2+x|+x$.

Nom :
Prénom :
Section :

Question 8. Soit $ax^2+bx+c=0$, $a \neq 0$, $a,b,c \in \mathbb{R}$. Si le discriminant Δ de l'équation est strictement négatif, prouvez que les solutions de $ax^2+bx+c=0$ sont des complexes conjugués. Calculez leurs parties réelles et leurs parties imaginaires.

Mathématique Élémentaire

Test n° 3 (1er octobre 2001)

Nom :
Prénom :
Section :

Question 9. Pour tous les $z, z' \in \mathbb{C}$, on a les égalités suivantes :

(a) $\overline{-z} = -\overline{z}$;

(b) $\overline{z+z'} = \overline{z} + \overline{z'}$;

(c) $\overline{z \cdot z'} = \overline{z} \cdot \overline{z'}$;

(d) $\overline{z^n} = \overline{z}^n$.

- Prouver uniquement l'égalité numéro c.
- Soit un polynôme $a_5x^5 + a_4x^4 + a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$ avec $a_0, a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 \in \mathbb{R}$. En utilisant (a), (b), (c) et (d), *prouver* que *si* $z \in \mathbb{C}$ est une solution de $a_5x^5 + a_4x^4 + a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0 = 0$, *alors* $\overline{z}$ est également solution de cette équation.