

Mathématique Élémentaire

Test n° 6

(22 octobre 2001)

Nom :

Prénom :

Section :

-
- Veuillez commencer par écrire en lettres majuscules votre NOM, PRÉNOM et SECTION sur *toutes* les feuilles.
 - Les *explications* sont aussi *importantes* que les résultats. Rappelez vous que nous ne voyons pas ce que vous pensez, seulement ce que vous avez écrit.
 - Ne confondez pas la *rédaction* de vos réponses avec celle de vos brouillons !
 - La grandeur des espaces laissés après les questions vous donne une *indication* sur la *longueur des réponses* attendue. N'employez *pas* le dos de la feuille *précédente* !
-

Question 1. Résoudre l'équation $(2iz + 1)^3 = -1$ dans \mathbb{C} . Expliquez votre raisonnement.

Nom :

Prénom :

Section :

Question 2. Calculez

■ $\sum_{i=3}^n (i^2 - i)$ pour $n \geq 3$;

■ $\sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n (2j - i)$.

Nom :

Prénom :

Section :

Question 3. Prouvez que $\sqrt{27}$ n'est pas rationnel.

Question 4. Résolvez le système suivant :

$$\begin{cases} x_1 = 0 \\ x_3 - x_2 = 0 \\ x_4 + x_5 = 0 \\ -x_5 = 1 \\ 2x_6 = 4 \\ x_8 = 1 \end{cases}$$

Nom :

Prénom :

Section :

Question 5. Soit m un paramètre réel. Résolvez le système

$$\begin{cases} mx + y - z = 1 \\ x + my - z = 1 \\ -x + y + mz = 1 \end{cases}$$

uniquement dans le cas où le déterminant de la matrice du système vaut 0. Interprétez géométriquement les résultats.

Mathématique Élémentaire

Test n° 6 (22 octobre 2001)

Nom :

Prénom :

Section :

Question 5 (suite). Continuez votre réponse sur cette page si nécessaire.

Nom :

Prénom :

Section :

Question 6. Soit

$$f(x) := \sin(g(e^x)) \quad \text{où } g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}.$$

Calculez $\partial_x f(0)$ sachant que $g(0) = \pi/2$, $\partial g(0) = \sqrt{2}$, $g(1) = e$, $\partial g(1) = -\pi/2$, $\partial g(\pi/2) = 0$. Expliquez votre démarche.

Question 7. Donnez une approximation de $\ln(1,01)$. Expliquez votre démarche.

Nom :

Prénom :

Section :

Question 8. Écrivez un algorithme qui, étant donné un naturel $n \in \mathbb{N}$, renvoie un entier p et des nombres $a_i \in \{0, 1, 2\}$ pour $i = 0, 1, \dots, p$, tels que $a_p \dots a_1 a_0$ soit l'expansion en base 3 de n . En d'autres termes, l'algorithme doit calculer la fonction

$$\mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N} \times \{0, 1, 2\} \times \dots \times \{0, 1, 2\} : n \mapsto (p, a_p, \dots, a_0) \text{ tel que } n = \sum_{i=0}^p a_i 3^i.$$

Expliquez et justifiez votre raisonnement.

Si vous écrivez un programme au lieu d'un algorithme,

- précisez le langage utilisé ;
- veillez à ce que celui-ci soit exécutable tel quel.

Mathématique Élémentaire

Test n° 6 (22 octobre 2001)

Nom :

Prénom :

Section :

Question 8 (suite). Continuez votre réponse sur cette page si nécessaire.