

# Mathématique Élémentaire

Test n° 2

(23 septembre 2002)

Nom :

Prénom :

Section :

Veillez commencer par écrire en lettres *majuscules* votre NOM, PRÉNOM et SECTION sur *toutes* les feuilles.

Veillez lire attentivement ces quelques consignes et conseils.

- Les calculatrices ne sont *pas* autorisées.
- Quand il est nécessaire de justifier, votre argumentation doit convaincre le lecteur. En l'absence de justification dans un tel cas, le résultat final, même correct, n'a pas de valeur.
- L'espace laissé après chaque question vous donne une *indication* sur la longueur de la réponse attendue.
- N'employez *pas* le dos de la feuille d'une *autre question* pour finir votre réponse !

Question 1. Calculez  $\left(1 + i\frac{3}{2}\right)^4$ .

Nom :

Prénom :

Section :

Question 2.

(a) Prouvez que, pour tout  $z, z' \in \mathbb{C}$ , on a

$$|zz'| = |z| |z'|.$$

(b) En utilisant ce résultat, prouvez que, si  $z \neq 0$ ,  $|z^{-1}| = |z|^{-1}$ .

# Mathématique Élémentaire

Test n° 2 (23 septembre 2002)

---

Nom :

Prénom :

Section :

Question 3. Prouvez, à l'aide des tables de vérité, que, sous les hypothèses  $A \Rightarrow B$  et  $B \Rightarrow C$ , on a  $A \Rightarrow C$ . Justifiez votre démarche.

Nom :

Prénom :

Section :

Question 4. Soient les ensembles :

$$A := \{D : D \text{ droite dont une équation cartésienne est } \alpha x + \beta y + \gamma = 0 \text{ pour certains } \alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R}\}$$

$$B := \{D : D \text{ droite dont une équation cartésienne est } y = ax + b \text{ pour certains } a, b \in \mathbb{R}\}$$

Rappelons qu'un ensemble  $X$  est contenu dans un ensemble  $Y$  si et seulement si tout élément de  $X$  appartient à  $Y$ .

■ Montrez que  $B$  est contenu dans  $A$ .

■ Montrez que  $A$  n'est pas contenu dans  $B$ .

Nom :

Prénom :

Section :

Question 5. Soient les propositions  $P, Q, R$  définies par

$P :=$  les deux droites d'équations  $x + y + 1 = 0$  et  $x + y - 1 = 0$   
ont (au moins) un point d'intersection.

$Q :=$  tout nombre complexe non-nul possède un inverse.

$R :=$  l'implication  $P \Rightarrow Q$  est vraie.

Quelle est la valeur de vérité de

$$(P \vee Q) \wedge R ?$$

Détaillez et justifiez votre démarche.

Nom :

Prénom :

Section :

Question 6. Rappelons que deux nombres complexes  $a + ib$  et  $c + id$  sont égaux si et seulement si  $a = c$  et  $b = d$ . Complétez la phrase suivante :

Deux nombres complexes  $a + ib$  et  $c + id$  sont distincts  
si et seulement si

Question 7. L'énoncé suivant est-il vérifié :

$$\text{Pour tout } z \in \mathbb{C}, z^{-1} = |z^{-1}| \cdot \bar{z}$$

Justifiez votre réponse.

# Informatique

Test n° 2 (23 septembre 2002)

Nom :
Prénom :
Section :

Question 8. Soit l'équation du second degré  $ax^2 + bx + c = 0$  dont les solutions s'écrivent classiquement :

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

On sait que cette formule doit être appliquée « intelligemment » en fonction des valeurs de  $a$ ,  $b$  et  $c$ .

Écrire un mode d'emploi pour la résolution de l'équation du second degré par une « machine non intelligente » envisageant tous les cas particuliers et garantissant qu'on ne réalisera jamais aucune opération interdite.

La machine non intelligente dispose d'opérateurs qui lui permettent de réaliser les opérations élémentaires :

- addition ;
- soustraction ;
- multiplication ;
- division par un nombre non nul ;
- calcul de la racine carrée d'un nombre positif ;
- tester si une valeur est positive ;
- tester si une valeur est nulle.

# Informatique

Test n° 2 (23 septembre 2002)

---

Nom :

Prénom :

Section :

Question 8 (suite). Continuez votre réponse sur cette page si nécessaire.