

Mathématique Élémentaire

Test n° 5

(14 octobre 2002)

Nom :	_____
Prénom :	_____
Section :	_____

Veillez commencer par écrire en lettres *majuscules* votre NOM, PRÉNOM et SECTION sur *toutes* les feuilles.

Veillez lire attentivement ces quelques consignes et conseils.

- Les calculatrices ne sont *pas* autorisées.
- Quand il est nécessaire de justifier, votre argumentation doit convaincre le lecteur. En l'absence de justification dans un tel cas, le résultat final, même correct, n'a pas de valeur.
- L'espace laissé après chaque question vous donne une *indication* sur la longueur de la réponse attendue.
- N'employez *pas* le dos de la feuille d'une *autre question* pour finir votre réponse !

Question 1. Calculez $2^{199} \bmod 7$.

Mathématique Élémentaire

Test n° 5

(14 octobre 2002)

Nom : _____

Prénom : _____

Section : _____

Question 2. Prouvez que deux complexes non nuls $a + bi$ et $c + di$ sont égaux si et seulement si leurs modules et leurs arguments sont égaux.

Question 3. Calculez la forme trigonométrique de $\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i\right)^5$.

Nom :	_____
Prénom :	_____
Section :	_____

Question 4. Soit l'équation du second degré à *coefficients complexes*

$$z_2 Z^2 + z_1 Z + z_0 = 0 \quad \text{où } z_2 \neq 0. \quad (1)$$

Montrez que la méthode utilisée dans \mathbb{R} , adaptée à ce cas général, *a un sens* et fournit les deux solutions de l'équation (1). Justifiez votre réponse.

Nom :	_____
Prénom :	_____
Section :	_____

Question 5. Soit $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$. On dit que A est une matrice symétrique si et seulement si $A^t = A$.

■ Donnez un exemple de matrice symétrique dans $\mathbb{R}^{3 \times 3}$.

■ Si A est une matrice symétrique, montrez que $A + A^t$ et $A^t A$ le sont aussi.

Nom :	_____
Prénom :	_____
Section :	_____

Question 6. Soit les systèmes (S) et (S') définis par

$$(S) \begin{cases} x + 2\pi^{-1}y + 3z = 0 \\ \pi x + ey + \pi z = 0 \end{cases} \quad (S') \begin{cases} -x - 2\pi^{-1}y - 3z = 0 \\ (e - 2)y - 2\pi z = 0 \end{cases}$$

Sans les résoudre, montrez que les systèmes (S) et (S') sont équivalents.

Nom :	_____
Prénom :	_____
Section :	_____

Question 7. Pour quelle(s) valeur(s) de $a \in \mathbb{R}$ la relation

$$f_a : \mathbb{R} \circlearrowright \mathbb{R} : x \mapsto (y \text{ tel que } |y - a| = x \text{ et } y > 0)$$

est-elle une fonction ? *Si vous justifiez à l'aide de graphiques, ceux-ci doivent impérativement être commentés.*

Pour chacune des valeurs de a trouvées ci-dessus, précisez le domaine de la fonction.

Informatique

Test n° 5 (14 octobre 2002)

Nom :	_____
Prénom :	_____
Section :	_____

Question 8. (Vérifier si un entier est une puissance de 2) Soit la variable x déclarée par « `int x;` ». Écrivez un algorithme en vue de tester que x est une puissance de 2. Décrivez en français la méthode utilisée :

Écrivez les instructions C traduisant l'algorithme en programme :