

Mathématique Élémentaire

Coté

(26 avril 2004)

Nom : _____

Prénom : _____

Section : _____

Veillez commencer par écrire en lettres *majuscules* votre NOM, PRÉNOM et SECTION sur *toutes* les feuilles.

Veillez lire attentivement ces quelques consignes et conseils.

- Les calculatrices ne sont *pas* autorisées.
- Quand il est nécessaire de justifier, votre argumentation doit convaincre le lecteur. En l'absence de justification dans un tel cas, le résultat final, même correct, n'a pas de valeur.
- L'espace laissé après chaque question vous donne une *indication* sur la longueur de la réponse attendue.
- N'employez *pas* le dos de la feuille d'une *autre question* pour finir votre réponse !

Question 1. Calculez $\sum_{k=0}^n \sum_{j=0}^k (k-j)$

Nom :	_____
Prénom :	_____
Section :	_____

Question 2.

(a) Soit $z \in \mathbb{C}$ tel que $1 - z \neq 0$. Prouvez, par récurrence, que pour tout $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{k=0}^n z^k = \frac{1 - z^{n+1}}{1 - z}$$

(b) Calculez $\sum_{k=0}^8 \text{cis} \frac{2k\pi}{9}$.

Justifiez votre réponse.

Nom :	_____
Prénom :	_____
Section :	_____

Question 3. Soit le système

$$\begin{cases} mx + y + mz = 1 \\ x + my + mz = 1 \\ mx + my + z = 0 \end{cases}$$

où m est un paramètre réel.

- (a) Pour quelle(s) valeur(s) de m le système admet-il une solution unique ?
- (b) En utilisant la méthode d'inversion de matrice, résolvez le système dans le cas où m vaut -1 . Expliquez votre démarche.

Mathématique Élémentaire

Coté

(26 avril 2004)

Nom :	_____
Prénom :	_____
Section :	_____

Question 3 (suite). Poursuivez votre réponse sur cette page.

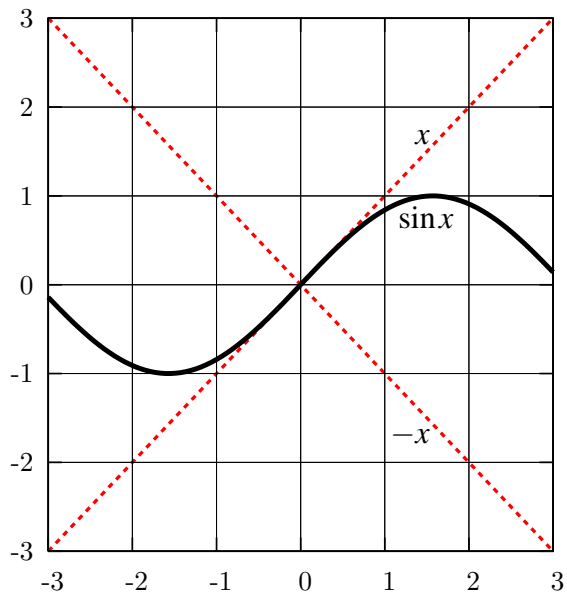
Question 4. Résolvez, dans \mathbb{C} , l'équation $Z^6 = -27$. Expliquez votre démarche.

Nom :	_____
Prénom :	_____
Section :	_____

Question 5. Soit $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la fonction définie par

$$f(x) = \sqrt{x + \sin x}$$

- (a) Montrez que $\text{Dom } f = [0, +\infty[$. (Indication : le graphe ci-dessous peut vous aider.)
- (b) Existe-t-il des points x tels que la tangente au graphe de f en x soit horizontale ? Si oui, donnez les tous.



Nom :	_____
Prénom :	_____
Section :	_____

Question 6. Supposons qu'on aie un $x \in \mathbb{R}$ qui satisfasse la propriété

$$\forall \varepsilon > 0, \quad x^2 - x \leq \varepsilon.$$

Peut-on dire que (cochez les cases adéquates) :

- (a) Vrai : Faux : on a nécessairement $x = 0$;
- (b) Vrai : Faux : il est possible que $x = 0$;
- (c) Vrai : Faux : on a nécessairement $x \in]0, 1[$;
- (d) Vrai : Faux : il est possible que $x = -1$;
- (e) Vrai : Faux : on a nécessairement $x \in [0, 1]$.

Veillez justifier chacune de vos réponses.