Test Introductif (Mathématique Élémentaire)

Test n° 1 (20 septembre 2004)

Nom :
Prénom :
Section :

Avant d'aller plus loin, inscrivez en lettres majuscules votre NOM, PRÉNOM et SECTION sur *toutes* les feuilles.

De manière à pouvoir orienter au mieux les cours par la suite, pourriez-vous nous dire, durant les deux dernières années d'enseignement secondaire :

- combien d'heures de mathématique par semaine vous avez suivies :
- dans quelle école (nom et ville) :
- avec quel professeur :
- si vous avez vu les nombres complexes : oui / non ;
- si vous avez vu le calcul matriciel : oui / non ;
- si vous aviez un manuel de référence : oui / non
  si oui lequel ?

Veuillez lire attentivement ces quelques consignes et conseils.

- Les calculatrices ne sont *pas* autorisées.
- Quand il est nécessaire de justifier, votre argumentation doit convaincre le lecteur. En l'absence de justification dans un tel cas, le résultat final, même correct, n'a pas de valeur.
- L'espace laissé après chaque question vous donne une *indication* sur la longueur de la réponse attendue.
- N'employez *pas* le dos de la feuille d'une *autre question* pour finir votre réponse !

Question 1. Un nombre est dit *rationnel* si et seulement si

(a) Vrai : ☐ Faux : ☐ c'est un nombre raisonnable ;

(b) Vrai : ☐ Faux : ☐ on peut l'écrire comme fraction de deux nombres entiers ;

(c) Vrai : ☐ Faux : ☐ il ne possède qu'un nombre fini de chiffres après la virgule ;

(d) Vrai : ☐ Faux : ☐ on peut l'écrire grâce à une formule faisant intervenir $+$, $-$, $\times$, $/$, $\sqrt{\ }$.

Donnez quelques exemples de nombres rationnels :

Donnez quelques exemples de nombres qui ne sont pas rationnels :

Test Introductif (Mathématique Élémentaire)

Test n° 1 (20 septembre 2004)

Nom :

Prénom :

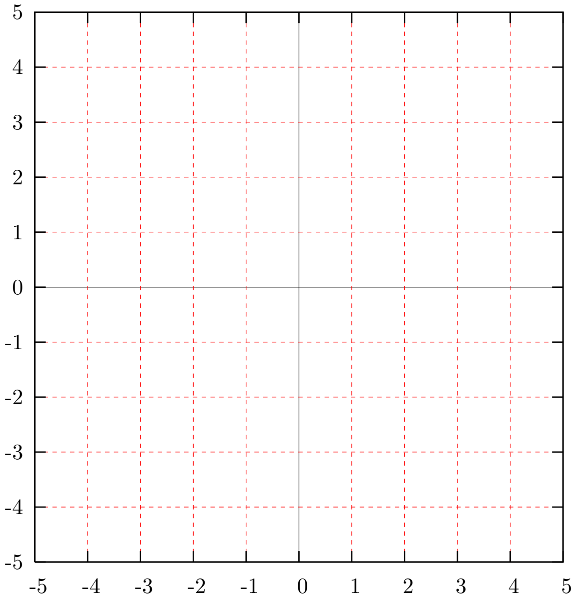
Section :

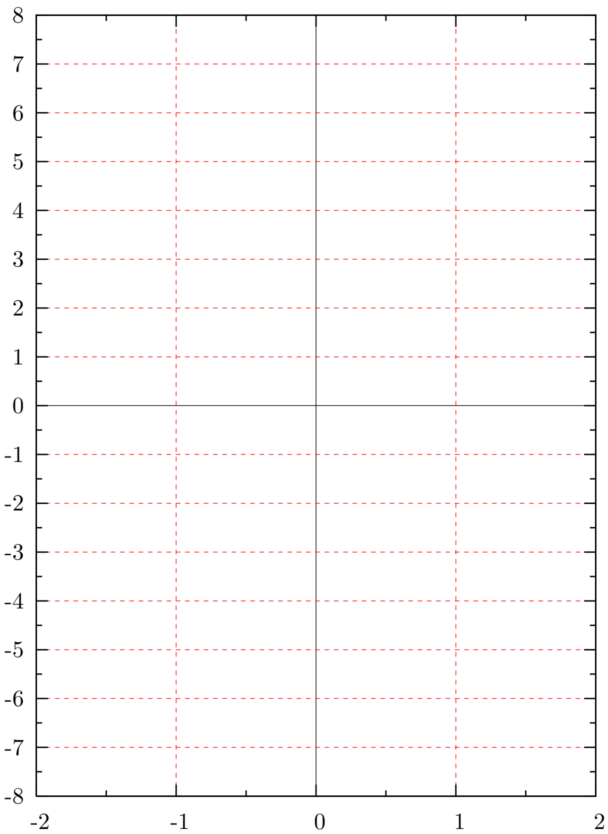
Question 2.

(a) Tracez les points $a = (1,2)$ et $b = (3,-3)$ sur le graphique ci-contre (identifiez clairement les points).

(b) Calculez la distance entre a et b.

(c) Donnez une équation (cartésienne) de la droite passant par $(-1,\pi)$ et $(1,-1)$.





Question 3. Tracez sur le graphique ci-contre les graphes des trois fonctions suivantes :

$$f(x) = |x|$$
$$g(x) = x^2$$
$$h(x) = x^3$$

Veillez à ce que la position des graphes les uns par rapport aux autres soit correcte.

Test Introductif (Mathématique Élémentaire)

Test n° 1 (20 septembre 2004)

Nom :
Prénom :
Section :

Question 4. Pour chacune des affirmations suivantes, cochez la case adéquate selon que vous pensez qu'elle est vraie ou fausse. Donnez un bref argument qui explique votre choix.

(a) Vrai : ☐ Faux : ☐ $0{,}999999\cdots = 1$ (il y a une infinité de 9).

(b) Vrai : ☐ Faux : ☐ $y = ax + b$ est l'équation générale d'une droite. Autrement dit : toute droite du plan possède une équation de cette forme.

(c) Vrai : ☐ Faux : ☐ Si a, b et c sont des *nombres réels* tels que $a \leqslant b$, alors $ac \leqslant bc$.

(d) Vrai : ☐ Faux : ☐ Pour prouver qu'une propriété est vraie, il suffit de donner un exemple où elle est vérifiée.

(e) Vrai : ☐ Faux : ☐ La fonction $f(x) = ax + b$ possède toujours une seule racine (« toujours » s'entend : pour toutes les valeurs réelles de a et b)

Test Introductif (Mathématique Élémentaire)

Test n° 1 (20 septembre 2004)

Nom :	
Prénom :	
Section :	

Question 5. Soit $f : [-7,7] \to \mathbb{R}$ la fonction dont le graphe est représenté ci-dessous. Peut-on dire que

(a) Vrai : ☐ Faux : ☐ $f(0) = 0$;

(b) Vrai : ☐ Faux : ☐ $f(1) = 0$;

(c) Vrai : ☐ Faux : ☐ $f(2) < 0$;

(d) Vrai : ☐ Faux : ☐ $f(6) > 0$;

(e) Vrai : ☐ Faux : ☐ $f(-4)f(2) > 0$;

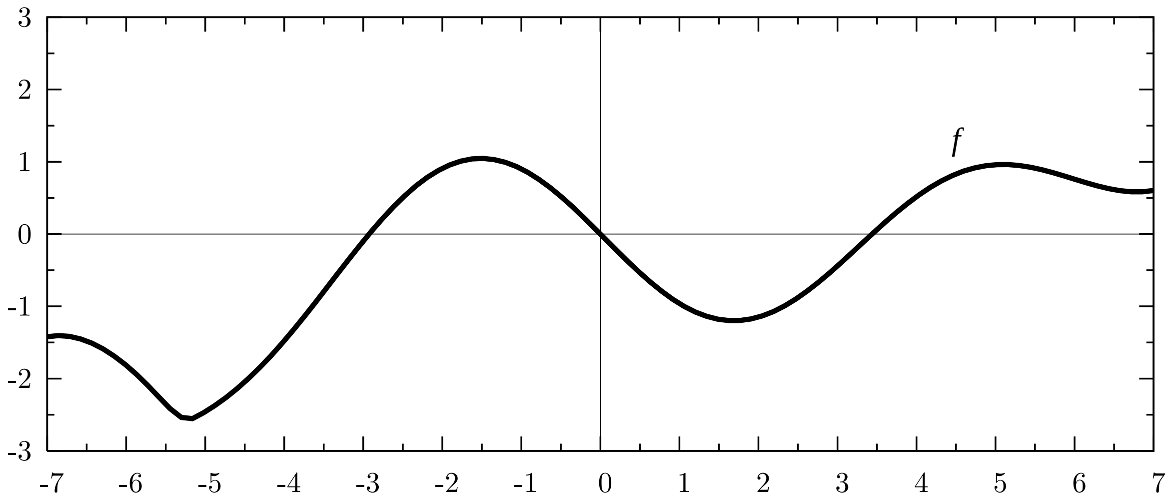
(f) Vrai : ☐ Faux : ☐ $[0,2] \subseteq \{x \in \mathbb{R} : f(x) \leqslant 0\}$;

(g) Vrai : ☐ Faux : ☐ il existe $x_1 \in \mathbb{R}$ et $x_2 \in \mathbb{R}$ tels que $x_1 \neq x_2$ et $f(x_1) = f(x_2)$;

(h) Vrai : ☐ Faux : ☐ quel que soit $x \in \mathbb{R}$, si $f(x) > 0$ alors $x > 0$;

(i) Vrai : ☐ Faux : ☐ il existe $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$ tels que $f(x_1)f(x_2) < 0$;

(j) Vrai : ☐ Faux : ☐ pour tout $x \in [-2,4]$, $f(x) \geq -2$.



Veuillez expliquer votre démarche pour les points (g) et (h)

Test Introductif (Mathématique Élémentaire)

Test n° 1 (20 septembre 2004)

Nom :

Prénom :

Section :

Question 6. Complétez :

- L'aire d'un disque de rayon R (voir Fig. 1) vaut .
- L'aire d'un « quartier » de disque de rayon R et d'ouverture α radians (voir Fig. 2) vaut .
- L'aire d'un triangle rectangle dont l'hypoténuse a une longueur H et dont un angle opposé à l'angle droit est β (voir Fig. 3) est égale à .
- L'aire d'une « lune » d'un disque de rayon R d'angle d'ouverture α (voir Fig. 4) vaut

.

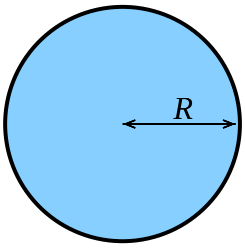


FIG. 1 – Disque

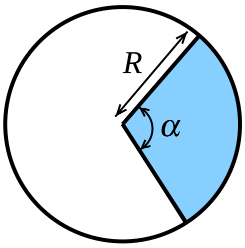


FIG. 2 – Quartier

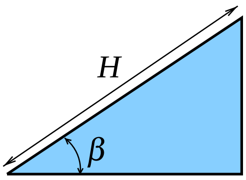


FIG. 3 – Triangle

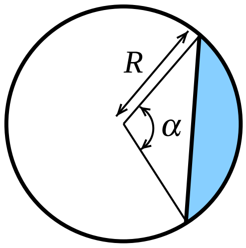


FIG. 4 – Lune

Veuillez détailler ci-dessous les calculs et raisonnements que vous faites.

Test Introductif (Mathématique Élémentaire)

Test n° 1 (20 septembre 2004)

Nom : ______

Prénom : ______

Section : ______

Question 7. Calculez la dérivée (par rapport à x) des fonctions suivantes :

- $f(x) = 1 + x$
- $g(x) = 1 + x + \dfrac{1}{x}$
- $h(x) = \sqrt{x}$
- $\ell(x) = \mathrm{e}^{\sin x}$
- $m(x) = (\cos x) \cdot \mathrm{e}^x$

Question 8. Bart travaille pour une entreprise qui peint des dessins publicitaires sur les vitres des étalages. À Noël, il doit souvent peindre des arbres de Noël, des Pères Noël, des étoiles et des bonshommes de neige.

Un jour, il dut peindre un Père Noël de 56 cm de haut sur la porte en verre de la boulangerie Dufour. À cet effet, il avait besoin de 60 ml de peinture. Un peu plus tard, il dut peindre une version beaucoup plus grande de ce Père Noël sur la vitre de l'étalage du supermarché Staes. Ce Père Noël devait mesurer 168 cm de haut. Combien de peinture lui fallait-il ? *Expliquez votre démarche par une phrase.*

Boulangerie Dufour

Supermarché Staes

☞ *N'écrivez pas la première chose qui vous passe par la tête ! Réfléchissez ! Le dessin est là pour vous aider.*