

Test Introductif (Mathématique Élémentaire)

Test n° 1

(18 septembre 2006)

Nom : _____

Prénom : _____

Section : _____

Veillez commencer par écrire en lettres *majuscules* votre NOM, PRÉNOM et SECTION sur *toutes* les feuilles. Les feuilles sans nom ne seront pas corrigées.

Afin de nous permettre d'avoir une idée de votre parcours antérieur, veuillez nous dire :

- En quelle année vous avez terminé vos études secondaires :
- Si ce n'est pas en juin ou en septembre de cette année, qu'avez vous fait avant d'entrer à l'université ?

De manière à pouvoir orienter au mieux les cours par la suite, veuillez nous dire, pour la dernière année d'enseignement secondaire :

- combien d'heures de mathématique *par semaine* vous avez suivies :
- dans quelle école (nom et ville) :
- avec quel professeur :
- si vous avez vu les nombres complexes : oui / non ;
- si vous avez vu le calcul matriciel : oui / non ;
- si vous aviez un manuel de référence : oui / non ;
si oui lequel/lesquels ?
- combien d'heures *par semaine* (en moyenne) vous travailliez (pour l'ensemble de vos cours) ?
- le résultat final obtenu
 - ▶ pour le cours de mathématique :
 - ▶ globalement :
- si vous avez réussi en juin : oui / non ;
si non, pour quels cours deviez-vous repasser un examen ?
- si vous avez suivi des cours particuliers : oui / non ;
si oui, combien d'heures ?
avec qui ?
- si vous avez participé aux olympiades de mathématique : oui/non ;
si oui, jusqu'où avez-vous été ?

Veillez lire attentivement ces quelques consignes et conseils.

- Les calculatrices ne sont *pas* autorisées.
- Il est nécessaire de justifier vos réponses de manière à ce que votre argumentation convainque le lecteur. En l'absence de justification, le résultat final, même correct, n'a pas de valeur.
- L'espace laissé après chaque question vous donne une *indication* sur la longueur de la réponse attendue.
- N'employez *pas* le dos de la feuille d'une *autre question* pour finir votre réponse ! En effet, les questions sont corrigées par différentes personnes.

Question 1.

- Décrivez en français la résolution de l'équation du second degré $aX^2 + bX + c = 0$ où a, b, c sont des coefficients réels et $a \neq 0$. Veillez à être précis dans les explications des différentes étapes.

Question 1 (suite).

- Par un calcul, montrez que les solutions décrites au point précédent sont bien les solutions de l'équation de départ.

◆ Si vous ne comprenez pas ce qu'il faut faire, cochez ici :

Question 2. On ne peut pas diviser par 0 parce que

(a) Vrai : Faux : le professeur l'a dit — et il a toujours raison !

(b) Vrai : Faux : cela découle de la définition de division : on a en effet que (compléter)

(c) Vrai : Faux : c'est un cas d'indétermination ; on ne peut donc rien dire ! (expliquer)

(d) Vrai : Faux : ... en fait on peut ! On a $1/0 = 0$.

(e) Vrai : Faux : ... en fait on peut ! On a $1/0 = +\infty$.

Question 3. Soient les points $p = (3, -2)$ et $q = (1, -4)$.

(a) Donnez une équation cartésienne de la droite D passant par p et q .

•❖ Si vous ne savez pas ce qu'est une « équation cartésienne », cochez ici :

(b) Calculez la distance entre les points p et q . Expliquez votre démarche.

Question 4. Calculez $8^{1/3} =$

Question 5. Soient deux triangles similaires T et T' . On suppose que T' possède des côtés de longueur double de ceux de T . Quelle est la relation entre l'aire de T' et celle de T . Expliquez en détail pourquoi votre réponse est correcte.

•♦ Si vous ne savez pas ce que sont des « triangles similaires », cochez ici :

Question 6. Expliquez pourquoi la formule $(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$ est valide. Soyez précis dans votre rédaction.

Question 7. Déterminez l'ensemble des $x \in \mathbb{R}$ tels que $x \leq \frac{1}{x}$. Expliquez et justifiez toutes les étapes de vos calculs.

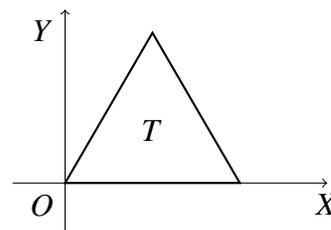
Question 8. Soit A un sous ensemble de \mathbb{R} . On sait que, pour n'importe quel $x \in \mathbb{R}$, on a

- si $x < 0$, alors $x \in A$ si et seulement si $-10 \leq x \leq 1$;
- si $x \geq 0$, alors $x \in A$ si et seulement si $x^2 \leq x$.

Écrivez l'ensemble A comme une union d'intervalles (moins il y a d'intervalles, mieux c'est).

•♦ Si vous ne savez pas ce que signifie « \in » ou « union », cochez ici :

Question 9. On considère, dans un repère orthonormé OXY , un triangle équilatéral T de côté de longueur 1 comme représenté sur la figure ci-contre. Donnez les coordonnées des trois sommets de T en expliquant comment vous les obtenez (des réponses sans justifications ne valent rien).



Question 10. Donnez la longueur du côté d'un cube de volume 64. Expliquez votre démarche.

Question 11. Soit une droite D d'équation $ax + by = c$ où $a, b, c \in \mathbb{R}$.

(a) Donnez des conditions nécessaires et suffisantes sur les paramètres a , b et c pour que D passe par l'origine du repère.

•❖ Si vous ne savez pas ce que sont des « conditions nécessaires et suffisantes », cochez ici :

(b) Donnez des conditions nécessaires et suffisantes sur les paramètres a , b et c pour que D soit verticale.