Mathématique Élémentaire

Test n° 2 (24 septembre 2007)

Nom :
Prénom :
Section :

Veuillez commencer par écrire en lettres *majuscules* votre NOM, PRÉNOM et SECTION (MATH, PHYS, INFO, ou PINFO) sur *toutes* les feuilles. Si une question est étalée sur plusieurs feuilles, veuillez grouper celles-ci lors de la remise de votre copie. Les feuilles qui ne respectent pas ces consignes ne seront pas corrigées.

Veuillez lire attentivement les conseils ci-dessous.

- Assurez vous que vous comprenez la question qui vous est posée et faites attention à ce que le texte que vous écrivez y réponde explicitement (par exemple : le correcteur ne doit pas avoir à conclure lui-même).
- Quand il est nécessaire de justifier, votre argumentation doit *convaincre* le lecteur. En l'absence de justification dans un tel cas, le résultat final, même correct, n'a pas de valeur.
- Veillez à rédiger *soigneusement* vos réponses ; en particulier structurez les clairement. Notez que nous ne lirons pas vos brouillons (à faire aux dos des feuilles).
- N'employez *pas* le dos de la feuille d'une *autre question* pour finir votre réponse !

Question 1. Calculez $/4$

- $(1+\boldsymbol{i})(3-\boldsymbol{i}) =$
- $\dfrac{1+\boldsymbol{i}}{2-\boldsymbol{i}} =$
- $(2-\boldsymbol{i})^{-1} =$
- $\boldsymbol{i}^{-1} =$

Question 2. Calculez la forme trigonométrique de $/5$

- $1+\boldsymbol{i} =$
- $(1+\boldsymbol{i})^2 =$
- $(1+\boldsymbol{i})^3 =$
- $\operatorname{cis}\dfrac{8\pi}{3} =$
- $\operatorname{cis}\left(-\dfrac{5\pi}{3}\right) =$

Mathématique Élémentaire

Test n° 2 (24 septembre 2007)

Nom :	
Prénom :	
Section :	

Question 3. Résoudre l'équation $X^2 + 3X + 4 = 0$ dans $\mathbb{C}$. Expliquez clairement votre démarche. $/2$

Question 4. Prouvez que si $z \in \mathbb{C}$ est solution de l'équation $X^3 + aX + b = 0$ où $a, b \in \mathbb{R}$, alors $\bar{z}$, le complexe conjugué de z, est aussi solution de $X^3 + aX + b = 0$. $/2$

Mathématique Élémentaire

Test n° 2 (24 septembre 2007)

Nom :
Prénom :
Section :

Question 5. Donnez une équation cartésienne de la droite D perpendiculaire à $D' \equiv 2x = y + 2$ et passant par le point $(1,1)$. $/3$

Question 6. On considère les trois vecteurs $/3$

$$u = (1,2), \qquad v = (7,-3), \quad \text{et} \quad w = (\lambda, \mu - \lambda)$$

où μ et λ sont des paramètres réels. Déterminez, si possible, λ et μ pour que $u + v + w = 0$.

Mathématique Élémentaire

Test n° 2 (24 septembre 2007)

Nom :
Prénom :
Section :

Question 7. Prouvez que, pour tout $z \in \mathbb{C}$, $|z| = 0$ si et seulement si $z = 0$. $/2$

Question 8. Prouvez que, pour tout $z_1, z_2 \in \mathbb{C}$, $\overline{z_1 \cdot z_2} = \overline{z_1} \cdot \overline{z_2}$. $/2$

Mathématique Élémentaire

Test n° 2 (24 septembre 2007)

Nom :
Prénom :
Section :

Question 9. Pour chacune des paires de droites D_1 et D_2 ci-dessous, déterminez explicitement l'ensemble $D_1 \cap D_2$. /6

- $D_1 \equiv (x,y) = (1,1) + \lambda(1,2)$, $\lambda \in \mathbb{R}$, et $D_2 \equiv (x,y) = (-1,2) + \mu(0,1)$, $\mu \in \mathbb{R}$;

- $D_1 \equiv x - y = 3$ et $D_2 \equiv (x,y) = (1,1) + \lambda(-1,0)$, $\lambda \in \mathbb{R}$;

- $D_1 \equiv 4x - 2y = 2$ et $D_2 \equiv y = 2x + 5$.

Mathématique Élémentaire

Test n° 2 (24 septembre 2007)

Nom :
Prénom :
Section :

Question 10. Prouver que, pour tout $z \in \mathbb{C}$, $\overline{z^9} = (\bar{z})^9$. /2

Question 11. Donnez la *définition* de « y est l'inverse de x ». /1

Question 12. Prouvez que, quels que soient les vecteurs $u, v, w \in \mathbb{R}^2$, on a $u \cdot (v + w) = u \cdot v + u \cdot w$. /2

Introduction universitaire aux mathématiques

Nom : ______________

Prénom : ______________

Section : BAC 1 Chimie

Test n° 2

(24 septembre 2007)

Veuillez commencer par écrire en lettres *majuscules* votre NOM et votre PRÉNOM sur *toutes* les feuilles. Si une question est étalée sur plusieurs feuilles, veuillez grouper celles-ci lors de la remise de votre copie. Les feuilles qui ne respectent pas ces consignes ne seront pas corrigées.

Veuillez lire attentivement les conseils ci-dessous.

- Assurez vous que vous comprenez la question qui vous est posée et faites attention à ce que le texte que vous écrivez y réponde explicitement (par exemple : le correcteur ne doit pas avoir à conclure lui-même).
- Quand il est nécessaire de justifier, votre argumentation doit *convaincre* le lecteur. En l'absence de justification dans un tel cas, le résultat final, même correct, n'a pas de valeur.
- Veillez à rédiger *soigneusement* vos réponses ; en particulier structurez les clairement. Notez que nous ne lirons pas vos brouillons (à faire aux dos des feuilles).
- N'employez *pas* le dos de la feuille d'une *autre question* pour finir votre réponse !

Question 1. Calculez /4

- $(1+\boldsymbol{i})(3-\boldsymbol{i}) =$
- $\dfrac{1+\boldsymbol{i}}{2-\boldsymbol{i}} =$
- $(2-\boldsymbol{i})^{-1} =$
- $\boldsymbol{i}^{-1} =$

Question 2. Prouvez que, pour tout $z \in \mathbb{C}$, $|z| = 0$ si et seulement si $z = 0$. /2

Nom :
Prénom :
Section : BAC 1 Chimie

Question 3. Résoudre l'équation $X^2 + 3X + 4 = 0$ dans $\mathbb{C}$. Expliquez clairement votre démarche. $/2$

Question 4. Prouvez que si $z \in \mathbb{C}$ est solution de l'équation $X^3 + aX + b = 0$ où $a, b \in \mathbb{R}$, alors $\bar{z}$, le complexe conjugué de z, est aussi solution de $X^3 + aX + b = 0$. $/2$

Introduction universitaire aux mathématiques

Test n° 2 (24 septembre 2007)

Nom :
Prénom :
Section : BAC 1 Chimie

Question 5. Donnez une équation cartésienne de la droite D perpendiculaire à $D' \equiv 2x = y+2$ et passant par le point $(1,1)$. $/3$

Question 6. On considère les trois vecteurs $/3$

$$u = (1,2), \qquad v = (7,-3), \quad \text{et} \quad w = (\lambda, \mu - \lambda)$$

où μ et λ sont des paramètres réels. Déterminez, si possible, λ et μ pour que $u+v+w = 0$.

Nom :	
Prénom :	
Section : BAC 1 Chimie	

Question 7. Pour chacune des paires de droites D_1 et D_2 ci-dessous, déterminez explicitement l'ensemble $D_1 \cap D_2$. /6

- $D_1 \equiv (x,y) = (1,1) + \lambda(1,2)$, $\lambda \in \mathbb{R}$, et $D_2 \equiv (x,y) = (-1,2) + \mu(0,1)$, $\mu \in \mathbb{R}$;

- $D_1 \equiv x - y = 3$ et $D_2 \equiv (x,y) = (1,1) + \lambda(-1,0)$, $\lambda \in \mathbb{R}$;

- $D_1 \equiv 4x - 2y = 2$ et $D_2 \equiv y = 2x + 5$.

Introduction universitaire aux mathématiques

Test n° 2 (24 septembre 2007)

Nom :	
Prénom :	
Section : BAC 1 Chimie	

Question 8. Prouvez que, pour tout $z_1, z_2 \in \mathbb{C}$, $\overline{z_1 \cdot z_2} = \overline{z_1} \cdot \overline{z_2}$. /2

Question 9. Donnez la *définition* de « y est l'inverse de x ». /1