

Mathématique Élémentaire

Test n° 2

(22 septembre 2008)

Nom : _____

Prénom : _____

Section : _____

Veillez commencer par écrire en lettres *majuscules* votre NOM, PRÉNOM et SECTION (MATH, PHYS, INFO, ou PINFO) sur *toutes* les feuilles. Si une question est étalée sur plusieurs feuilles, veuillez grouper celles-ci lors de la remise de votre copie. Les feuilles qui ne respectent pas ces consignes ne seront pas corrigées.

Veillez lire attentivement les conseils ci-dessous.

- Assurez vous que vous comprenez la question qui vous est posée et faites attention à ce que le texte que vous écrivez y réponde explicitement (par exemple : le correcteur ne doit pas avoir à conclure lui-même).
- Quand il est nécessaire de justifier, votre argumentation doit *convaincre* le lecteur. En l'absence de justification dans un tel cas, le résultat final, même correct, n'a pas de valeur.
- Veillez à rédiger *soigneusement* vos réponses ; en particulier structurez les clairement. Notez que nous ne lirons pas vos brouillons (à faire aux dos des feuilles).
- N'employez *pas* le dos de la feuille d'une *autre question* pour finir votre réponse !

Question 1. Calculer

■ $(3 + 2\sqrt{2}i) \cdot (1 - \sqrt{2}i) =$

■ $(2 - i)(2 + i) =$

■ $|2 - i|^2 =$

■ $\overline{3 + 2i} =$

■ $|2 - i|^6 =$

■ $|2 - i|^9 =$

/ 3

Mathématique Élémentaire

Test n° 2 (22 septembre 2008)

Nom : _____

Prénom : _____

Section : _____

Question 2. Prouvez que, pour tout $z_1, z_2 \in \mathbb{C}$, $\overline{z_1 \cdot z_2} = \overline{z_1} \cdot \overline{z_2}$.

/ 4

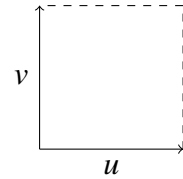
Question 3. Soit $a \neq 0$. Soit y solution de l'équation $Y^2 = b^2 - 4ac$. Prouvez que¹ $x := \frac{-b+y}{2a}$ est solution de $aX^2 + bX + c = 0$.

/ 5

¹La notation $A := B$ signifie que la variable A est définie comme valant la valeur de l'expression B .

Nom :	_____
Prénom :	_____
Section :	_____

Question 4. Soient $u, v \in \mathbb{R}^2$ de même longueur. Considérons le carré représenté ci-contre construit sur les vecteurs u et v . Notons d_1 et d_2 les vecteurs diagonaux de ce carré. Montrez que d_1 et d_2 sont perpendiculaires. Expliquez votre raisonnement et citez tous les résultats que vous utilisez.



/ 3

Question 5. Soient les vecteurs $u = (1, -2, 5)$ et $v = (2, 0, -8)$. Calculez

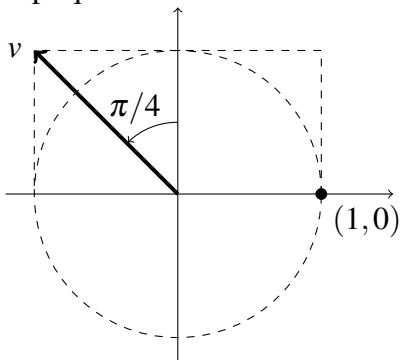
■ $(u|v) =$

■ $\left\| \frac{u}{\|v\|} \right\| =$

■ la distance entre u et v .

/ 3

Question 6. Donnez les composantes du vecteur $v \in \mathbb{R}^2$ représenté sur le dessin ci-dessous. Expliquez votre raisonnement.



/ 3

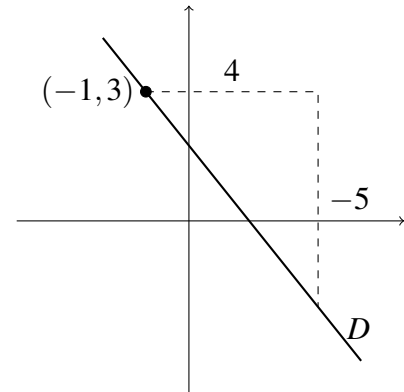
Nom : _____

Prénom : _____

Section : _____

Question 7.

- (a) Soit D la droite représentée ci-contre. Donnez une équation cartésienne de D . Expliquez votre raisonnement.
- (b) Soit la droite $D \equiv (x, y) = (3, -4) + \lambda(-2, 7)$, $\lambda \in \mathbb{R}$. Recherchez deux points de D . Expliquez votre raisonnement.
- (c) Soit la droite $D \equiv 5x - 3y = 1 + 4x - 7y$. Donnez une équation paramétrique de D . Expliquez votre raisonnement.



/ 6

Nom :	_____
Prénom :	_____
Section :	_____

Question 8.

/ 4

(a) Soit $v = (v_1, v_2, \dots, v_N) \in \mathbb{R}^N$. Complétez les phrases suivantes :

$v = 0$ si et seulement si

$v \neq 0$ si et seulement si

(b) Soit $u \in \mathbb{R}^3$ le vecteur défini par

$$u := \left(\lambda^3 - \lambda^2, \lambda^2 + \lambda - 2, \frac{\lambda - 1}{\lambda - 2} \right).$$

où $\lambda \in \mathbb{R}$. Pour quelle(s) valeur(s) de λ a-t-on $u = 0$? Expliquez votre raisonnement.

Question 9. Représentez $z = 2 + 2i$ dans le plan, calculez $|2 + 2i|$ et $\text{Arg}(2 + 2i)$.

/ 3

Mathématique Élémentaire

Test n° 2 (22 septembre 2008)

Nom :	_____
Prénom :	_____
Section :	_____

Question 10. Résoudre les équations

(a) $X^2 - 4X - 5 = 0$

(b) $X^2 + 4X + 5 = 0$

/5

Question 11. Donnez une règle pour calculer i^n , $n \geq 0$. Expliquez comment vous avez obtenu cette règle.

/3