

Mathématique Élémentaire

Test n° 3

(29 septembre 2008)

Nom : _____

Prénom : _____

Section : _____

Veillez commencer par écrire en lettres *majuscules* votre NOM, PRÉNOM et SECTION (MATH, PHYS, INFO, ou PINFO) sur *toutes* les feuilles. Si une question est étalée sur plusieurs feuilles, veuillez grouper celles-ci lors de la remise de votre copie. Les feuilles qui ne respectent pas ces consignes ne seront pas corrigées.

Veillez lire attentivement les conseils ci-dessous.

- Assurez vous que vous comprenez la question qui vous est posée et faites attention à ce que le texte que vous écrivez y réponde explicitement (par exemple : le correcteur ne doit pas avoir à conclure lui-même).
- Quand il est nécessaire de justifier, votre argumentation doit *convaincre* le lecteur. En l'absence de justification dans un tel cas, le résultat final, même correct, n'a pas de valeur.
- Veillez à rédiger *soigneusement* vos réponses ; en particulier structurez les clairement. Notez que nous ne lirons pas vos brouillons (à faire aux dos des feuilles).
- N'employez *pas* le dos de la feuille d'une *autre question* pour finir votre réponse !

Question 1. Résoudre $X^2 = -i$ dans \mathbb{C} .

/2

Question 2. Écrire les nombres complexes suivants sous forme trigonométrique :

/3

- $-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$
- $\sin 45^\circ + i \cos 45^\circ$
- $\text{cis}\left(\frac{23\pi}{7}\right)$

| | |
|-----------|-------|
| Nom : | _____ |
| Prénom : | _____ |
| Section : | _____ |

/5

Question 3. Résolvez algébriquement l'inéquation suivante :

$$\frac{(1 - |x|)^2}{x} \leq x \tag{1}$$

L'ensemble des x vérifiant (1) doit être exprimé sous la forme d'une union d'intervalles disjoints (moins il y a d'intervalles, mieux c'est). Veuillez à justifier toutes les étapes de vos calculs.

Nom : _____

Prénom : _____

Section : _____

Question 4. Soit la droite D passant par les points (x_1, y_1) et (x_2, y_2) où $x_1, y_1, x_2, y_2 \in \mathbb{R}$ et $x_1 \neq x_2$ (il n'est par contre pas exclu que $y_1 = y_2$).

■ Donnez une équation paramétrique et une équation cartésienne de D . Expliquez votre démarche.

■ Donnez, en fonction de x_1, y_1, x_2, y_2 , les coordonnées du point d'intersection entre D et l'axe des y . Expliquez.

Question 5. Donnez, en bon français, la contraposée de « Si je rate ce test alors je rate les examens de janvier ».

/ 4

/ 1

Question 6. Soit le système

$$\begin{cases} x \cos \theta - y \sin \theta = \pi^2 \\ x \sin \theta + y \cos \theta = \sqrt{\pi} \end{cases}$$

où les inconnues sont x , y et θ est un paramètre réel. Déterminez pour quelle(s) valeur(s) de θ ce système possède une unique solution. Expliquez votre démarche et détaillez vos calculs.

/3

Question 7. Donnez la table de vérité de $p := (A \vee B) \wedge C \Rightarrow \neg(A \wedge B)$. Est-ce une tautologie ?

/2

| | |
|-----------|-------|
| Nom : | _____ |
| Prénom : | _____ |
| Section : | _____ |

/6

Question 8. Dans chacune des situations suivantes, donnez l'ensemble S qui décrit l'intersection des droites D_1 et D_2 :

(a) $D_1 \equiv 2x + y = 5$ et $D_2 \equiv (x, y) = (-3, -1) + \lambda(1, 1), \lambda \in \mathbb{R}$;

(b) $D_1 \equiv -2x + 3y = 1$ et $D_2 \equiv 0,2x - 0,3y = 0,1$;

(c) $D_1 \equiv (x, y) = (-1, 3) + \lambda(2, 1), \lambda \in \mathbb{R}$ et $D_2 \equiv (x, y) = (-7, 0) + \mu(-4, -2), \mu \in \mathbb{R}$.

| | |
|-----------|-------|
| Nom : | _____ |
| Prénom : | _____ |
| Section : | _____ |

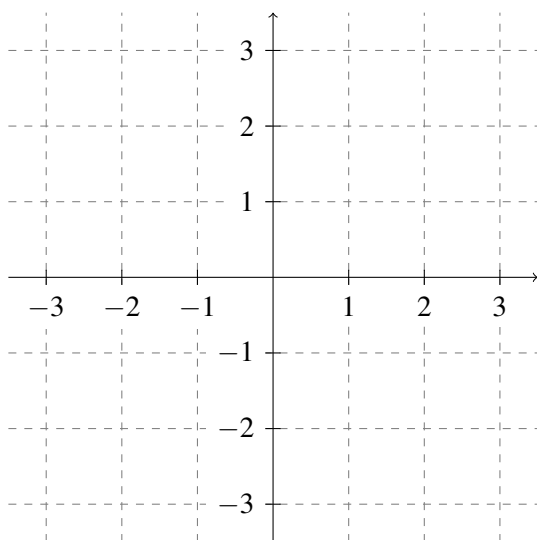
Question 9. Soit $S = \{(\lambda, 3\lambda - 2) \mid \lambda \in \mathbb{R}\}$ l'ensemble des solutions d'un système de deux équations à deux inconnues.

/ 4

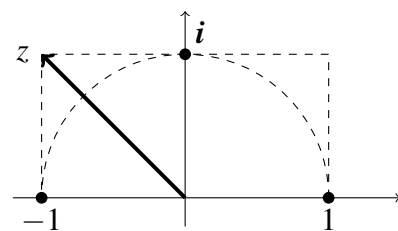
(a) Les couples $(1, 1)$ et $(5, 4)$ sont-ils solutions de ce système ? Déterminez votre raisonnement.

(b) Que vaut le déterminant de ce système ? Justifiez votre réponse.

(c) Représentez l'ensemble S sur le dessin ci-dessous. Expliquez votre construction.



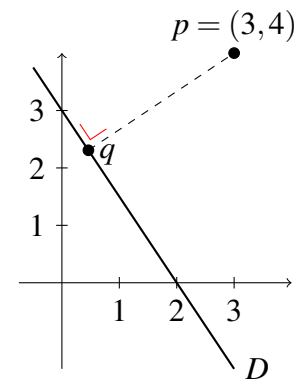
Question 10. Donnez la forme trigonométrique du complexe z représenté ci-contre.



/ 2

Question 11. Considérons la droite D ainsi que les points p et q représentés sur le dessin ci-contre.

- (a) Recherchez les coordonnées de q . Expliquez votre raisonnement.
- (b) Calculez la distance entre p et q .



/ 4