

# Mathématique Élémentaire

Test n° 1

(15 septembre 2009)

Nom :	_____
Prénom :	_____
Section :	_____

Veillez commencer par écrire en lettres *majuscules* votre NOM, PRÉNOM et SECTION (« math », « info » ou « phys ») sur *toutes* les feuilles. Le non respect de ces consignes sera pénalisé.

Afin de nous permettre d'avoir une idée de votre parcours antérieur, veuillez nous dire :

- En quelle année vous avez terminé vos études secondaires :
- Si ce n'est pas en juin ou en septembre de cette année, qu'avez vous fait avant d'entrer à l'université ?

De manière à pouvoir orienter au mieux les cours par la suite, veuillez nous dire, pour la dernière année d'enseignement secondaire :

- combien d'heures de mathématique *par semaine* vous avez suivies :
- dans quelle école (nom et ville) :
- avec quel professeur :
- si vous avez vu les nombres complexes : oui / non ;
- si vous avez vu le calcul matriciel : oui / non ;
- si vous aviez un manuel de référence : oui / non ;  
si oui lequel/lesquels ?
- combien d'heures *par semaine* (en moyenne) vous travailliez
  - ▶ pour le cours de mathématique :
  - ▶ pour l'ensemble de vos cours :
- le résultat final obtenu
  - ▶ pour le cours de mathématique :
  - ▶ globalement :
- si vous avez réussi en juin : oui / non ;  
si non, pour quels cours deviez-vous repasser un examen ?
- si vous avez suivi des cours particuliers : oui / non ;  
si oui, combien d'heures (en tout) ?  
avec qui ?
- si vous avez participé aux olympiades de mathématique : oui/non ;  
si oui, jusqu'où avez-vous été ?

Nom : \_\_\_\_\_

Prénom : \_\_\_\_\_

Section : \_\_\_\_\_

Veuillez lire attentivement ces quelques consignes et conseils.

- Les calculatrices ne sont *pas* autorisées.
- Il est nécessaire de justifier vos réponses de manière à ce que votre argumentation convainque le lecteur. En l'absence de justification, le résultat final, même correct, n'a pas de valeur.
- L'espace laissé après chaque question vous donne une *indication* sur la longueur de la réponse attendue.
- N'employez *pas* le dos de la feuille d'une *autre question* pour finir votre réponse ! En effet, les questions sont corrigées par différentes personnes.

Question 1. Écrivez les expressions suivantes sous forme d'une fraction :

/2

■  $\frac{a}{b} + \frac{c}{x} =$

■  $\frac{a}{y} \cdot \frac{x}{b} =$

Question 2. Calculez :

/3

■  $\frac{4}{17} - \frac{5}{8} =$

■  $\sqrt{4^2 + 5^2} =$

■  $\left(3 + \frac{1}{x}\right)' =$

■  $(\sqrt[3]{x^4})' =$

■  $(e^{\cos x})' =$

■  $(\ln x^2)' =$

Nom :	_____
Prénom :	_____
Section :	_____

Question 3. Trouvez tous les nombres réels  $x$  qui satisfont l'équation suivante :

$$\frac{x^2 - 3x + 2}{x - 1} = \frac{x^2 - 3x + 1}{x}$$

Justifiez toutes les étapes de vos calculs.

/ 3

Nom : \_\_\_\_\_

Prénom : \_\_\_\_\_

Section : \_\_\_\_\_

Question 4. Considérons la famille de fonctions

$$f_a : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} : f_a(x) = ax^2 + 2x + 1$$

où  $a \in \mathbb{R}$  est un paramètre.

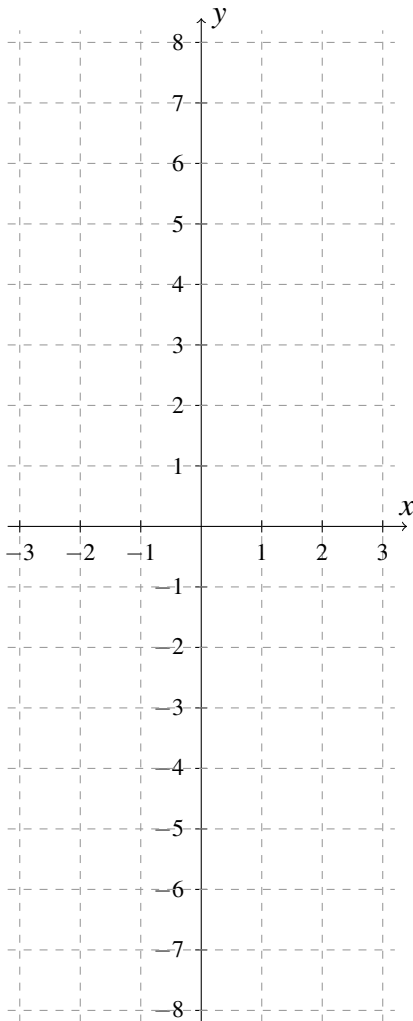
Pour quelle(s) valeur(s) de  $a$  le graphe de ces fonctions n'a-t-il aucun point d'intersection avec l'axe des  $x$ ? Expliquez votre démarche et détaillez vos calculs.

/ 4

Nom : \_\_\_\_\_

Prénom : \_\_\_\_\_

Section : \_\_\_\_\_



Question 5. Tracez sur le graphique ci-contre les graphes des trois fonctions suivantes :

/3

$$f(x) = |x|$$

$$g(x) = x^2$$

$$h(x) = x^3$$

Veillez à ce que la position des graphes les uns par rapport aux autres soit correcte.

Question 6. Résolvez le système linéaire suivant :

/3

$$\begin{cases} u + v = 2^{25} \\ u - v = 4^{30} \end{cases}$$

# Mathématique Élémentaire

Test n° 1 (15 septembre 2009)

Nom :	_____
Prénom :	_____
Section :	_____

/ 4

Question 7. Montrez que l'affirmation suivante est vraie :

« Quel que soit le réel  $x$ , on peut trouver un réel  $y$  tel que  $y > x$ . »

Détaillez votre raisonnement.

Montrez que l'affirmation suivante est fausse :

« Pour tout  $x \in \mathbb{R}$ , il existe un  $y \in \mathbb{R}$  tel que  $x \cdot y = 1$ . »

Détaillez votre raisonnement.

Nom : \_\_\_\_\_

Prénom : \_\_\_\_\_

Section : \_\_\_\_\_

Question 8. Parmi les affirmations suivantes, cochez celles qui sont vraies ( $a$  et  $b$  sont des nombres réels) :

- $\sqrt{a^2} = a$
- $a^2 \leq |a|^2$
- si  $a \leq b$ , alors  $a^2 \leq b^2$
- si  $a^2 \leq b^2$ , alors  $a \leq b$
- $|a + b| \leq |a| + |b|$
- $\frac{|a|}{a} = 1$
- $|a| \leq b$  si et seulement si  $-b \leq a$  et  $a \leq b$
- $|\sin a| \leq 1$
- $1/a \leq 1$
- si  $a \in ]0, 1]$ , alors  $1/a \leq 1$

Pour chacune des cases non cochées, donnez un contre-exemple.

/7