

Mathématiques Élémentaires

Test n° 1

(15 septembre 2010)

Nom : _____

Prénom : _____

Section : _____

Veillez lire attentivement ces quelques consignes et conseils.

- Les calculatrices ne sont *pas* autorisées.
- Il est nécessaire de justifier vos réponses de manière à ce que votre argumentation convainque le lecteur. En l'absence de justification, le résultat final, même correct, n'a pas de valeur.
- L'espace laissé après chaque question vous donne une *indication* sur la longueur de la réponse attendue.
- N'employez *pas* le dos de la feuille d'une *autre question* pour finir votre réponse ! En effet, les questions sont corrigées par différentes personnes.

Question 1.

- (a) Donnez une équation cartésienne de la droite passant par les points $(3, -2)$ et $(1, -4)$. Quelle est la pente de cette droite ? Expliquez votre démarche.
- (b) Soit le cercle de centre $(0, 0)$ et de rayon 3. Le point $(-\sqrt{5}, 2)$ appartient-il au cercle ? Expliquez votre démarche.

/4

Nom : _____

Prénom : _____

Section : _____

/3

Question 2. Calculez :

■ $\frac{4}{17} - \frac{5}{8} =$

■ $\sqrt{4^2 + 5^2} =$

■ $\left(3 + \frac{1}{x}\right)' =$

■ $(\sqrt[3]{x^4})' =$

■ $(e^{\cos x})' =$

■ $(\ln x^2)' =$

Question 3. Considérons la famille de fonctions

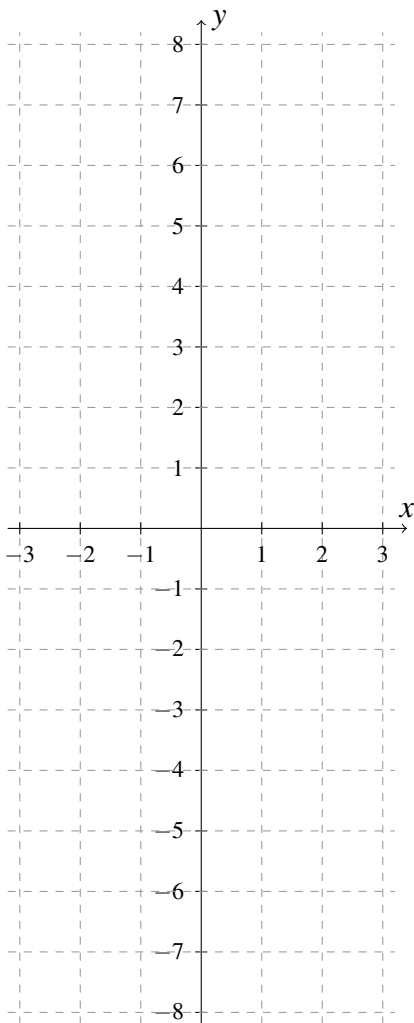
/4

$$f_a : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} : f_a(x) = e^{ax}$$

où $a \in \mathbb{R}$ est un paramètre réel.

Pour quelle(s) valeur(s) de a la fonction f_a est-elle croissante ? Justifiez votre réponse.

Nom :	_____
Prénom :	_____
Section :	_____



Question 4. Tracez sur le graphique ci-contre les graphes des trois fonctions suivantes :

/3

$$f(x) = |x|$$

$$g(x) = x^2$$

$$h(x) = x^3$$

Veillez à ce que la position des graphes les uns par rapport aux autres soit correcte.

Question 5. Résolvez, dans \mathbb{R} , l'inéquation $x \leq \frac{1}{x}$.

/4

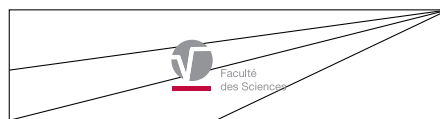
Nom : _____

Prénom : _____

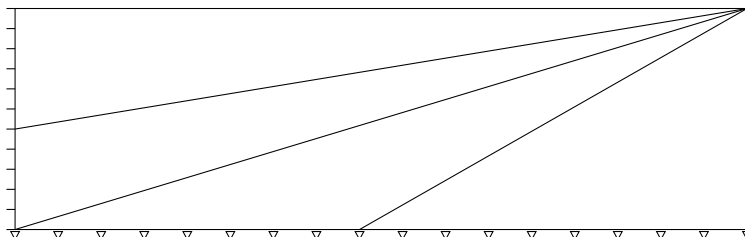
Section : _____

Question 6.¹

Pour la rentrée académique, la faculté des sciences veut réaliser une belle banderole avec son logo.



Pour dessiner le motif du fond, on a divisé la longueur du rectangle en 17 parties égales et la largeur en 11 parties égales, permettant de déterminer précisément les trois segments qui partagent le rectangle en quatre triangles.



Chacun des quatre triangles sera peint uniformément d'une couleur différente : jaune, bleu, vert et orange. On décide d'utiliser des couleurs spéciales mais très chères, dont les prix dépendent de la couleur : le jaune est le plus cher, puis le bleu coûte un peu moins, le vert encore un peu moins et l'orange est le meilleur marché.

Comment faudra-t-il colorier chacun des triangles pour dépenser le moins possible ?

Expliquez votre réponse et coloriez les triangles.

¹Cette question a été inspirée par le Rallye Mathématique Transalpin.

Nom : _____

Prénom : _____

Section : _____

/4

Question 7. Dites si l'affirmation suivante est vraie ou fausse :

« Si $i^2 = -1$, alors $i^4 = 1$. »

Détaillez votre raisonnement.

Donnez tous les nombres naturels n entre 0 et 20 qui vérifient la propriété suivante :

« Si n est un nombre pair, alors $n + 1$ est un nombre premier. »

Détaillez votre raisonnement.

Nom : _____

Prénom : _____

Section : _____

/7

Question 8. Parmi les affirmations suivantes, cochez celles qui sont vraies (a et b sont des nombres réels) :

$\sqrt{a^2} = a$

$a^2 \leq |a|^2$

si $a \leq b$, alors $a^2 \leq b^2$

si $a^2 \leq b^2$, alors $a \leq b$

$|a + b| \leq |a| + |b|$

$\frac{|a|}{a} = 1$

$|a| \leq b$ si et seulement si $-b \leq a$ et $a \leq b$

$|\sin a| \leq 1$

$1/a \leq 1$

si $a \in]0, 1]$, alors $1/a \leq 1$

Pour chacune des cases non cochées, donnez un contre-exemple.