

Mathématiques Élémentaires

Test n° 2

(20 septembre 2010)

Nom :	_____
Prénom :	_____
Section :	_____

Veillez commencer par écrire en lettres *majuscules* votre NOM, PRÉNOM et SECTION (MATH, PHYS, INFO, ou PINFO) sur *toutes* les feuilles. Si une question est étalée sur plusieurs feuilles, veuillez grouper celles-ci lors de la remise de votre copie. Les feuilles qui ne respectent pas ces consignes seront pénalisées.

Veillez lire attentivement les conseils ci-dessous.

- Assurez vous que vous comprenez la question qui vous est posée et faites attention à ce que le texte que vous écrivez y réponde explicitement (par exemple : le correcteur ne doit pas avoir à conclure lui-même).
- Quand il est nécessaire de justifier, votre argumentation doit *convaincre* le lecteur. En l'absence de justification dans un tel cas, le résultat final, même correct, n'a pas de valeur.
- Veillez à rédiger *soigneusement* vos réponses ; en particulier structurez les clairement. Notez que nous ne lirons pas vos brouillons (à faire aux dos des feuilles).
- N'employez *pas* le dos de la feuille d'une *autre question* pour finir votre réponse !

Question 1. Soient u, v deux vecteurs de \mathbb{R}^N et soit $\alpha \in \mathbb{R}$. Montrez que

(a) $(\alpha u|v) = \alpha(u|v)$,

(b) $\alpha(u+v) = \alpha u + \alpha v$.

Énoncez les propriétés que vous utilisez.

/4

Nom :	_____
Prénom :	_____
Section :	_____

Question 1 (suite). Poursuivez votre réponse sur cette page.

Question 2.

/4

(a) Soit $x = (x_1, x_2, \dots, x_N) \in \mathbb{R}^N$. Complétez les phrases suivantes¹ :

$x = 0$ si et seulement si

$x \neq 0$ si et seulement si

(b) On considère les trois vecteurs

$$u = (-1, 3), \quad v = (5, -2), \quad \text{et} \quad w = (\lambda, \mu - \lambda),$$

où λ et μ sont des paramètres réels. Déterminez, si possible, λ et μ pour que $u + v + w = 0$. Expliquez votre démarche et détaillez vos calculs.

¹Les phrases finales doivent être vraies mais les deux membres de l'équivalence doivent être différents.

Nom : _____

Prénom : _____

Section : _____

Question 3.

/3

(a) Soient les vecteurs $u = (0, -3, 2, 5)$ et $v = (-1, 7, 1, 3)$. Calculez

■ $2u - 3v =$

■ $(u|v) =$

(b) Donnez les composantes du vecteur x dont l'origine est le point $(3, -2)$ et l'extrémité est le point $(-3, -2)$.

Question 4. Écrivez les expressions suivantes sous forme d'une fraction :

/3

■ $\frac{4}{17} - \frac{5}{8} =$

■ $\frac{a}{b} + \frac{c}{x} =$

■ $\frac{a}{y} \cdot \frac{x}{b} =$

Mathématiques Élémentaires

Test n° 2 (20 septembre 2010)

Nom : _____

Prénom : _____

Section : _____

Question 5. Montrez que $\frac{1 + \sqrt{5}}{2}$ est solution de $X^3 - 2X - 1 = 0$. Expliquez votre démarche et détaillez vos calculs.

/3

Mathématiques Élémentaires

Test n° 2 (20 septembre 2010)

Nom : _____

Prénom : _____

Section : _____

Question 6. Vérifiez que $-\sqrt{10}/2$ est solution de l'équation $\frac{1}{x-1} + \frac{1}{x-2} + \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+2} = 0$.

/3

Nom : _____

Prénom : _____

Section : _____

/4

Question 7. Soit $\Delta = q^2/4 + p^3/27$ et supposons que $\Delta \geq 0$. Prouver que

$$r = r_1 + r_2 \quad \text{avec} \quad r_1 = \sqrt[3]{-\frac{1}{2}q + \sqrt{\Delta}} \quad \text{et} \quad r_2 = \sqrt[3]{-\frac{1}{2}q - \sqrt{\Delta}}$$

est solution de l'équation $z^3 + pz + q = 0$.

Mathématiques Élémentaires

Test n° 2 (20 septembre 2010)

Nom : _____

Prénom : _____

Section : _____

Question 7 (suite). Si nécessaire, poursuivez votre réponse sur cette page.