

Mathématiques Élémentaires

Test n° 3

(29 septembre 2010)

Nom : _____

Prénom : _____

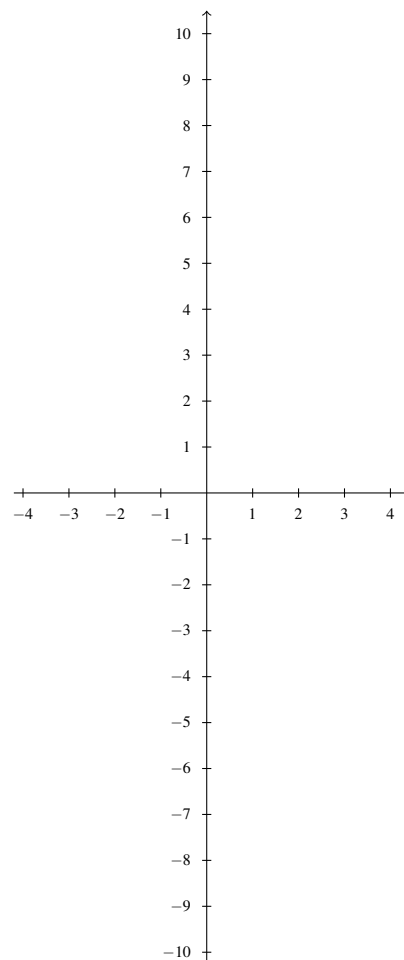
Section : _____

Veillez commencer par écrire en lettres *majuscules* votre NOM, PRÉNOM et SECTION (MATH, PHYS, INFO, ou PINFO) sur *toutes* les feuilles. Si une question est étalée sur plusieurs feuilles, veuillez grouper celles-ci lors de la remise de votre copie. Les feuilles qui ne respectent pas ces consignes seront pénalisées.

Veillez lire attentivement les conseils ci-dessous.

- Assurez vous que vous comprenez la question qui vous est posée et faites attention à ce que le texte que vous écrivez y réponde explicitement (par exemple : le correcteur ne doit pas avoir à conclure lui-même).
- Quand il est nécessaire de justifier, votre argumentation doit *convaincre* le lecteur. En l'absence de justification dans un tel cas, le résultat final, même correct, n'a pas de valeur.
- Veillez à rédiger *soigneusement* vos réponses ; en particulier structurez les clairement. Notez que nous ne lirons pas vos brouillons (à faire aux dos des feuilles).
- N'employez *pas* le dos de la feuille d'une *autre question* pour finir votre réponse !

Question 1. Sur le graphique ci-contre, esquissez le graphe de la fonction $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} : x \mapsto x^4 - 6x^2$. Expliquez votre démarche. La qualité de celle-ci est importante.



/4

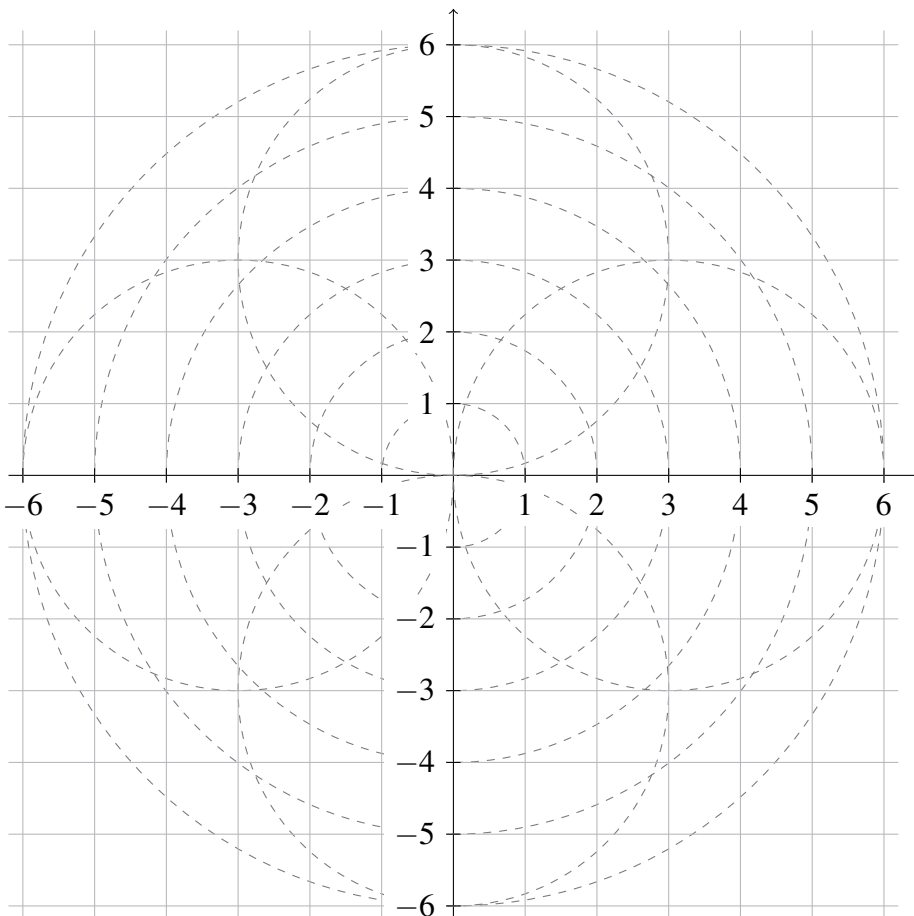
Question 2. Calculez la forme trigonométrique des nombres complexes suivants :

■ $z_1 := -\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}$

■ $z_2 := 3 + 3\sqrt{3}i$

■ $z_3 := (3 + 3\sqrt{3}i)^{-1}$

Représentez ces nombres sur le dessin ci-dessous.



| |
|-----------------|
| Nom : _____ |
| Prénom : _____ |
| Section : _____ |

/3

Question 3.

- Calculer $|5i + 3|$ et $|(5i + 3)^2|$.

- Mettre sous forme trigonométrique les complexes suivants : $-\frac{3}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$ et $\left(-\frac{3}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)^{17}$.

Question 4.

/4

- (a) Définissez « $a \in \mathbb{R}$ est le maximum de l'ensemble A ».
- (b) À partir de cette définition, prouvez l'unicité du maximum.

Nom : _____

Prénom : _____

Section : _____

Question 5. Soit la droite D passant par les points (α_1, β_1) et (α_2, β_2) où $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2 \in \mathbb{R}$. On suppose que $\alpha_1 \neq \alpha_2$ (il n'est par contre pas exclu que $\beta_1 = \beta_2$).

/5

- (a) Donnez, en fonction de $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2$, un vecteur directeur et un vecteur normal de D .
- (b) Donnez une équation cartésienne de D . Expliquez votre démarche.
- (c) Donnez, en fonction de $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2$, les coordonnées du point d'intersection entre D et l'axe des y .

Nom : _____

Prénom : _____

Section : _____

Question 6.

/4

- (a) Donnez une équation paramétrique de la droite D_1 passant par le point $(42, -3)$ et parallèle à la droite $D \equiv -2x + 1 = 0$.
- (b) Donnez une équation cartésienne de la droite D_2 dont l'ordonnée à l'origine vaut -5 et qui est perpendiculaire à la droite D' passant par les points $(2, 0)$ et $(0, -3)$.

Nom : _____

Prénom : _____

Section : _____

Question 7. L'énoncé suivant est-il vérifié :

$$\text{pour tout } z \in \mathbb{C} \setminus \{0\}, z^{-1} = |z^{-1}| \cdot \bar{z} ?$$

Justifiez votre réponse.

/3

Question 8. Calculez, s'il existe, $\min\{x \in \mathbb{R} \mid x^2 \leq 1\}$. Justifiez votre réponse en utilisant la définition du minimum.

/2

Nom : _____

Prénom : _____

Section : _____

Question 9. Décrivez géométriquement les ensembles suivants et représentez les graphiquement :

/4

$$A := \{(\alpha, \alpha + 2) \mid \alpha \in \mathbb{R}\} \quad \text{et} \quad B := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid ((x, y) \mid (-2, 1)) = 0\}.$$