

Mathématiques Élémentaires

Test n° 5

(11 octobre 2010)

Nom :	_____
Prénom :	_____
Section :	_____

Veillez commencer par écrire en lettres *majuscules* votre NOM, PRÉNOM et SECTION (MATH, PHYS, INFO, ou PINFO) sur *toutes* les feuilles. Si une question est étalée sur plusieurs feuilles, veuillez grouper celles-ci lors de la remise de votre copie. Les feuilles qui ne respectent pas ces consignes seront pénalisées.

Veillez lire attentivement les conseils ci-dessous.

- Assurez-vous que vous comprenez la question qui vous est posée et faites attention à ce que le texte que vous écrivez y réponde explicitement (par exemple : le correcteur ne doit pas avoir à conclure lui-même).
- Quand il est nécessaire de justifier, votre argumentation doit *convaincre* le lecteur. En l'absence de justification dans un tel cas, le résultat final, même correct, n'a pas de valeur.
- Veillez à rédiger *soigneusement* vos réponses ; en particulier structurez-les clairement. Notez que nous ne lirons pas vos brouillons (à faire aux dos des feuilles).
- N'employez *pas* le dos de la feuille d'une *autre question* pour finir votre réponse !

Question 1. Soit $z_1 = \rho_1 \operatorname{cis} \theta_1$ et $z_2 = \rho_2 \operatorname{cis} \theta_2$. Donnez, lorsqu'elle existe, la pente de la droite passant par z_1 et z_2 en fonction de $\rho_1, \theta_1, \rho_2, \theta_2$.

/3

Mathématiques Élémentaires

Test n° 5

(11 octobre 2010)

Nom : _____

Prénom : _____

Section : _____

/3

Question 2.

- (a) Donnez la table de vérité de $P \vee Q \Leftrightarrow \neg P \wedge Q$.
- (b) Donnez une proposition « simple » équivalente à (a).

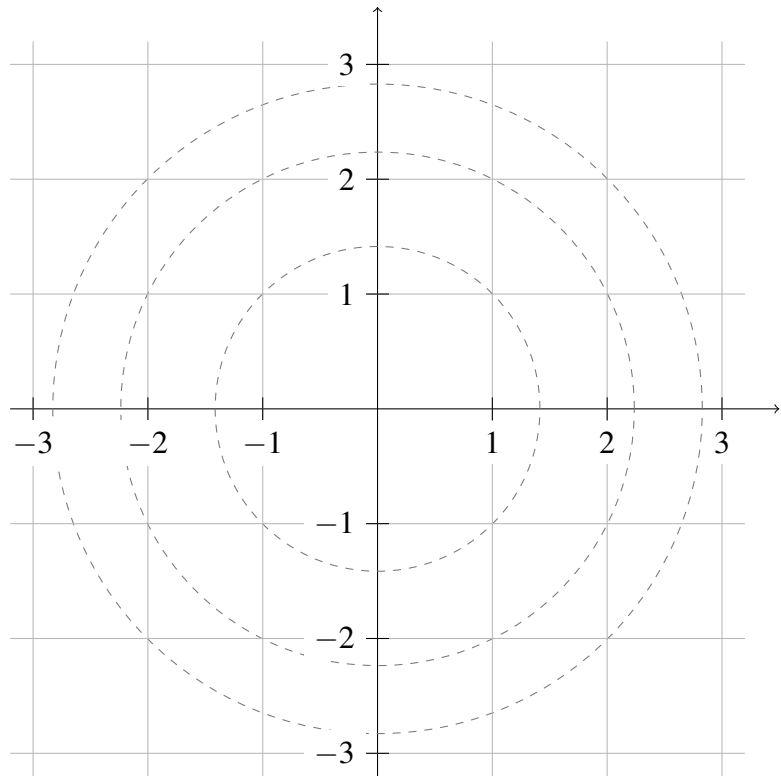
Question 3. Donnez, en bon français, la contraposée de la phrase « si je réussis, alors je partirai en vacances ».

/2

Nom :	_____
Prénom :	_____
Section :	_____

Question 4. Résoudre, dans \mathbb{C} , l'équation $X^3 = -2 + 2i$. Représentez les solutions dans le plan complexe.

/6



Nom :	_____
Prénom :	_____
Section :	_____

Question 5. Soient les matrices

/4

$$A = \begin{pmatrix} -3 & 0 \\ -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad C = (1 \ 0 \ -2), \quad D = \begin{pmatrix} -2 \\ -3 \\ -4 \end{pmatrix}.$$

Calculez, si possible, $B \cdot A^t$, $A \cdot D$, $C \cdot D$ et $D \cdot C$.

Question 6. Calculez

/3

■ $\partial_t^2(\sin(\lambda t))$

■ $\partial_u(\exp(3u^2) \cdot \sin(\cos(au))) =$

Nom : _____

Prénom : _____

Section : _____

/6

Question 7. Soient les droites

$$D_1 \equiv x - my + m^2 = 0,$$

$$D_2 \equiv x + m^2y + m = 0,$$

où m est un paramètre réel.

- (a) Pour quelle(s) valeur(s) de m les droites D_1 et D_2 sont-elles sécantes ? Expliquez votre raisonnement.
- (b) Pour les valeurs de m pour lesquelles D_1 et D_2 sont sécantes, recherchez les coordonnées du point d'intersection.

Nom : _____

Prénom : _____

Section : _____

Question 7 (suite). Poursuivez votre réponse sur cette page si nécessaire.

Question 8. La fonction $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} : x \mapsto x^4 - x^2$ est-elle injective, surjective, périodique ? Justifiez vos affirmations.

/4

Question 9.

/5

(a) Soient les droites

$$D_1 \equiv (x, y, z) = (1, -1, 2) + \lambda(-2, 1, 3), \quad \text{où } \lambda \in \mathbb{R},$$

$$D_2 \equiv (x, y, z) = (0, 3, 4) + \mu(-1, 0, 5), \quad \text{où } \mu \in \mathbb{R}.$$

Recherchez, s'il existe, le point d'intersection de ces deux droites.

(b) Soient le plan $\alpha \equiv x - 2y + 3z = \sqrt{2}$ et la droite D dont un système d'équations cartésiennes est $1 + x = 2y + 1 = z/\lambda^2$ où $\lambda \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$. Pour quelle(s) valeur(s) de λ la droite D est-elle parallèle au plan α ?