Mathématiques Élémentaires

Test n° 6 (18 octobre 2010)

Nom :	
Prénom :	
Section :	

Veuillez commencer par écrire en lettres *majuscules* votre NOM, PRÉNOM et SECTION (MATH, PHYS, INFO, ou PINFO) sur *toutes* les feuilles. Si une question est étalée sur plusieurs feuilles, veuillez grouper celles-ci lors de la remise de votre copie. Les feuilles qui ne respectent pas ces consignes seront pénalisées.

Veuillez lire attentivement les conseils ci-dessous.

- Assurez-vous que vous comprenez la question qui vous est posée et faites attention à ce que le texte que vous écrivez y réponde explicitement (par exemple : le correcteur ne doit pas avoir à conclure lui-même).
- Quand il est nécessaire de justifier, votre argumentation doit *convaincre* le lecteur. En l'absence de justification dans un tel cas, le résultat final, même correct, n'a pas de valeur.
- Veillez à rédiger *soigneusement* vos réponses ; en particulier structurez-les clairement. Notez que nous ne lirons pas vos brouillons (à faire aux dos des feuilles).
- N'employez *pas* le dos de la feuille d'une *autre question* pour finir votre réponse !

Question 1. Donnez la table de vérité de $P \wedge Q \Leftrightarrow \neg(P \vee Q)$. $/2$

Mathématiques Élémentaires

Test n° 6 (18 octobre 2010)

Nom :
Prénom :
Section :

Question 2. Calculez la dérivée de la fonction $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \mapsto \mathrm{e}^{\sqrt{x^2+p}} + \operatorname{arctg}(q/x)$ où p et q sont des paramètres réels. /3

Question 3. On considère la fonction $u : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : t \mapsto \cos(\ell t) + \sin(\ell t)$, où $\ell \in \mathbb{R}$. Montrez que u est solution de l'équation : /3

$$\forall t \in \mathbb{R},\ \partial_t^2 u(t) = -\ell^2 u(t).$$

Mathématiques Élémentaires

Test n° 6 (18 octobre 2010)

Nom :
Prénom :
Section :

Question 4. Donnez, en bon français, la contraposée et la négation de « Si je réussis les tests alors je réussirai l'examen ». /2

Question 5. /6

(a) Soit la fonction $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \mapsto \ln x$. Donnez une équation cartésienne de la tangente au graphe de f en $x = 1$.

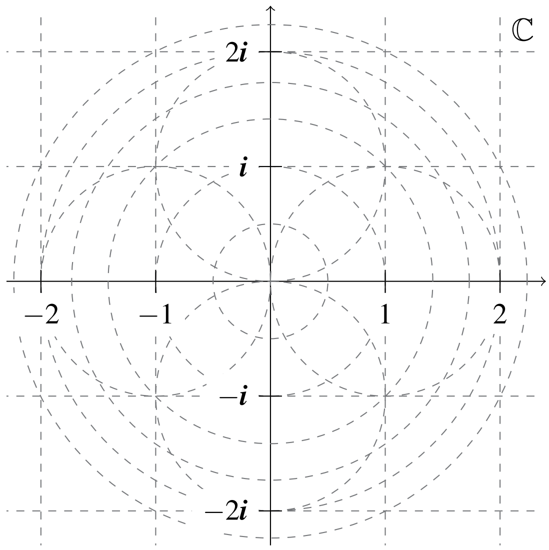
(b) Soit la fonction $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^2 : t \mapsto \big(\mathrm{e}^{-2t}, \cos(t + \pi)\big)$. Donnez une équation cartésienne de la tangente à l'image de f au point $f(0)$.

Mathématiques Élémentaires

Test n° 6 (18 octobre 2010)

Nom :
Prénom :
Section :

Question 6. Résoudre, dans $\mathbb{C}$, l'équation $X^3 = 8\boldsymbol{i}$. Donnez les solutions sous les formes $a + b\boldsymbol{i}$ et trigonométrique. Représentez ces solutions dans le plan complexe. /6



Mathématiques Élémentaires

Test n° 6 (18 octobre 2010)

Nom :
Prénom :
Section :

Question 7. Calculez les sommes suivantes : $/3$

- $\sum_{k=-5}^{t} \pi =$
- $\sum_{j=3}^{n} (j+n) =$

Question 8. Calculez les intégrales définies suivantes : $/6$

(a) $\int_0^1 e^{-2x}\,dx$

(b) $\int_2^3 \frac{\ln x}{x}\,dx$

(c) $\int_0^2 \sqrt{4-x^2}\,dx$ (aide : poser $x = 2\sin\theta$)

Nom :

Prénom :

Section :

Question 9. Soit la fonction $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \mapsto x^3 + ax^2 + bx + c$ où a, b, c sont des paramètres réels. Pour quelle(s) valeur(s) de a, b, c le graphe de f passe-t-il par les points $(1, 4)$, $(2, 15)$ et $(3, 40)$? Expliquez votre raisonnement et détaillez vos calculs. /4

Mathématiques Élémentaires

Test n$^\circ$ 6 (18 octobre 2010)

Nom :
Prénom :
Section :

Question 10. Montrez, par récurrence, que pout tout $n \in \mathbb{N}$, on a

$/5$

$$\begin{pmatrix} a & 1 \\ 0 & a \end{pmatrix}^n = \begin{pmatrix} a^n & n \cdot a^{n-1} \\ 0 & a^n \end{pmatrix}$$