

Mathématique Élémentaire

Test n° 4

(10 octobre 2011)

Nom : _____

Prénom : _____

Section : _____

Veillez commencer par écrire *lisiblement* en lettres *majuscules* votre NOM, PRÉNOM et SECTION (MATH, PHYS, INFO, ou PINFO) sur *toutes* les feuilles. Si une question est étalée sur plusieurs feuilles, veuillez grouper celles-ci lors de la remise de votre copie. Les feuilles qui ne respectent pas ces consignes seront pénalisées.

Veillez lire attentivement les conseils ci-dessous.

- Assurez-vous que vous comprenez la question qui vous est posée et faites attention à ce que le texte que vous écrivez y réponde explicitement (par exemple : le correcteur ne doit pas avoir à conclure lui-même).
- Quand il est nécessaire de justifier, votre argumentation doit *convaincre* le lecteur. En l'absence de justification dans un tel cas, le résultat final, même correct, n'a pas de valeur.
- Veillez à rédiger *soigneusement* vos réponses ; en particulier structurez-les clairement. Notez que nous ne lirons pas vos brouillons (à faire aux dos des feuilles).
- N'employez *pas* le dos de la feuille d'une *autre question* pour finir votre réponse !

Question 1. Calculez $|(-2 - i)^7|$.

/2

Question 2. Calculez, sous forme trigonométrique, $(1 + i)^n$ pour $n \in \mathbb{N}$.

/4

Nom : _____

Prénom : _____

Section : _____

Question 3. Prouvez que, pour tout $n, n' \in \mathbb{N}$, $n \neq n' \Rightarrow (1+i)^n \neq (1+i)^{n'}$.

/2

Question 4. Calculez les dérivées suivantes :

■ $\partial_x(e^{x^3+1}) =$

/3

■ $\partial_u \sin(\cos(xu)) =$

■ $\partial_t \left(\frac{\sqrt{t}}{1+t} \right) \Big|_{t=1} =$

Nom : _____

Prénom : _____

Section : _____

Question 5.

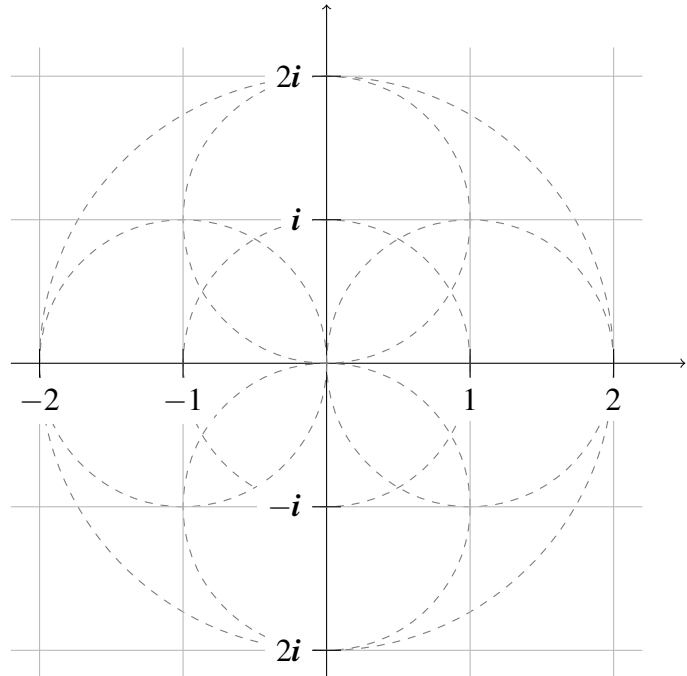
/4

- (a) Donnez une équation cartésienne du plan α passant par $(1, -1, 2)$ et parallèle au plan OYZ .
- (b) Donnez un système d'équations cartésiennes de la droite D passant par le point $(-1, 2, 3)$ et parallèle à la droite $D' \equiv (x, y, z) = (\lambda + 2, -4, 5\lambda + 1)$ où $\lambda \in \mathbb{R}$.

Nom :	_____
Prénom :	_____
Section :	_____

Question 6. Résoudre dans \mathbb{C} l'équation $X^6 = 1$. Représentez les solutions sur le graphique ci-dessous et donnez ces solutions à la fois sous forme trigonométrique et sous la forme $a + bi$, $a, b \in \mathbb{R}$.

/6



Nom : _____

Prénom : _____

Section : _____

Question 7. Soit $(\alpha, \beta) \in \mathbb{R}^2$. Dites si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses. Justifiez vos réponses.

/4

(a) Si (α, β) est solution du système

$$\begin{cases} 2x + 3y = 0, \\ 5x - 7y = 0, \end{cases}$$

alors (α, β) est orthogonal à $(1, 3/2)$.

(b) Si (α, β) est orthogonal à $(1, 3/2)$, alors (α, β) est solution du système

$$\begin{cases} 2x + 3y = 0, \\ 5x - 7y = 0. \end{cases}$$

Nom : _____

Prénom : _____

Section : _____

Question 8. Soit le système

$$\begin{cases} x + \lambda y = 2\lambda \\ \lambda x + y = 1 + \lambda^2 \end{cases}$$

où λ est un paramètre réel. Résolvez le système en fonction de $\lambda \in \mathbb{R}$ et interprétez géométriquement les résultats obtenus.

/6

Nom :	_____
Prénom :	_____
Section :	_____

Question 8 (suite). Poursuivez votre réponse sur cette page.

Question 9. Montrez que, quel que soit $n \geq 1$, on a $1^2 + 2^2 + \dots + n^2 = n(n+1)(2n+1)/6$.

/3