

Mathématiques Élémentaires

Test n° 2

(24 septembre 2012)

Nom :	_____
Prénom :	_____
Section :	_____

Veillez commencer par écrire en lettres *majuscules* votre NOM, PRÉNOM et SECTION (MATH, PHYS, INFO, ou PINFO) sur *toutes* les feuilles. Si une question est étalée sur plusieurs feuilles, veuillez grouper celles-ci lors de la remise de votre copie. Les feuilles qui ne respectent pas ces consignes seront pénalisées.

Veillez lire attentivement les conseils ci-dessous.

- Assurez-vous que vous comprenez la question qui vous est posée et faites attention à ce que le texte que vous écrivez y réponde explicitement (par exemple : le correcteur ne doit pas avoir à conclure lui-même).
- Quand il est nécessaire de justifier, votre argumentation doit *convaincre* le lecteur. En l'absence de justification dans un tel cas, le résultat final, même correct, n'a pas de valeur.
- Veillez à rédiger *soigneusement* vos réponses ; en particulier structurez-les clairement. Notez que nous ne lirons pas vos brouillons (à faire aux dos des feuilles).
- N'employez *pas* le dos de la feuille d'une *autre question* pour finir votre réponse !

Question 1. Calculez

■ $(1 + i)(4 - i) =$

■ l'inverse de $-i$ dans \mathbb{C} :

■ l'inverse de $2 - i$ dans \mathbb{C} :

■ $|1 + 5i| =$

/4

Nom : _____

Prénom : _____

Section : _____

Question 2.

/3

(a) Soient $x = (x_1, x_2, \dots, x_N)$ et $y = (y_1, y_2, \dots, y_N)$ deux vecteurs de \mathbb{R}^N . Complétez les phrases suivantes :

$x = y$ si et seulement si

$x \neq y$ si et seulement si

(b) L'affirmation suivante est-elle vraie ou fausse ? Justifiez votre réponse.

Vrai : Faux : Il existe un réel α tel que $(1, 0, 1) = \alpha(3, -6, 9) + (0, 2, -2)$.

Mathématiques Élémentaires

Test n° 2 (24 septembre 2012)

Nom : _____

Prénom : _____

Section : _____

Question 3. Prouvez que $2 + i$ est solution de l'équation $X^2 - (1 - i)X - 5i = 0$.

/2

Question 4. Prouvez que pour tout $z_1, z_2 \in \mathbb{C}$, $\overline{z_1 \cdot z_2} = \overline{z_1} \cdot \overline{z_2}$.

/2

Mathématiques Élémentaires

Test n° 2

(24 septembre 2012)

Nom : _____

Prénom : _____

Section : _____

Question 5. Résoudre en utilisant la méthode de l'équation auxiliaire :

(a) $X^2 - 5X + 6 = 0$;

(b) $3X^2 - 2iX + 5 = 0$.

/3

Mathématiques Élémentaires

Test n° 2

(24 septembre 2012)

Nom : _____

Prénom : _____

Section : _____

Question 6. Déterminez l'ensemble des x qui vérifient l'inéquation $\frac{x^2 + x}{x^2 - 1} \leq 1$. Détaillez et justifiez vos calculs.

/3

Mathématiques Élémentaires

Test n° 2

(24 septembre 2012)

Nom : _____

Prénom : _____

Section : _____

Question 7. Soit la droite D passant par les points $(4, -1)$ et $(-5, -3)$.

/3

- (a) Donnez une équation paramétrique de D et la pente de D . Expliquez votre démarche.
- (b) Donnez un vecteur directeur de D dont la norme vaut 1.

Question 8. L'affirmation suivante est-elle vraie ou fausse ? Justifiez votre réponse.

/3

Vrai : Faux : Si $-1 \leq x \leq 0$, alors $|x| \geq x^2$.

Nom : _____

Prénom : _____

Section : _____

Question 9. Soient $u, v, w \in \mathbb{R}^N$.

- (a) Définissez la norme de u , notée $\|u\|$, et le produit scalaire de u et de v , noté $(u|v)$.
- (b) Montrez que $(u|v+w) = (u|v) + (u|w)$. Détaillez votre raisonnement ainsi que les propriétés que vous utilisez.
- (c) Soient les vecteurs $x = (1, -1, 2)$ et $y = (\lambda^2, \lambda, -3)$ où $\lambda \in \mathbb{R}$. Pour quelle(s) valeur(s) de λ les vecteurs x et y sont-ils orthogonaux ? Expliquez votre démarche et détaillez vos calculs.
- (d) Montrez que $(v|v) = \|v\|^2$.

/6