

Mathématique Élémentaire

Test n° 3

(30 septembre 2013)

Nom : _____

Prénom : _____

Section : _____

Veillez commencer par écrire *lisiblement* en lettres *majuscules* votre NOM, PRÉNOM et SECTION (MATH, PHYS, INFO, ou PINFO) sur *toutes* les feuilles. Si une question est étalée sur plusieurs feuilles, veuillez grouper celles-ci lors de la remise de votre copie. Les feuilles qui ne respectent pas ces consignes seront pénalisées.

Veillez lire attentivement les conseils ci-dessous.

- Assurez-vous que vous comprenez la question qui vous est posée et faites attention à ce que le texte que vous écrivez y réponde explicitement (par exemple : le correcteur ne doit pas avoir à conclure lui-même).
- Quand il est nécessaire de justifier, votre argumentation doit *convaincre* le lecteur. En l'absence de justification dans un tel cas, le résultat final, même correct, n'a pas de valeur.
- Veillez à rédiger *soigneusement* vos réponses ; en particulier structurez-les clairement. Notez que nous ne lirons pas vos brouillons (à faire aux dos des feuilles).
- N'employez *pas* le dos de la feuille d'une *autre question* pour finir votre réponse !

Question 1.

(a) Calculez $(4 - 3i)^{-1}$.

(b) Calculez z^{-2} en fonction de \bar{z} et $|z|$. Justifiez les différentes étapes de vos calculs.

/3

Nom : _____

Prénom : _____

Section : _____

Question 2. Prouvez par récurrence que, pour tout naturel $n \geq 1$,

$$\forall z \in \mathbb{C} \setminus \{0\}, \quad |z^{-n}| = |z|^{-n}.$$

/3

Question 3. Pour chacune des affirmations suivantes, cochez la case adéquate selon que vous pensez qu'elle est vraie ou fausse. Justifiez brièvement votre choix.

/3

(a) Vrai : Faux : La condition d'existence de \sqrt{x} est $\sqrt{x} \geq 0$.

(b) Vrai : Faux : $\sqrt{4} = \pm 2$ car ± 2 sont les solutions de $x^2 = 4$.

Nom : _____

Prénom : _____

Section : _____

Question 4. Montrez que $\sqrt{5}$ n'est égal à aucune fraction rationnelle.

/3

Question 5.

/3

(a) Donnez la table de vérité de $(\neg p \wedge q) \Rightarrow (p \wedge q)$.

(b) Prouvez que la proposition $(\neg p \wedge q) \Rightarrow (p \wedge q)$ est équivalente à $q \Rightarrow p$.

Mathématique Élémentaire

Test n° 3 (30 septembre 2013)

Nom : _____
Prénom : _____
Section : _____

Question 6. Écrivez l'ensemble des solutions de

$$3(\sqrt{x}) + 1 \leq x \quad (1)$$

sous la forme d'une union disjointe d'intervalles.

/4

Nom : _____

Prénom : _____

Section : _____

Question 7.

/4

- (a) Donnez une équation cartésienne de la droite D_1 passant par $(-5, 4)$ et perpendiculaire à la droite D passant par les points $(-1, 1)$ et $(3, 9)$.
- (b) Donnez une équation paramétrique de l'axe des abscisses.

Nom : _____

Prénom : _____

Section : _____

Question 8. Soient les ensembles

$$A = \{(\alpha, \alpha + 3) \mid \alpha \in \mathbb{R}\} \quad \text{et} \quad B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid ((x, y) \mid (3, -1)) = 4\}.$$

Représentez graphiquement chaque ensemble et expliquez votre construction.

/4

Nom : _____

Prénom : _____

Section : _____

Question 9. Prouvez que

(a) $\forall z \in \mathbb{C}, z\bar{z} = |z|^2$.

(b) $\forall z \in \mathbb{C}, |z| = 0$ ssi $z = 0$.

(c) $\forall z_1, z_2 \in \mathbb{C}, z_1 z_2 = 0$ ssi $z_1 = 0$ ou $z_2 = 0$.

/5