

Mathématique Élémentaire

Test n° 4

(7 octobre 2013)

Nom : _____

Prénom : _____

Section : _____

Veillez commencer par écrire *lisiblement* en lettres *majuscules* votre NOM, PRÉNOM et SECTION (MATH, PHYS, INFO, ou PINFO) sur *toutes* les feuilles. Si une question est étalée sur plusieurs feuilles, veuillez grouper celles-ci lors de la remise de votre copie. Les feuilles qui ne respectent pas ces consignes seront pénalisées.

Veillez lire attentivement les conseils ci-dessous.

- Assurez-vous que vous comprenez la question qui vous est posée et faites attention à ce que le texte que vous écrivez y réponde explicitement (par exemple : le correcteur ne doit pas avoir à conclure lui-même).
- Quand il est nécessaire de justifier, votre argumentation doit *convaincre* le lecteur. En l'absence de justification dans un tel cas, le résultat final, même correct, n'a pas de valeur.
- Veillez à rédiger *soigneusement* vos réponses ; en particulier structurez-les clairement. Notez que nous ne lirons pas vos brouillons (à faire aux dos des feuilles).
- N'employez *pas* le dos de la feuille d'une *autre question* pour finir votre réponse !

Question 1. Complétez : « Lorsqu'on écrit un nombre complexe sous la forme trigonométrique $\rho \operatorname{cis} \theta$, la mesure principale de l'angle θ appartient à l'intervalle . »

/1

Question 2. Donnez en bon français la contraposée de la phrase « Si je réussis le test de novembre, alors je suis dispensé de l'examen ».

/2

Nom : _____

Prénom : _____

Section : _____

/5

Question 3. Soit la droite D passant par les points (α_1, β_1) et (α_2, β_2) où $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2 \in \mathbb{R}$. On suppose que $\alpha_1 \neq \alpha_2$ (il n'est par contre pas exclu que $\beta_1 = \beta_2$).

- (a) Donnez, en fonction de $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2$, un vecteur directeur et un vecteur normal de D .
- (b) Donnez une équation cartésienne de D . Expliquez votre démarche.
- (c) Donnez, en fonction de $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2$, les coordonnées du point d'intersection entre D et l'axe des y .

Nom :	_____
Prénom :	_____
Section :	_____

Question 4.

/7

(a) Sans résoudre les inéquations, expliquez pourquoi on n'a pas

$$\forall x \in [0, +\infty[, \quad \sqrt{x} \leq x - 1 \Leftrightarrow x \leq (x - 1)^2.$$

(b) Écrivez l'ensemble A ci-dessous sous la forme d'une union disjointe d'intervalles (moins il y en a, mieux c'est). Expliquez les différentes étapes de votre résolution.

$$A := \left\{ x \in \mathbb{R} \mid \sqrt{x} \leq x - 1 \text{ et } \frac{1}{|x| - 1} \leq |x| \right\}.$$

Nom : _____

Prénom : _____

Section : _____

Question 4 (suite). Pourvivez votre réponse sur cette page.

Question 5.

■ Soit $f : D \rightarrow \mathbb{R}$ une fonction où $D \subseteq \mathbb{R}$. Définissez « f est une fonction croissante ».

■ Peut-on dire que la fonction $f : \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R} : x \mapsto -1/x$ est croissante ? Justifiez votre réponse.

/3

Question 6. Les affirmations suivantes sont-elles vraies ou fausses ? Justifiez vos réponses.

/6

(a) Vrai : Faux : Le point $(\frac{1}{4}, \frac{7}{2})$ appartient à la droite $D \equiv (x, y) = (-5, 0) + \lambda(-3, -2)$ où $\lambda \in \mathbb{R}$.

(b) Vrai : Faux : Le vecteur $(\pi^{-1}, 2\pi^{-1})$ est un vecteur directeur de la droite $D \equiv x = y/2 - 5$.

(c) Vrai : Faux : Les droites $D_1 \equiv (x, y) = (7, -1) + \mu(-3, -2)$, $\mu \in \mathbb{R}$ et $D_2 \equiv -4x + 6y = 1$ sont confondues.

Question 7. Calculez

(a) l'argument de $1 - \sqrt{3}i$ et $\sqrt{3} + i$

(b) la forme trigonométrique de

■ $1 - \sqrt{3}i$

■ $\overline{1 - \sqrt{3}i}$

■ $(1 - \sqrt{3}i)^{-1}$

■ $-1 + \sqrt{3}i$

(c) l'argument des complexes z qui vérifient l'équation $\operatorname{Re} z = \sqrt{3} \operatorname{Im} z$. Expliquez votre démarche.

Question 8. Soit le système

$$\begin{cases} x - \lambda y + \lambda^2 = 0 \\ x + \lambda^2 y + \lambda = 0 \end{cases}$$

où λ est un paramètre réel.

- (a) Pour quelle(s) valeur(s) de λ le système possède-t-il une infinité de solutions ? Expliquez votre raisonnement.
- (b) Pour la ou les valeurs trouvées au point précédent, donnez l'ensemble des solutions du système.

/4