

Mathématique Élémentaire

Test n° 6

(21 octobre 2013)

Nom : _____

Prénom : _____

Section : _____

Veillez commencer par écrire *lisiblement* en lettres *majuscules* votre NOM, PRÉNOM et SECTION (MATH, PHYS, INFO, ou PINFO) sur *toutes* les feuilles. Si une question est étalée sur plusieurs feuilles, veuillez grouper celles-ci lors de la remise de votre copie. Les feuilles qui ne respectent pas ces consignes seront pénalisées.

Veillez lire attentivement les conseils ci-dessous.

- Assurez-vous que vous comprenez la question qui vous est posée et faites attention à ce que le texte que vous écrivez y réponde explicitement (par exemple : le correcteur ne doit pas avoir à conclure lui-même).
- Quand il est nécessaire de justifier, votre argumentation doit *convaincre* le lecteur. En l'absence de justification dans un tel cas, le résultat final, même correct, n'a pas de valeur.
- Veillez à rédiger *soigneusement* vos réponses ; en particulier structurez-les clairement. Notez que nous ne lirons pas vos brouillons (à faire aux dos des feuilles).
- N'employez *pas* le dos de la feuille d'une *autre question* pour finir votre réponse !

Question 1. Calculez

(a) $\sum_{i=3}^{n+3} 1 =$

(b) $\sum_{i=3}^{n+3} (i+2) =$

/2

Nom :	_____
Prénom :	_____
Section :	_____

Question 2. Prouvez par récurrence sur $n \in \mathbb{N}$ que $\sum_{i=0}^n i^3 = \left(\sum_{i=0}^n i\right)^2$.

/3

Question 3. Écrivez l'ensemble $A = \{x \in \mathbb{R} \mid \arcsin(x) \geq -\pi/3\}$ ci-après sous la forme d'une union disjointe d'intervalles (moins il y en a, mieux c'est). Justifiez les différentes étapes de votre raisonnement.

/2

Nom : _____
Prénom : _____
Section : _____

Question 4. Résolvez le système suivant en fonction du paramètre $\lambda \in \mathbb{R}$:

/4

$$\begin{cases} x + \lambda y = \lambda \\ \lambda x - y = 0 \\ \lambda x + \lambda y = 1 \end{cases}$$

Nom : _____

Prénom : _____

Section : _____

Question 5. Soit la fonction $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} : x \mapsto \text{tg}(xe^{-x^2})$. Déterminez toutes les abscisses $a \in \text{Dom } f$ telles que la tangente au graphe de f en $(a, f(a))$ soit perpendiculaire à la droite D d'équation $x = 1$.

/5

Nom : _____

Prénom : _____

Section : _____

Question 6.

/4

(a) Prouvez que $(2 - i)^4 = -7 - 24i$.

(b) Donnez sous forme cartésienne les solutions dans \mathbb{C} de $Z^4 = -7 - 24i$.

Nom : _____

Prénom : _____

Section : _____

Question 7. Montrez qu'il existe un seul polynôme p de degré 3 de la forme $p(x) = ax^3 + bx^2 + cx + 1$ vérifiant $p(1) = -1$, $p(2) = -3$ et $p(3) = 9$. Expliquez votre démarche et détaillez vos calculs.

/4