

Mathématique Élémentaire

Test n° 3

(29 septembre 2014)

Nom : _____

Prénom : _____

Section : _____

Veillez commencer par écrire *lisiblement* en lettres *majuscules* votre NOM, PRÉNOM et SECTION (MATH, PHYS, INFO, ou PINFO) sur *toutes* les feuilles. Si une question est étalée sur plusieurs feuilles, veuillez grouper celles-ci lors de la remise de votre copie. Les feuilles qui ne respectent pas ces consignes seront pénalisées.

Veillez lire attentivement les conseils ci-dessous.

- Assurez-vous que vous comprenez la question qui vous est posée et faites attention à ce que le texte que vous écrivez y réponde explicitement (par exemple : le correcteur ne doit pas avoir à conclure lui-même).
- Quand il est nécessaire de justifier, votre argumentation doit *convaincre* le lecteur. En l'absence de justification dans un tel cas, le résultat final, même correct, n'a pas de valeur.
- Veillez à rédiger *soigneusement* vos réponses ; en particulier structurez-les clairement. Notez que nous ne lirons pas vos brouillons (à faire aux dos des feuilles).
- N'employez *pas* le dos de la feuille d'une *autre question* pour finir votre réponse !

Question 1. Calculez la forme trigonométrique de

■ $1 + \mathbf{i} =$

■ $(1 + \mathbf{i})^2 =$

■ $(1 + \mathbf{i})^8 =$

■ $(1 + \mathbf{i})^{34} =$

■ $\text{cis}\left(-\frac{5\pi}{3}\right) =$

/5

Nom : _____

Prénom : _____

Section : _____

Question 2.

/4

- (a) Donnez une équation cartésienne de la droite D_1 passant par $(42, \pi)$ et parallèle à la droite $D \equiv (x, y) = (0, 3\lambda)$, où $\lambda \in \mathbb{R}$.
- (b) Donnez une équation paramétrique de la droite D_2 passant par $(-3, 2)$ et perpendiculaire à la droite D' passant par $(-1, 1)$ et $(4, 9)$.

Nom : _____

Prénom : _____

Section : _____

Question 3. Calculez la forme algébrique (forme $a + b\mathbf{i}$) de

■ $\text{cis}\left(-\frac{5\pi}{3}\right) =$

■ $\text{cis}\frac{\pi}{3} =$

■ $\text{cis}\frac{2\pi}{3} =$

/3

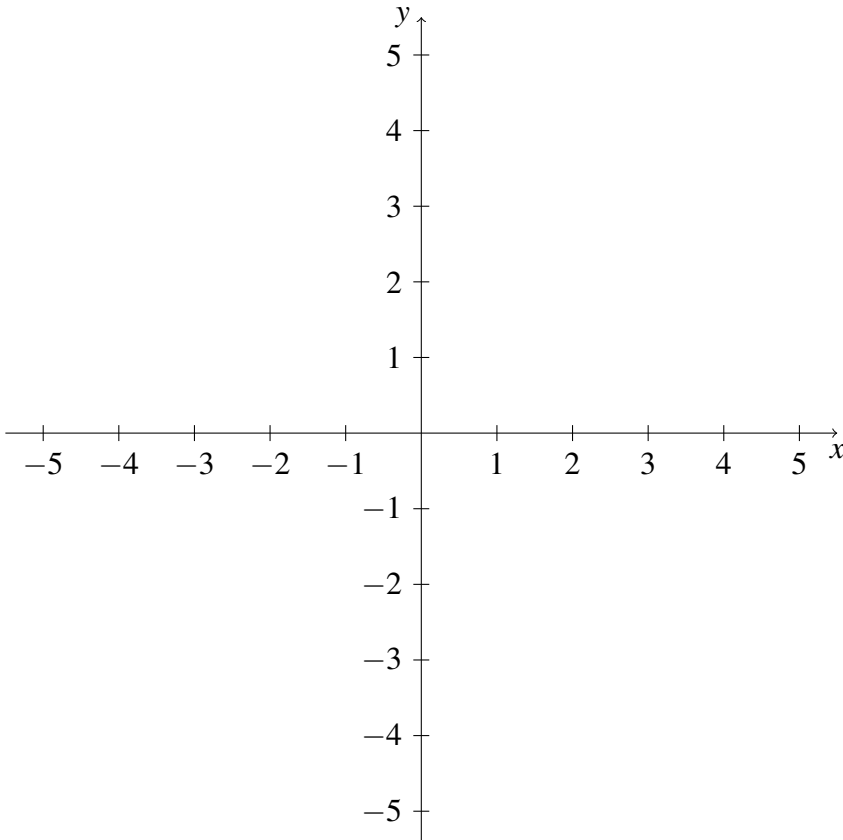
Question 4. Prouvez que, pour tout $z_1, z_2 \in \mathbb{C}$, $\overline{z_1 \cdot z_2} = \overline{z_1} \cdot \overline{z_2}$.

/3

Nom :	_____
Prénom :	_____
Section :	_____

Question 5. On considère la fonction $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} : x \mapsto \frac{|x|}{x+1}$. Esquissez le graphe de f ci-dessous en veillant à ce que ses caractéristiques importantes soient correctement représentées. Expliquez votre démarche.

/5



Nom : _____

Prénom : _____

Section : _____

Question 6. Soient D et D' deux droites du plan d'équations respectives $D \equiv ax + by + c = 0$ et $D' \equiv a'x + b'y + c' = 0$.

/6

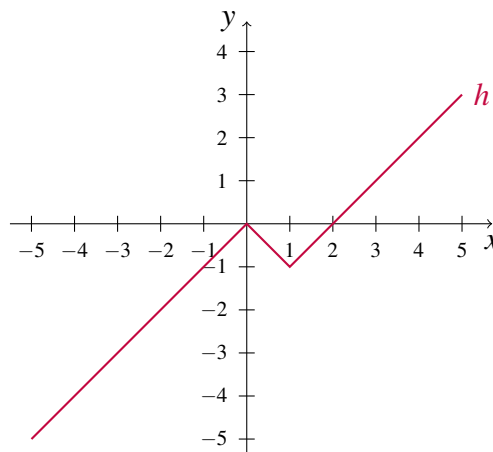
- (a) Donnez, en fonction de a , b et c , un vecteur normal et un vecteur directeur de D .
- (b) Sous quelle(s) condition(s) sur a , b , c , la pente de D est-elle définie ? Que vaut alors cette pente ?
- (c) Sous les conditions trouvées en (b), prouvez à l'aide de la notion de produit scalaire que les droites D et D' sont perpendiculaires si et seulement si le produit de leurs pentes vaut -1 . Expliquez votre raisonnement.

Nom :	_____
Prénom :	_____
Section :	_____

Question 7.

/5

- (a) Résolvez $x - |x| < 1 - |x - 1|$. Plus précisément, écrivez l'ensemble $\{x \in \mathbb{R} \mid x - |x| < 1 - |x - 1|\}$ sous la forme d'une union disjointe d'intervalles (moins il y en a, mieux c'est). Les différentes étapes de votre calcul doivent être détaillées et justifiées ci-dessous.
- (b) le graphe de la fonction $h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} : x \mapsto x - |x| - 1 + |x - 1|$ est donné ci-dessous. Comment pouvez-vous l'utiliser pour vérifier votre réponse ? Expliquez votre démarche.



Nom :	_____
Prénom :	_____
Section :	_____

Question 8. Soit D la droite représentée ci-dessous. Donnez une équation cartésienne de D . Expliquez votre démarche.

/3

