

# Mathématique Élémentaire

Test n° 4

(6 octobre 2014)

Nom : \_\_\_\_\_

Prénom : \_\_\_\_\_

Section : \_\_\_\_\_

Veillez commencer par écrire *lisiblement* en lettres *majuscules* votre NOM, PRÉNOM et SECTION (MATH, PHYS, INFO, ou PINFO) sur *toutes* les feuilles. Si une question est étalée sur plusieurs feuilles, veuillez grouper celles-ci lors de la remise de votre copie. Les feuilles qui ne respectent pas ces consignes seront pénalisées.

Veillez lire attentivement les conseils ci-dessous.

- Assurez-vous que vous comprenez la question qui vous est posée et faites attention à ce que le texte que vous écrivez y réponde explicitement (par exemple : le correcteur ne doit pas avoir à conclure lui-même).
- Quand il est nécessaire de justifier, votre argumentation doit *convaincre* le lecteur. En l'absence de justification dans un tel cas, le résultat final, même correct, n'a pas de valeur.
- Veillez à rédiger *soigneusement* vos réponses ; en particulier structurez-les clairement. Notez que nous ne lirons pas vos brouillons (à faire aux dos des feuilles).
- N'employez *pas* le dos de la feuille d'une *autre question* pour finir votre réponse !

Question 1. Calculez

(a) ■  $\frac{8^{1/3} \cdot (4^{-2})^{1/4}}{2^{-1}} =$

■  $32^{-4/5} =$

(b) la forme trigonométrique de

■  $\sqrt{2} - \sqrt{6}\mathbf{i} =$

■  $(\sqrt{2} - \sqrt{6}\mathbf{i})^{-2} =$

■  $\cos \frac{\pi}{9} - \mathbf{i} \sin \frac{\pi}{9} =$

(c) la forme algébrique de  $(3 - 3\mathbf{i})^{-1} =$

/6

Nom : \_\_\_\_\_

Prénom : \_\_\_\_\_

Section : \_\_\_\_\_

Question 2. Soit le système

$$\begin{cases} x + 2y = 4 \\ 5x - 3y = 1 \end{cases}$$

/4

(a) Résolvez ce système dans le plan  $\mathbb{R}^2$ . Interprétez géométriquement les résultats obtenus.

(b) Résolvez ce système dans l'espace  $\mathbb{R}^3$ . Interprétez géométriquement les résultats obtenus.

Question 3. Complétez les affirmations suivantes par « beaucoup plus grand », « beaucoup plus petit » ou « à peu près la même chose », afin qu'elles soient vraies.

/4

■ Si  $x \approx 0$ , alors  $x^3$  est  que  $x^2$ .

■ Si  $x > 0$  est très grand, alors  $x^{2014}$  est  que  $e^x$ .

■ Si  $x \approx 0$ , alors  $\sqrt{x}$  est  que  $x$ .

■ Si  $x > 0$  est très grand, alors  $\frac{1}{x}$  est  que  $\frac{1}{x^2}$ .

■ Si  $x \approx 0$ , alors  $\left| \frac{x}{x^3 + 1} \right|$   que  $|x|$ .

■ Si  $x \approx -1$ , alors  $\left| \frac{x}{x^3 + 1} \right|$   que  $|x|$ .

■ Si  $x > 0$  est très grand, alors  $\left| \frac{x}{x^3 + 1} \right|$   que  $|x|$ .

■ Si  $x > 0$  est très grand, alors  $\frac{1}{x}$  est  que  $e^{-x}$ .

Nom :	_____
Prénom :	_____
Section :	_____

Question 4. Prouvez par récurrence que, pour tout  $n \in \mathbb{N}$ , la somme de tous les naturels de 0 à  $n$ , c'est-à-dire  $0 + 1 + 2 + \dots + n$ , vaut  $\frac{n(n+1)}{2}$ .

/ 3

Question 5. On a vu que, pour tout nombre complexe  $z$  tel que  $z \notin \mathbb{R}_0^+$ , on a les deux égalités

$$z^{-1} = \frac{\bar{z}}{|z|^2} \quad \text{et} \quad z^{-1} = |z|^{-1} \text{cis}(2\pi - \text{Arg } z).$$

Que pouvez-vous déduire de ces deux égalités ?

/ 1

# Mathématique Élémentaire

Test n° 4

(6 octobre 2014)

Nom : \_\_\_\_\_

Prénom : \_\_\_\_\_

Section : \_\_\_\_\_

Question 6. Résolvez l'inéquation  $\sqrt{x+2} \leq |x| - 1$ . L'ensemble des solutions doit être exprimé sous la forme d'une union disjointe d'intervalles (moins il y en a, mieux c'est). Expliquez et justifiez votre démarche.

/5

Nom : \_\_\_\_\_

Prénom : \_\_\_\_\_

Section : \_\_\_\_\_

Question 7.

/4

- (a) Donnez une équation cartésienne du plan  $\alpha$  passant par  $(1, -1, 2)$  et parallèle au plan  $OYZ$ .
- (b) Donnez un système d'équations cartésiennes de la droite  $D$  passant par le point  $(-1, 2, 3)$  et parallèle à la droite  $D' \equiv (x, y, z) = (\lambda + 2, -4, 5\lambda + 1)$  où  $\lambda \in \mathbb{R}$ .

Nom : \_\_\_\_\_

Prénom : \_\_\_\_\_

Section : \_\_\_\_\_

Question 8. Soient les droites  $D_1 \equiv \lambda x + 2y = 4$  et  $D_2 \equiv \lambda x + (\lambda + 1)y = \lambda + 3$  où  $\lambda$  est un paramètre réel. Donnez l'ensemble  $D_1 \cap D_2$  en fonction de  $\lambda \in \mathbb{R}$ . Expliquez votre démarche et détaillez vos calculs.

/5

Nom : \_\_\_\_\_

Prénom : \_\_\_\_\_

Section : \_\_\_\_\_

Question 9. Soient les ensembles

$$S_1 := \{(2 - \alpha, \alpha + 3) \mid \alpha \in \mathbb{R}\} \quad \text{et} \quad S_2 := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid \langle (x, y) \mid (1, -4) \rangle = 0\}.$$

Représentez graphiquement chaque ensemble en expliquant la démarche qui mène à votre construction.

/4