

# Mathématique Élémentaire

Test n° 2

(21 septembre 2015)

Nom : \_\_\_\_\_

Prénom : \_\_\_\_\_

Section : \_\_\_\_\_

Veillez commencer par écrire *lisiblement* en lettres *majuscules* votre NOM, PRÉNOM et SECTION (MATH, PHYS, INFO, ou PINFO) sur *toutes* les feuilles. Si une question est étalée sur plusieurs feuilles, veuillez grouper celles-ci lors de la remise de votre copie. Les feuilles qui ne respectent pas ces consignes seront pénalisées.

Veillez lire attentivement les conseils ci-dessous.

- Assurez-vous que vous comprenez la question qui vous est posée et faites attention à ce que le texte que vous écrivez y réponde explicitement (par exemple : le correcteur ne doit pas avoir à conclure lui-même).
- Quand il est nécessaire de justifier, votre argumentation doit *convaincre* le lecteur. En l'absence de justification dans un tel cas, le résultat final, même correct, n'a pas de valeur.
- Veillez à rédiger *soigneusement* vos réponses ; en particulier structurez-les clairement. Notez que nous ne lirons pas vos brouillons (à faire aux dos des feuilles).
- N'employez *pas* le dos de la feuille d'une *autre question* pour finir votre réponse !

Question 1.

(a) Complétez la phrase suivante :

$$(u_1, u_2, u_3) = (v_1, v_2, v_3) \quad \text{ssi}$$

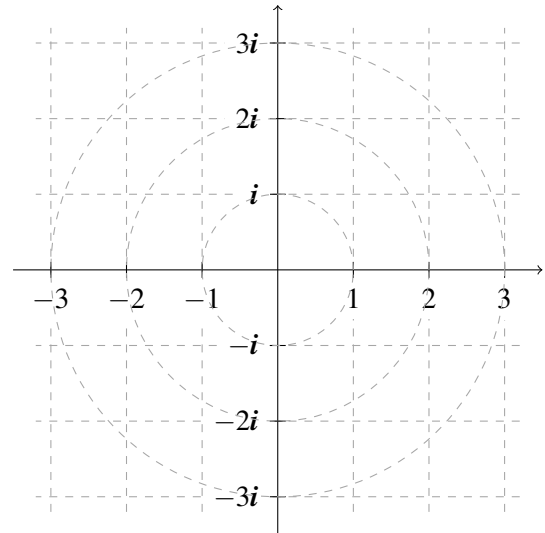
(b) L'affirmation suivante est-elle vraie ou fausse ? Justifiez votre réponse.

$$\text{Il existe un réel } \lambda \text{ tel que } (1, 0, 1) = (0, 2, -2) + \lambda(3, -6, 9).$$

/3

Question 2. Placez dans le plan complexe ci-dessous les complexes suivants :  $3$ ,  $1 - i$ ,  $1 + i$ ,  $\frac{\sqrt{2}}{2} - i\frac{\sqrt{2}}{2}$ . Pour chacun de ces nombres, calculez son module.

/4



Question 3. Calculez, dans  $\mathbb{C}$ ,

■  $(1 - 3i) + (-2 + 4i) =$

■  $(1 - 3i) \cdot (-2 + 4i) =$

■  $\overline{1 - 6i} =$

■  $|(1 - i)(1 + i)| =$

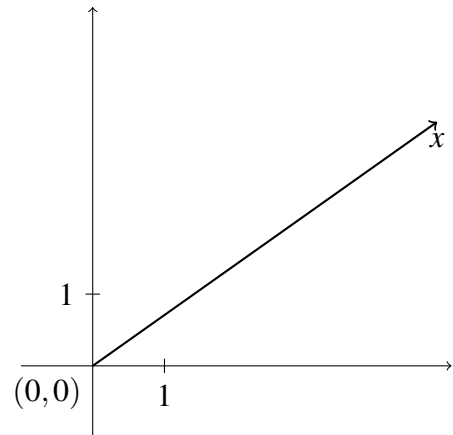
/4

Nom :	_____
Prénom :	_____
Section :	_____

Question 4.

/4

- (a) Soit  $u \in \mathbb{R}^n$ . Supposons que  $u \neq 0$ . Montrez que le vecteur  $v = \frac{u}{\|u\|}$  est de norme 1. Énoncez clairement les propriétés que vous utilisez et détaillez vos calculs.
- (b) Soit  $x \in \mathbb{R}^2$  le vecteur représenté ci-dessous. Sur ce même graphique, construisez de façon géométrique le vecteur  $v = x/\|x\|$ . Expliquez votre démarche.



Nom :	_____
Prénom :	_____
Section :	_____

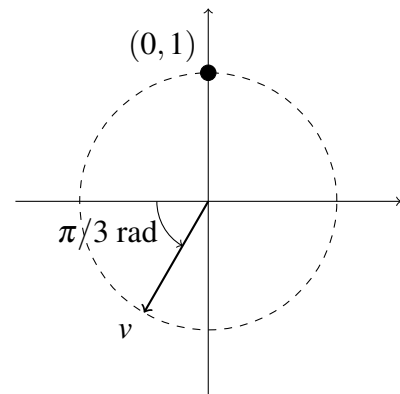
Question 5.

/5

(a) Soient les vecteurs  $u = (0, -3, 1, 7)$  et  $v = (4, -1, 5, 2)$ . Calculez :

- $(u | -v) =$
- $\|u + v\| =$
- $\|u\| + \|v\| =$

(b) Donnez les composantes du vecteur  $v$  défini sur la figure ci-contre. Expliquez votre démarche.



Question 6.

/4

(a) Prouvez que, pour tout  $z_1, z_2 \in \mathbb{C}$ ,  $|z_1 z_2| = |z_1| |z_2|$ .

(b) Prouvez que, pour tout  $z \in \mathbb{C}$ ,  $z \bar{z} = |z|^2$ .

# Mathématique Élémentaire

Test n° 2 (21 septembre 2015)

---

Nom : \_\_\_\_\_

Prénom : \_\_\_\_\_

Section : \_\_\_\_\_

Question 7. Donnez une formule pour calculer  $(-i)^n$  pour  $n \in \mathbb{N}$ . Expliquez votre démarche.

/3

Nom : \_\_\_\_\_

Prénom : \_\_\_\_\_

Section : \_\_\_\_\_

Question 8. Résoudre dans  $\mathbb{C}$  l'équation

$$X^2 - (1 - i)X - \frac{1}{2}i = 0.$$

/3

Question 9. Montrez que  $\sqrt{3} + \sqrt{7}$  est une solution de l'équation  $X^4 - 20X^2 + 16 = 0$ .

/3