

# Mathématique Élémentaire

Test n° 2

(26 septembre 2016)

Nom : \_\_\_\_\_

Prénom : \_\_\_\_\_

Section : \_\_\_\_\_

Veillez commencer par écrire *lisiblement* en lettres *majuscules* votre NOM, PRÉNOM et SECTION (MATH, PHYS, INFO, PINFO) sur *toutes* les feuilles. Si une question est étalée sur plusieurs feuilles, veuillez grouper celles-ci lors de la remise de votre copie. Faites également attention à ne *pas* finir votre réponse sur la feuille d'une *autre question* ! Les feuilles qui ne respectent pas ces consignes seront pénalisées.

Veillez lire attentivement les conseils ci-dessous.

- Assurez-vous que vous comprenez la question qui vous est posée et faites attention à ce que le texte que vous écrivez y réponde explicitement (par exemple : le correcteur ne doit pas avoir à conclure lui-même).
- Quand il est nécessaire de justifier, votre argumentation doit *convaincre* le lecteur. En l'absence de justification dans un tel cas, le résultat final, même correct, n'a pas de valeur.
- Veillez à rédiger *soigneusement* vos réponses ; en particulier structurez-les clairement. Notez que nous ne lirons pas vos brouillons (à faire aux dos des feuilles).

Question 1. Calculer

■  $(3 + i) + (5 - 7i) =$

■  $(3 + i) - \left(\frac{5}{2} + \frac{2}{3}i\right) =$

■  $(3 + i) \cdot \left(\frac{5}{2} + \frac{2}{3}i\right) =$

■  $\overline{-4i + 7} =$

■  $|1 + i| =$

■  $|1 - i| =$

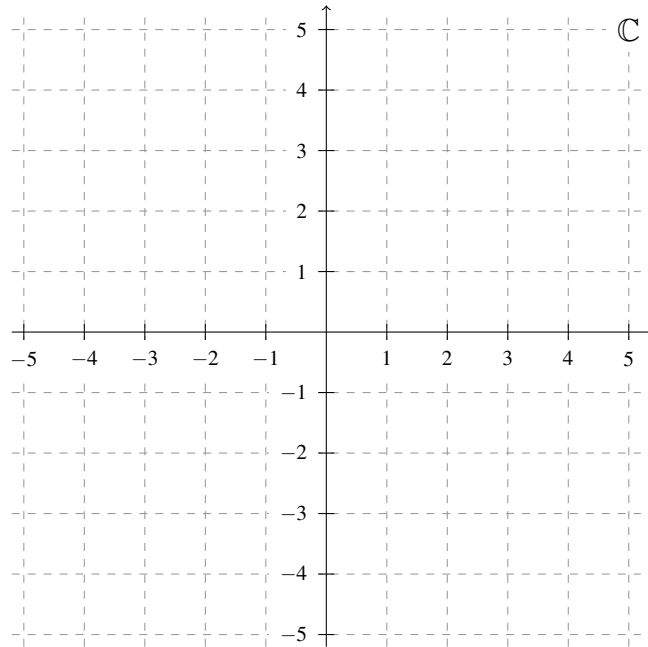
■  $|(1 - i)^3| =$

/4

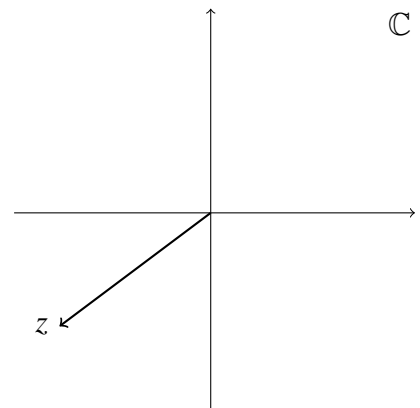
Nom :	_____
Prénom :	_____
Section :	_____

Question 2.

(a) Dans le plan ci-dessous, représentez  $3 + i$ ,  $1 - i$ ,  $1 + i$ .



(b) Pour le complexe  $z$  qui est dessiné ci-dessous, représentez  $\bar{z}$ . Expliquez votre démarche.



Nom :	_____
Prénom :	_____
Section :	_____

Question 3. Soit  $v = (v_1, v_2) \in \mathbb{R}^2$ .

/4

(a) Complétez les phrases suivantes :

$v = 0$  ssi

$v \neq 0$  ssi

(b) Soit  $u \in \mathbb{R}^2$  le vecteur défini par  $u = (\lambda^3 - \lambda^2, \lambda^2 + \lambda)$  où  $\lambda \in \mathbb{R}$ . Pour quelle(s) valeur(s) de  $\lambda$  a-t-on  $u = 0$ ? Expliquez votre raisonnement et détaillez vos calculs.

Nom :	_____
Prénom :	_____
Section :	_____

Question 4.

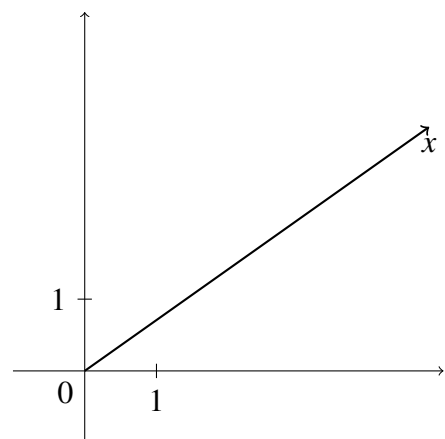
(a) Soient les vecteurs  $u = (-2, 5, 1, -7)$  et  $v = (1, 0, 4, -3)$ . Calculer

■  $(u | 2v) =$

■  $\|u + v\| =$

(b) Soient  $x = (x_1, x_2)$  et  $y = (y_1, y_2)$  deux vecteurs de  $\mathbb{R}^2$ . Montrez que  $\|x - y\| = \|y - x\|$ .  
Veuillez citer les définitions et les résultats que vous utilisez.

(c) Soit  $x \in \mathbb{R}^2$  le vecteur représenté ci-dessous. Construisez, sur ce même graphique, le vecteur  $v = x/\|x\|$ . Expliquez comment vous réalisez votre construction.



Question 5. Soit la droite  $D \equiv (x,y) = (-4,3) + \lambda(-2,7)$ , où  $\lambda \in \mathbb{R}$ .

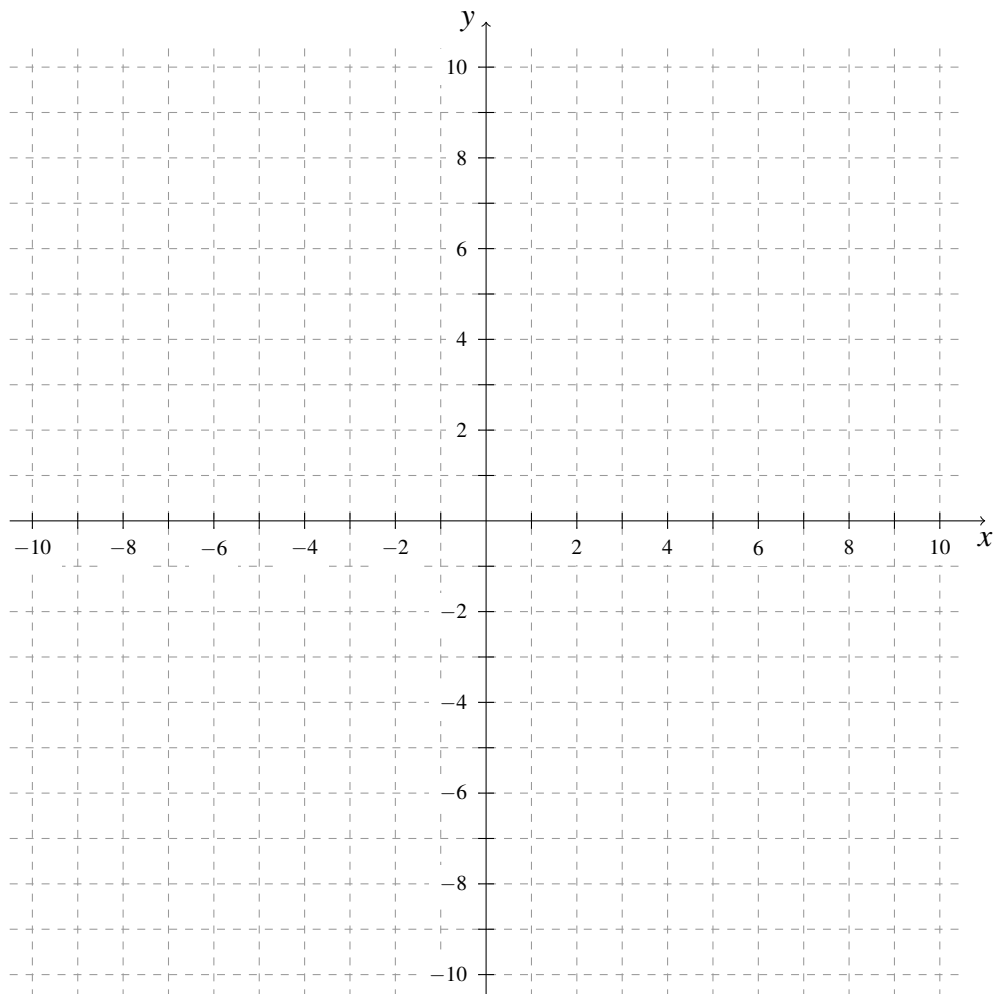
/5

(a) Dites si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses. Justifiez vos réponses.

(i) Vrai :  Faux :  Le point  $(-\frac{10}{3}, \frac{2}{3})$  appartient à la droite  $D$ .

(ii) Vrai :  Faux :  Le vecteur  $(\frac{2\pi}{7}, -\pi)$  est un vecteur directeur de  $D$ .

(b) Représentez graphiquement la droite  $D$  dans le repère ci-dessous. Expliquez votre démarche.



Nom :	_____
Prénom :	_____
Section :	_____

Question 6.

/5

- (a) Prouvez que, pour tout  $z_1, z_2 \in \mathbb{C}$ ,  $\overline{z_1 \cdot z_2} = \overline{z_1} \cdot \overline{z_2}$ .
- (b) À partir de (a), prouvez que, pour tout  $z \in \mathbb{C}$ ,  $\overline{z^4} = \overline{z}^4$ .

# Mathématique Élémentaire

Test n° 2 (26 septembre 2016)

Nom : \_\_\_\_\_

Prénom : \_\_\_\_\_

Section : \_\_\_\_\_

Question 7. Prouvez que  $1 - i$  est solution (dans  $\mathbb{C}$ ) de l'équation  $X^2 - 2X + 2 = 0$ .

/3

Question 8. Résoudre, dans  $\mathbb{C}$ , l'équation  $3X^2 - iX + 4 = 0$ .

/4