

# Mathématique Élémentaire

Test n° 3

(3 octobre 2016)

Nom :	_____
Prénom :	_____
Section :	_____

Veillez commencer par écrire *lisiblement* en lettres *majuscules* votre NOM, PRÉNOM et SECTION (MATH, PHYS, INFO, PINFO) sur *toutes* les feuilles. Si une question est étalée sur plusieurs feuilles, veuillez grouper celles-ci lors de la remise de votre copie. Faites également attention à ne *pas* finir votre réponse sur la feuille d'une *autre question* ! Les feuilles qui ne respectent pas ces consignes seront pénalisées.

Veillez lire attentivement les conseils ci-dessous.

- Assurez-vous que vous comprenez la question qui vous est posée et faites attention à ce que le texte que vous écrivez y réponde explicitement (par exemple : le correcteur ne doit pas avoir à conclure lui-même).
- Quand il est nécessaire de justifier, votre argumentation doit *convaincre* le lecteur. En l'absence de justification dans un tel cas, le résultat final, même correct, n'a pas de valeur.
- Veillez à rédiger *soigneusement* vos réponses ; en particulier structurez-les clairement. Notez que nous ne lirons pas vos brouillons (à faire aux dos des feuilles).

Question 1. Calculez le module de  $2 - 3i$  ainsi que l'inverse de ce nombre dans  $\mathbb{C}$ . Faites de même pour  $(1 + 2i)^{-1}$ .

/3

Nom : \_\_\_\_\_

Prénom : \_\_\_\_\_

Section : \_\_\_\_\_

Question 2. Soit la droite  $D$  passant par les points  $(x_1, y_1)$  et  $(x_2, y_2)$  où  $x_1, y_1, x_2, y_2 \in \mathbb{R}$  et  $x_1 \neq x_2$  (il n'est par contre pas exclu que  $y_1 = y_2$ ).

■ Donnez une équation paramétrique et une équation cartésienne de  $D$ . Expliquez votre démarche.

■ Donnez, en fonction de  $x_1, y_1, x_2, y_2$ , les coordonnées du point d'intersection entre  $D$  et l'axe des  $y$ . Expliquez.

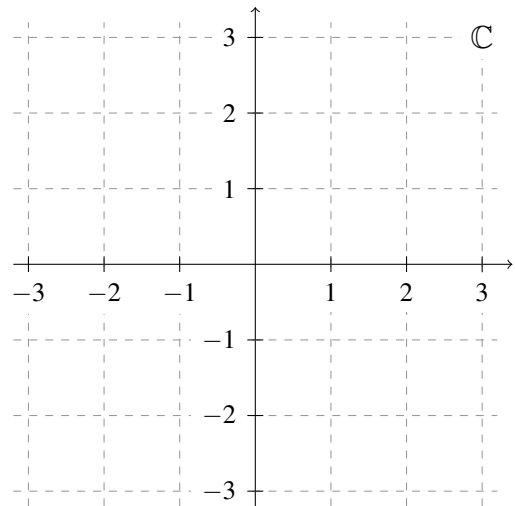
/4

Nom :	_____
Prénom :	_____
Section :	_____

Question 3.

/2

- (a) Représentez géométriquement dans le plan complexe l'ensemble  $A := \{z \in \mathbb{C} \mid \text{Arg}(z) = 3\pi/2\}$ .
- (b) A-t-on que  $0 \in A$  ? Expliquez votre réponse.



Question 4. Soit  $z = a + bi \neq 0$ . On a vu que  $z$  admet une forme dite « trigonométrique » unique

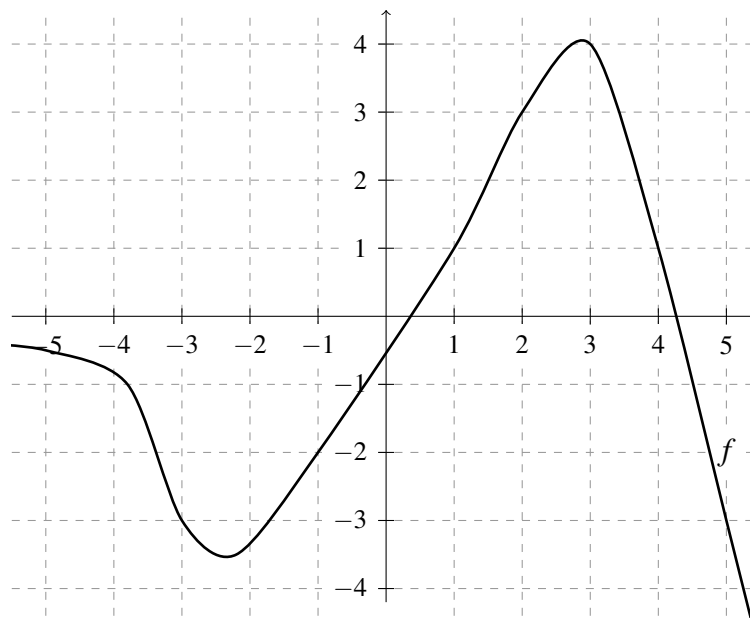
/2

$$z = |z|(\cos(\text{Arg}(z)) + \sin(\text{Arg}(z))i)$$

(vous ne devez donc pas reprouver cette affirmation). Quelle relation lie  $a$  et  $b$  à  $|z|$  et  $\arg(z)$  ? Justifiez votre réponse.

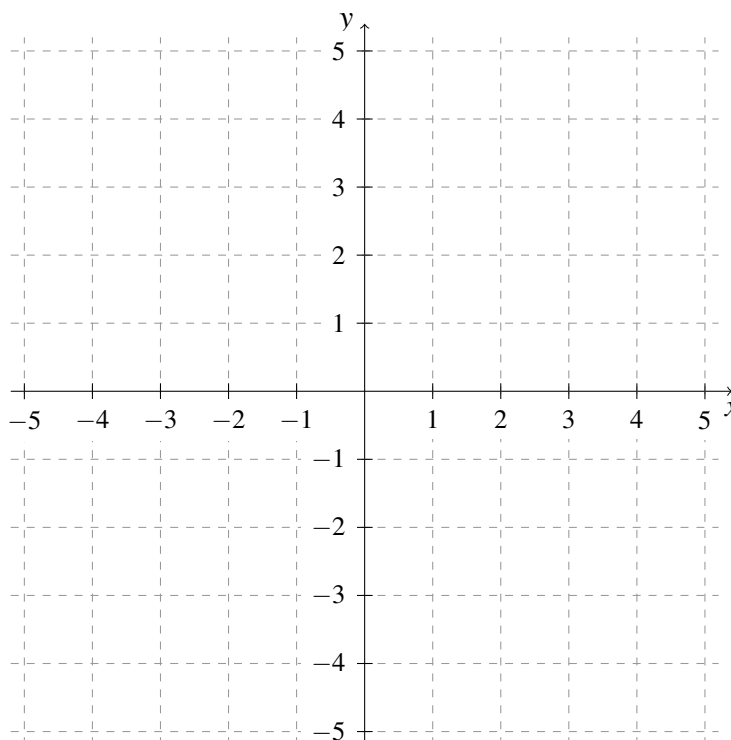
/2

Question 5. Soit  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  dont le graphe est esquissé ci-dessous. À partir de celui-ci, écrivez l'ensemble  $A := \{x \in \mathbb{R} \mid |f(x)| \leq \frac{1}{2}(3-x)\}$  sous la forme d'une union disjointe d'intervalles. Expliquez votre démarche.



/3

Question 6. Soit l'ensemble  $A = \{(\alpha, \beta) \in \mathbb{R}^2 \mid (\alpha, \beta) \text{ est un vecteur normal de la droite d'équation } x + y = 3\}$ . Décrivez géométriquement cet ensemble et représentez le graphiquement. Détaillez les arguments qui vous permettent de décrire l'objet représenté.



Nom : \_\_\_\_\_

Prénom : \_\_\_\_\_

Section : \_\_\_\_\_

Question 7.

/4

- (a) Soit la droite  $D_1 \equiv -3y - 2x = 1 - 6y + 5x$ . Donnez une équation paramétrique de  $D_1$ . Expliquez votre démarche.
- (b) Soit la droite  $D_2 \equiv (x, y) = (2\lambda - 1, -4 - 4\lambda)$  où  $\lambda \in \mathbb{R}$ . Donnez une équation cartésienne de la droite  $D$  parallèle à  $D_2$  et passant par le point  $(3, 0)$ .

Nom : \_\_\_\_\_

Prénom : \_\_\_\_\_

Section : \_\_\_\_\_

Question 8. Résolvez algébriquement l'inéquation suivante :

$$\frac{|x-1|}{x^2-4} \leq -1 \quad (1)$$

/4

Exprimez ses solutions sous la forme d'une union disjointe d'intervalles.

# Mathématique Élémentaire

Test n° 3

(3 octobre 2016)

Nom : \_\_\_\_\_

Prénom : \_\_\_\_\_

Section : \_\_\_\_\_

Question 9. Soit  $\lambda \in \mathbb{R}$  et soit  $z = \lambda + 1 - (\lambda^2 - 1)i$ . Déterminez les conditions que  $\lambda$  doit satisfaire afin que  $z^{-1}$  existe. Pour ce(s)  $\lambda$ , calculez explicitement  $z^{-1}$ .

/5