

# Mathématiques Élémentaires

Test n° 1

(18 septembre 2017)

Nom : \_\_\_\_\_

Prénom : \_\_\_\_\_

Section : \_\_\_\_\_

Veillez commencer par écrire en lettres *majuscules* votre NOM, PRÉNOM et SECTION (math, phys, info, pinfo) sur *toutes* les feuilles. Les feuilles sans nom seront pénalisées.

Veillez lire attentivement ces quelques consignes et conseils.

- Les calculatrices ne sont *pas* autorisées.
- Il est nécessaire de justifier vos réponses de manière à ce que votre argumentation convainque le lecteur. En l'absence de justification, le résultat final, même correct, n'a pas de valeur.
- L'espace laissé après chaque question vous donne une *indication* sur la longueur de la réponse attendue.
- N'employez *pas* la feuille d'une *autre question* pour finir votre réponse ! En effet, les questions sont corrigées par différentes personnes. Le non respect de cette consigne sera pénalisé.

Question 1. Écrivez les expressions suivantes sous forme d'une fraction correctement simplifiée :

■  $\frac{x}{b} + \frac{c}{x} =$

■  $\frac{x}{y} \cdot \frac{x}{b} =$

/2

Question 2. Soit  $\mathcal{C}$  un cercle de centre  $O$  et soit deux points  $A, B$  sur  $\mathcal{C}$  de telle sorte que  $AOB$  ne soient pas alignés. *Justifiez* l'affirmation suivante : « le triangle  $AOB$  est isocèle ».

/2

Nom :	_____
Prénom :	_____
Section :	_____

/5

Question 3. Pour chacune des affirmations suivantes, dites si elle est vraie ou fausse ( $a$  et  $b$  sont des nombres réels). Justifiez votre réponse par un bref argument ou un contre-exemple.

(a) Vrai :  Faux :   $\sqrt{a^2} = a$

(b) Vrai :  Faux :   $a^2 \leq |a|^2$

(c) Vrai :  Faux :   $1/a \leq 1$

(d) Vrai :  Faux :   $ba \geq b$  lorsque  $a \geq 0$

(e) Vrai :  Faux :  Si  $x$  et  $p$  sont des nombres réels positifs, on a  $x^{p^{ab}} = (x^{p^a})^b$ .

/3

Question 4. Pour chacune des affirmations suivantes, dites si elle est vraie ou fausse ( $a$  et  $b$  sont des nombres réels). Chaque mauvaise réponse rapporte  $-1$  point.

(a) Vrai :  Faux :  Si  $a \leq b$ , alors  $a^2 \leq b^2$ .

(b) Vrai :  Faux :  Si  $a^2 \leq b^2$ , alors  $a \leq b$ .

(c) Vrai :  Faux :   $\frac{|a|}{a} = 1$

(d) Vrai :  Faux :   $|a| \leq b$  si et seulement si  $-b \leq a$  et  $a \leq b$

(e) Vrai :  Faux :   $|\sin a| \leq 1$

(f) Vrai :  Faux :  si  $a \in ]0, 1]$ , alors  $1/a \leq 1$

Nom : _____
Prénom : _____
Section : _____

Question 5. Trouvez tous les nombres réels  $x$  qui satisfont l'équation suivante :

$$\frac{x^2 - 3x + 2}{x - 1} = \frac{x^2 - 3x + 1}{x}$$

Justifiez toutes les étapes de vos calculs.

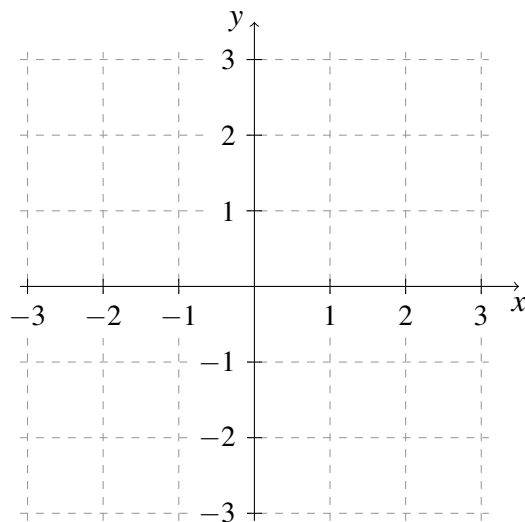
/4

Question 6. Dans le plan cartésien muni d'un repère orthonormé, on considère la courbe  $\mathcal{C}$  d'équation

/5

$$\mathcal{C} \equiv x + y + 1 = 0.$$

(a) Sur le graphique ci-dessous, tracez cette courbe  $\mathcal{C}$ .



(b) Parmi les points suivants, quels sont ceux qui appartiennent à la courbe  $\mathcal{C}$ . Justifiez vos réponses.

- $(0, 0)$
- $(2, -3)$
- $(-725, 721)$
- $(5\pi - 4, 3 - 5\pi)$

(c) Cette courbe a-t-elle des points d'intersection avec l'axe des  $x$ ? Si oui, donnez les tous (en expliquant). Si non, donnez un argument qui justifie cette non-intersection.

Nom :	_____
Prénom :	_____
Section :	_____

Question 7. Considérons la famille de fonctions  $f_a : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  définie par

$$f_a(x) = e^{ax} \quad \text{pour } x \in \mathbb{R},$$

où  $a \in \mathbb{R}$ . Pour quelle(s) valeur(s) de  $a$  la fonction  $f_a$  est-elle croissante (pas forcément strictement)? Justifiez.

/3

Question 8. On rappelle qu'une fonction  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  est *dérivable en un point*  $a \in \mathbb{R}$  si et seulement si

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} \text{ existe.}$$

En utilisant cette définition, montrez que la fonction  $f(x) = x^2$  est dérivable en tout point  $a \in \mathbb{R}$ . Justifiez en détail.

/4

Nom :	_____
Prénom :	_____
Section :	_____

/4

Question 9. Sur le repère cartésien ci-dessus, représentez les graphes des fonctions suivantes :

$$f(x) = x$$

$$g(x) = x^2$$

$$h(x) = x^3$$

$$k(x) = \sqrt[3]{x}$$

Veillez à l'ordre correct et aux points d'intersection éventuels de ces graphes. Donnez quelques explications sur la manière dont vous avez procédé pour les faire.

