

Mathématique Élémentaire

Test n° 2

(25 septembre 2017)

Nom : _____

Prénom : _____

Section : _____

Veillez commencer par écrire *lisiblement* en lettres *majuscules* votre NOM, PRÉNOM et SECTION (MATH, PHYS, INFO, PINFO) sur *toutes* les feuilles. Si une question est étalée sur plusieurs feuilles, veuillez grouper celles-ci lors de la remise de votre copie. Faites également attention à ne *pas* finir votre réponse sur la feuille d'une *autre question* ! Les feuilles qui ne respectent pas ces consignes seront pénalisées.

Veillez lire attentivement les conseils ci-dessous.

- Assurez-vous que vous comprenez la question qui vous est posée et faites attention à ce que le texte que vous écrivez y réponde explicitement (par exemple : le correcteur ne doit pas avoir à conclure lui-même).
- Quand il est nécessaire de justifier, votre argumentation doit *convaincre* le lecteur. En l'absence de justification dans un tel cas, le résultat final, même correct, n'a pas de valeur.
- Veillez à rédiger *soigneusement* vos réponses ; en particulier structurez-les clairement. Notez que nous ne lirons pas vos brouillons (à faire aux dos des feuilles).

Question 1. Soient les vecteurs $u = (-1, -3, 2)$ et $v = (0, 1, 4)$. Calculez

■ $(u|v) =$

■ $\|2u - v\| =$

■ la distance entre u et v .

/3

Nom : _____

Prénom : _____

Section : _____

Question 2. Calculez :

■ $(3 - i) + (17 + i) =$

■ $(2 - i)(2 + i) =$

■ $(2 - i)(3 + i) =$

■ $|3 - i|^2 =$

/4

Question 3.

(a) Quelles sont les solutions dans \mathbb{R} de

(i) $X^2 = \cos\left(\frac{43\pi}{4}\right),$

(ii) $X^2 = \sin\frac{\pi}{6} ?$

(b) Quelles sont les solutions dans \mathbb{C} de

(i) $X^2 = \cos\left(\frac{43\pi}{4}\right),$

(ii) $X^2 = \sin\frac{\pi}{6} ?$

/4

Nom :	_____
Prénom :	_____
Section :	_____

Question 4.

/4

(a) Soit $x = (x_1, x_2, \dots, x_N) \in \mathbb{R}^N$. Complétez les phrases suivantes¹ :

$x = 0$ si et seulement si

$x \neq 0$ si et seulement si

(b) On considère les trois vecteurs

$$u = (-1, 3), \quad v = (5, -2), \quad \text{et} \quad w = (\lambda, \mu - \lambda),$$

où λ et μ sont des paramètres réels. Déterminez, si possible, λ et μ pour que $u + v + w = 0$. Expliquez votre démarche et détaillez vos calculs.

¹Les phrases finales doivent être vraies mais les deux membres de l'équivalence doivent être différents.

Nom :	_____
Prénom :	_____
Section :	_____

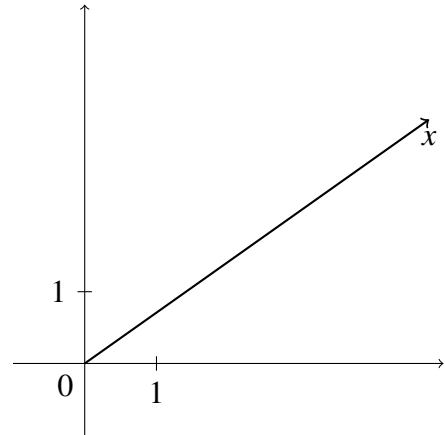
Question 5. Soit $v \in \mathbb{R}^N$.

/5

(a) Montrez que $(v|v) = \|v\|^2$. Veuillez citer les définitions et les résultats que vous utilisez.

(b) Calculez $\|v\|$ si on suppose maintenant que $v \in \mathbb{R}$.

(c) Soit $x \in \mathbb{R}^2$ le vecteur représenté ci-dessous. Construisez, sur ce même graphique, le vecteur $v = x/\|x\|$. Expliquez comment vous réalisez votre construction.



Question 6. Prouvez que $\forall a, b \in \mathbb{R}, (a + bi)(a - bi) = |a + bi|^2$.

/1

Mathématique Élémentaire

Test n° 2 (25 septembre 2017)

Nom : _____

Prénom : _____

Section : _____

Question 7. Résoudre dans \mathbb{C} l'équation $3X^2 - 2X + 7 = 0$.

/3

Question 8. Prouvez que, $\forall z_1, z_2 \in \mathbb{C}$, $|z_1 z_2| = |z_1| |z_2|$.

/3

Nom : _____

Prénom : _____

Section : _____

Question 9. Calculez le *module* et l'*argument* des complexes suivants et placez les dans le plan ci-dessous, en justifiant.

■ $-\sqrt{2} + i\sqrt{2}$

■ $\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$

/4

