

Mathématique Élémentaire

Test n° 4

(9 octobre 2017)

Nom :	_____
Prénom :	_____
Section :	_____

Veillez commencer par écrire *lisiblement* en lettres *majuscules* votre NOM, PRÉNOM et SECTION (MATH, PHYS, INFO, PINFO) sur *toutes* les feuilles. Si une question est étalée sur plusieurs feuilles, veuillez grouper celles-ci lors de la remise de votre copie. Faites également attention à ne *pas* finir votre réponse sur la feuille d'une *autre question* ! Les feuilles qui ne respectent pas ces consignes seront pénalisées.

Veillez lire attentivement les conseils ci-dessous.

- Assurez-vous que vous comprenez la question qui vous est posée et faites attention à ce que le texte que vous écrivez y réponde explicitement (par exemple : le correcteur ne doit pas avoir à conclure lui-même).
- Quand il est nécessaire de justifier, votre argumentation doit *convaincre* le lecteur. En l'absence de justification dans un tel cas, le résultat final, même correct, n'a pas de valeur.
- Veillez à rédiger *soigneusement* vos réponses ; en particulier structurez-les clairement. Notez que nous ne lirons pas vos brouillons (à faire aux dos des feuilles).

Question 1. Prouvez par récurrence que, pour tout naturel $n \geq 0$,

$$\sum_{i=0}^n i^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}.$$

/ 3

Nom : _____

Prénom : _____

Section : _____

Question 2. Soient D_1 et D_2 deux droites d'équations

$$D_1 \equiv (x, y) = (0, 2) + \lambda(1, -3), \quad \text{où } \lambda \in \mathbb{R},$$

$$D_2 \equiv (x, y) = \left(\frac{2}{3}, 0\right) + \mu(-3, 9), \quad \text{où } \mu \in \mathbb{R}.$$

Donnez l'ensemble S qui décrit l'intersection des droites D_1 et D_2 . Expliquez votre raisonnement.

/3

Question 3.

/5

- (a) Complétez les équivalences suivantes afin que les membres de droite ne comportent plus de valeurs absolues. Les distinctions par cas ne sont pas acceptées.

$$\forall \xi, a \in \mathbb{R}, \quad |\xi| \leq a \Leftrightarrow$$

$$\forall \xi, a \in \mathbb{R}, \quad |\xi| \geq a \Leftrightarrow$$

- (b) En utilisant uniquement les équivalences données au point (a) pour éliminer les valeurs absolues, résolvez l'inéquation suivante :

$$|x^2 - x + 1| \leq |x| + 1$$

La solution doit être formulée sous la forme d'une union disjointe d'intervalles (moins il y en a, mieux c'est).

Mathématique Élémentaire

Test n° 4

(9 octobre 2017)

Nom : _____

Prénom : _____

Section : _____

Question 3 (suite). Si nécessaire, poursuivez votre réponse sur cette page.

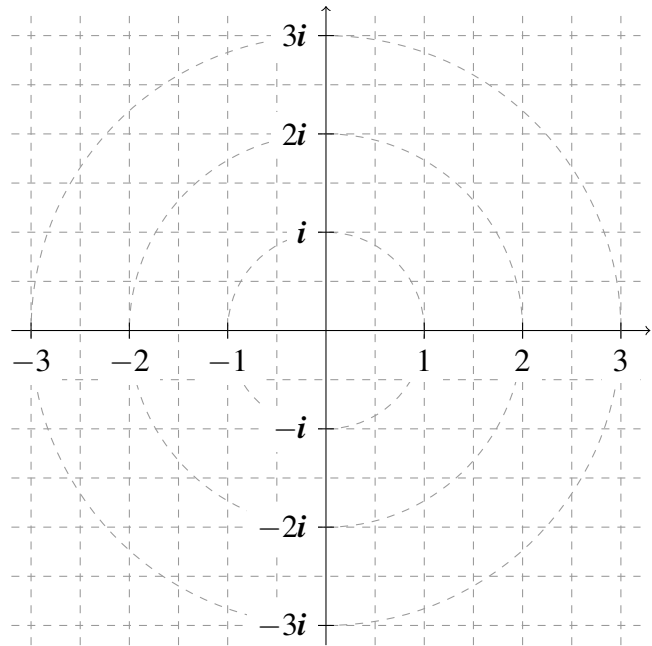
Question 4. Donnez la forme trigonométrique des complexes suivants et placez-les dans le plan ci-dessous.

■ $z_1 := \frac{1}{2} - \frac{1}{2}i$

■ $z_2 := -\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$

■ $z_3 := \frac{3}{2}\sqrt{3} - \frac{3}{2}i$

■ $z_4 := z_1^2$



/8

Nom : _____

Prénom : _____

Section : _____

Question 5.

/4

- (a) Donnez une équation paramétrique de la droite D_1 passant par le point $(42, -3)$ et parallèle à la droite $D \equiv -2x + 1 = 0$.
- (b) Donnez une équation cartésienne de la droite D_2 dont l'ordonnée à l'origine vaut -5 et qui est perpendiculaire à la droite D' passant par les points $(2, 0)$ et $(0, -3)$.

Question 6. Considérons l'équation d'une droite D :

$$\alpha x + \beta y = 0$$

où $(\alpha, \beta) \in \mathbb{R}^2 \setminus \{(0, 0)\}$.

- (a) Sous quelle(s) condition(s) sur α et β cette droite est-elle le graphe d'une fonction ? Expliquez votre démarche.
- (b) Montrez que si (a_1, b_1) et (a_2, b_2) sont des points de la droite D , alors $(a_1, b_1) + (a_2, b_2)$ est aussi un point de la droite D .