

# Mathématique Élémentaire

Test n° 6

(23 octobre 2017)

Nom :	_____
Prénom :	_____
Section :	_____

Veillez commencer par écrire *lisiblement* en lettres *majuscules* votre NOM, PRÉNOM et SECTION (MATH, PHYS, INFO, PINFO) sur *toutes* les feuilles. Si une question est étalée sur plusieurs feuilles, veuillez grouper celles-ci lors de la remise de votre copie. Faites également attention à ne *pas* finir votre réponse sur la feuille d'une *autre question* ! Les feuilles qui ne respectent pas ces consignes seront pénalisées.

Veillez lire attentivement les conseils ci-dessous.

- Assurez-vous que vous comprenez la question qui vous est posée et faites attention à ce que le texte que vous écrivez y réponde explicitement (par exemple : le correcteur ne doit pas avoir à conclure lui-même).
- Quand il est nécessaire de justifier, votre argumentation doit *convaincre* le lecteur. En l'absence de justification dans un tel cas, le résultat final, même correct, n'a pas de valeur.
- Veillez à rédiger *soigneusement* vos réponses ; en particulier structurez-les clairement. Notez que nous ne lirons pas vos brouillons (à faire aux dos des feuilles).

Question 1. Soient les vecteurs  $v_1 = (-2, 9, 6)$ ,  $v_2 = (-3, 2, 1)$  et  $v_3 = (1, 7, 5)$ . Existe-t-il des réels  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  tels que

$$\alpha_1 v_1 + \alpha_2 v_2 + \alpha_3 v_3 = 0 ?$$

Si oui, donnez les tous. Expliquez votre démarche et détaillez vos calculs.

/5

Nom : \_\_\_\_\_

Prénom : \_\_\_\_\_

Section : \_\_\_\_\_

Question 1 (suite). Poursuivez votre réponse sur cette page.

Question 2. Calculez les sommes suivantes :

■  $\sum_{i=2}^n 1 =$

■  $\sum_{j=1}^n i =$

■  $\sum_{t=0}^n (3t^2 - 2t + 1) =$

/2

Nom :	_____
Prénom :	_____
Section :	_____

Question 3. Donnez une formule en terme de  $\wedge, \vee, \neg$  pour la table suivante :

/2

A	B	C	$F(A,B,C)$
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

$F(A,B,C) \equiv$

Question 4. Calculez la dérivée de la fonction  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} : x \mapsto e^{\sqrt{x^2+p}} + \text{arctg}(q/x)$  où  $p$  et  $q$  sont des paramètres réels.

/3

Question 5. Soit  $f_\alpha : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} : x \mapsto 2^{x+x^2} - \alpha \sin x$ . Pour quelle(s) valeur(s) de  $\alpha$  la tangente au graphe de  $f$  au point d'abscisse  $x = \pi$  est-elle horizontale ?

/4

Nom : \_\_\_\_\_

Prénom : \_\_\_\_\_

Section : \_\_\_\_\_

Question 6.

/4

- (a) Soit  $x \in \mathbb{R}$ . Donnez la contraposée de la phrase suivante : « Si la valeur absolue de  $x$  est plus petite que tous les réels de la forme  $1/2^n$ ,  $n \in \mathbb{N}$ , alors  $x$  est nul ».
- (b) Prouvez que  $A \wedge (B \vee C) \Leftrightarrow (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$  est une tautologie.

Nom : \_\_\_\_\_

Prénom : \_\_\_\_\_

Section : \_\_\_\_\_

Question 7.

■ Soit  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ . Définissez «  $A$  est antisymétrique ».

■ Soit  $M \in \mathbb{R}^{n \times n}$  la matrice définie par  $M_{ij} = i^{42} - j^{42}$ . Montrez que  $M$  est une matrice antisymétrique.

■ Utilisez le point précédent pour calculer  $\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n (i^{42} - j^{42})$ . Expliquez votre démarche.

/5

Nom :	_____
Prénom :	_____
Section :	_____

Question 8. Résoudre, dans  $\mathbb{C}$ , l'équation  $X^3 = -8$ . Donnez les solutions sous les formes  $a + bi$  et trigonométrique. Représentez ces solutions dans le plan complexe.

/6

