

Mathématique Élémentaire

Test n° 2

(24 septembre 2018)

Nom :	_____
Prénom :	_____
Section :	_____

Veillez commencer par écrire *lisiblement* en lettres *majuscules* votre NOM, PRÉNOM et SECTION (MATH, PHYS, INFO, PINFO) sur *toutes* les feuilles. Si une question est étalée sur plusieurs feuilles, veuillez grouper celles-ci lors de la remise de votre copie. Faites également attention à ne *pas* finir votre réponse sur la feuille d'une *autre question* ! Les feuilles qui ne respectent pas ces consignes seront pénalisées.

Veillez lire attentivement les conseils ci-dessous.

- Assurez-vous que vous comprenez la question qui vous est posée et faites attention à ce que le texte que vous écrivez y réponde explicitement (par exemple : le correcteur ne doit pas avoir à conclure lui-même).
- Quand il est nécessaire de justifier, votre argumentation doit *convaincre* le lecteur. En l'absence de justification dans un tel cas, le résultat final, même correct, n'a pas de valeur.
- Veillez à rédiger *soigneusement* vos réponses ; en particulier structurez-les clairement. Notez que nous ne lirons pas vos brouillons (à faire aux dos des feuilles).

Question 1. Donnez la table de vérité de la formule $(P \vee Q) \Leftrightarrow (P \wedge Q)$.

/2

Question 2. Donnez en français correct la contraposée de l'affirmation ci-dessous.

/2

Si la fonction identité est dérivable en 2 alors la fonction identité est continue en 2.

Nom : _____

Prénom : _____

Section : _____

Question 3. Soient les vecteurs $u = (-1, -3, 2)$ et $v = (0, 1, 4)$. Calculez

/3

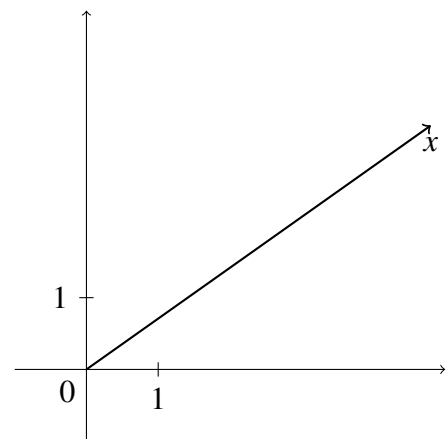
■ $(u|v) =$

■ $\|2u - v\| =$

■ la distance entre u et v .

Question 4. Soit $x \in \mathbb{R}^2$ le vecteur représenté ci-dessous. Construisez, sur ce même graphique, le vecteur $v = x/\|x\|$. Expliquez comment vous réalisez votre construction.

/2



Nom : _____

Prénom : _____

Section : _____

Question 5.

/5

- (a) On considère deux fonctions dérivables $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. Dans le cadre qui suit, donnez la règle de dérivation de la fonction $f \circ g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} : x \mapsto f(g(x))$ en un point a .

- (b) On considère les fonctions

$$u : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} : t \mapsto \arctan\left(\frac{t}{t^2 + 1}\right) \quad \text{et} \quad v : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} : x \mapsto \frac{x}{\tan x^2}.$$

Calculez les fonctions dérivées de u et v . Les règles de calcul utilisées à chaque étape doivent être clairement indiquées. Pour v , chaque fois que vous appliquez la règle donnée en (a), veuillez préciser les fonctions f et g considérées. Simplifiez les fractions qui pourraient se trouver dans les expressions finales.

Nom : _____

Prénom : _____

Section : _____

Question 5 (suite). Si nécessaire, poursuivez votre réponse sur cette page.

Question 6. Soit $f : \mathbb{R} \rightarrow]0, +\infty[$ et $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ deux fonctions dérivables définies sur tout \mathbb{R} .
Donnez une formule pour le calcul de la dérivée de $h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} : x \mapsto (f(x))^{g(x)}$ en fonction de f , g et de leurs dérivées. Détaillez les différentes étapes de votre raisonnement.

/ 3

Nom :	_____
Prénom :	_____
Section :	_____

Question 7. Pour chacune des affirmations ci-dessous, cochez la case adéquate selon que vous pensez qu'elle est vraie ou fausse. Justifiez votre réponse.

/4

(a) Vrai : Faux : La formule $\neg(P \wedge \neg P)$ est une tautologie.

(b) Vrai : Faux : La négation de la formule $P \Rightarrow Q$ est équivalente à la formule $P \Rightarrow \neg Q$.

Question 8. Soit la droite $D \equiv (x, y) = (-4, 3) + \lambda(-2, 7)$, où $\lambda \in \mathbb{R}$.

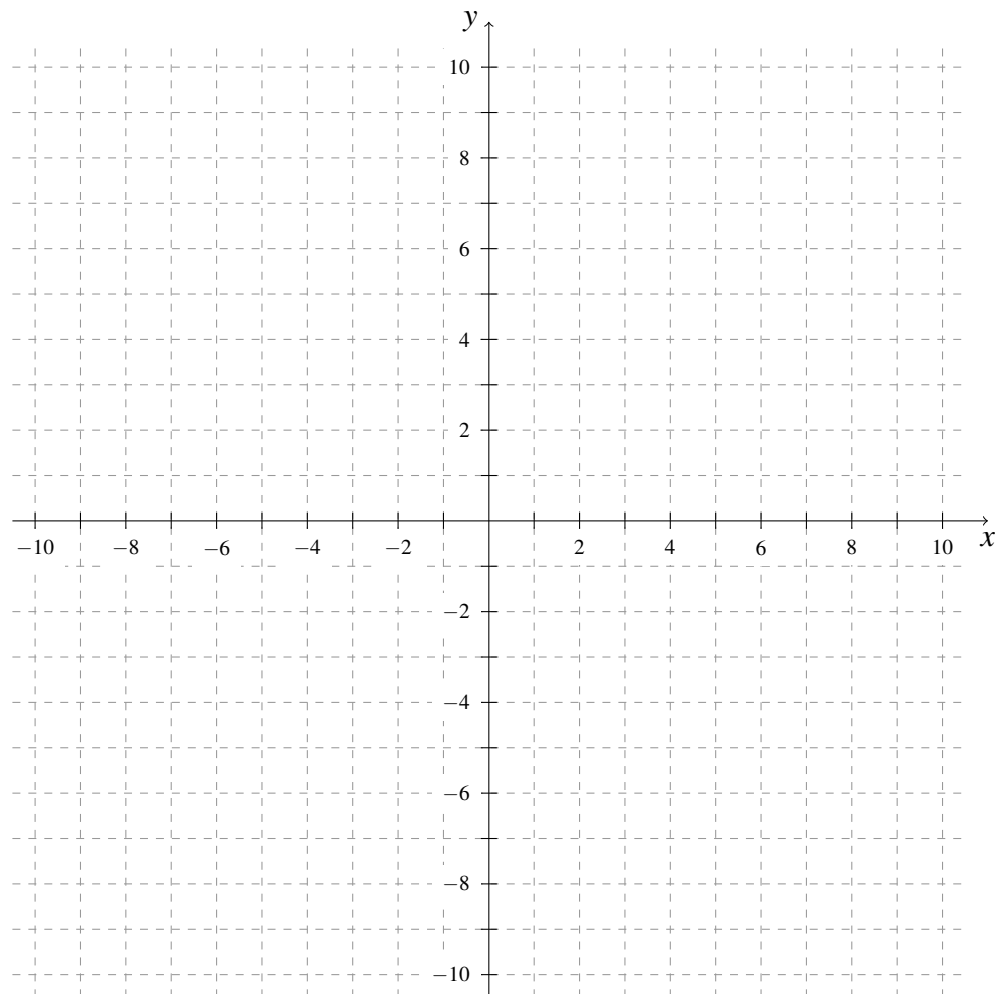
/5

(a) Dites si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses. Justifiez vos réponses.

(i) Vrai : Faux : Le point $(-\frac{10}{3}, \frac{2}{3})$ appartient à la droite D .

(ii) Vrai : Faux : Le vecteur $(\frac{2\pi}{7}, -\pi)$ est un vecteur directeur de D .

(b) Représentez graphiquement la droite D dans le repère ci-dessous. Expliquez votre démarche.



Algèbre I

Test n° 1 (24 septembre 2018)

Nom :	_____
Prénom :	_____
Section :	_____

- Cette partie concerne uniquement les mathématiciens et les physiciens.
- Les consignes que pour la partie de « Mathématique Élémentaire » restent d'application.

Question 1. Soit p et q deux nombres réels, $\Delta = q^2/4 + p^3/27$ et supposons que $\Delta \geq 0$. Prouver que

$$r = r_1 + r_2 \quad \text{avec} \quad r_1 = \sqrt[3]{-\frac{1}{2}q + \sqrt{\Delta}} \quad \text{et} \quad r_2 = \sqrt[3]{-\frac{1}{2}q - \sqrt{\Delta}}$$

est solution de l'équation $z^3 + pz + q = 0$.

/3