

Mathématique Élémentaire

Test n° 5

(15 octobre 2018)

Nom : _____

Prénom : _____

Section : _____

Veillez commencer par écrire *lisiblement* en lettres *majuscules* votre NOM, PRÉNOM et SECTION (MATH, PHYS, INFO, PINFO¹) sur *toutes* les feuilles. Si une question est étalée sur plusieurs feuilles, veuillez grouper celles-ci lors de la remise de votre copie. Faites également attention à ne *pas* finir votre réponse sur la feuille d'une *autre question* ! Les feuilles qui ne respectent pas ces consignes seront pénalisées.

Veillez lire attentivement les conseils ci-dessous.

- Assurez-vous que vous comprenez la question qui vous est posée et faites attention à ce que le texte que vous écrivez y réponde explicitement (par exemple : le correcteur ne doit pas avoir à conclure lui-même).
- Quand il est nécessaire de justifier, votre argumentation doit *convaincre* le lecteur. En l'absence de justification dans un tel cas, le résultat final, même correct, n'a pas de valeur.
- Veillez à rédiger *soigneusement* vos réponses ; en particulier structurez-les clairement. Notez que nous ne lirons pas vos brouillons (à faire aux dos des feuilles).

Question 1.

/5

(a) Complétez la définition suivante de la fonction arccos :

arccos : $\rightarrow \mathbb{R} : y \mapsto x$ tel que

(b) Écrivez les relations qui expriment que la fonction arccos est la fonction réciproque de la fonction cos. Faites attention à quantifier correctement ces relations et aux ensembles sur lesquels elles ont lieu.

(c) À partir des relations données en (b), retrouvez la formule usuelle de la dérivée de la fonction arccos. Détaillez et justifiez vos calculs.

¹Passerelle vers le Master en Informatique qui demande la réussite d'un bloc complémentaire.

Nom : _____

Prénom : _____

Section : _____

Question 1 (suite). Poursuivez votre réponse sur cette page.

Question 2. Pour chacune des affirmations ci-dessous, cochez la case adéquate selon que vous pensez qu'elle est vraie ou fausse. **Exceptionnellement**, vous ne devez pas justifier votre réponse.

/5

- (a) Vrai : Faux : $\{1\} \subseteq \mathbb{N}$. (f) Vrai : Faux : $\emptyset \subseteq \emptyset$.
- (b) Vrai : Faux : $\emptyset \in \mathbb{N}$. (g) Vrai : Faux : $\mathbb{N} = \mathbb{N} \cap \mathbb{Z}$.
- (c) Vrai : Faux : $a \in \{\{a\}, b\}$. (h) Vrai : Faux : $a \subseteq \{\{a\}, b\}$.
- (d) Vrai : Faux : $b \in \{\{a\}, b\}$. (i) Vrai : Faux : $b \subseteq \{\{a\}, b\}$.
- (e) Vrai : Faux : $\{a\} \in \{\{a\}, b\}$. (j) Vrai : Faux : $\{a\} \subseteq \{\{a\}, b\}$.

Nom : _____

Prénom : _____

Section : _____

Question 3. Soit le système

$$\begin{cases} (\lambda - 3)x + y = 0 \\ x + (\lambda - 3)y = 0 \end{cases}$$

/5

où λ est un paramètre réel.

- (a) Montrez que, quelle que soit la valeur de λ , le système n'est jamais impossible.
- (b) Résolvez le système en fonction de $\lambda \in \mathbb{R}$. Interprétez géométriquement les résultats obtenus.

Nom : _____

Prénom : _____

Section : _____

Question 4. Pour chacune des affirmations ci-dessous, cochez la case adéquate selon que vous pensez qu'elle est vraie ou fausse. Justifiez votre réponse.

/6

(a) Vrai : Faux : $\forall A \subseteq \mathbb{N} \quad A \subseteq \emptyset \Rightarrow A = \emptyset$.

(b) Vrai : Faux : $\forall A \subseteq \mathbb{N} \quad \forall B \subseteq \mathbb{N} \quad \forall C \subseteq \mathbb{N} \quad (A \subseteq B \cup C) \Rightarrow (A \subseteq B) \vee (B \subseteq C)$.

(c) Vrai : Faux : $\forall A \subseteq \emptyset \quad \forall B \subseteq \emptyset \quad A \cap B = A \cup B$.

Nom : _____

Prénom : _____

Section : _____

Question 5. On considère la fonction $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} : x \mapsto \arctan(ax + \sin^2 x)$ où a est un paramètre réel. Déterminez toutes les valeurs de $a \in \mathbb{R}$ pour lesquelles la droite $D \equiv ax - (10\pi a - 8)y + 42 = 0$ est parallèle à la tangente au graphe de f en $x = \pi$.

/5

Nom : _____
Prénom : _____
Section : _____

Question 6. Soient les matrices suivantes

/4

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 10 & -4 \\ 6 & 3 \\ 8 & 5 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 7 \\ -1 & -2 & 3 \end{pmatrix}, \quad D = (2 \quad -1 \quad 5), \quad E = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix}$$

Calculez, si possible :

■ $CB - 2A =$

■ $C^t =$

■ $ED =$

Algèbre I

Test n° 2 (15 octobre 2018)

Nom : _____

Prénom : _____

Section : _____

- Cette partie concerne uniquement les mathématiciens et les physiciens.
- Les consignes données pour la partie de « Mathématique Élémentaire » restent d'application.

Question 1. Donnez la forme trigonométrique des complexes suivants (expliquez votre démarche) :

/6

■ $z_1 := \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2} =$

■ $z_2 := -\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{i}{2} =$

■ $z_3 := \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{i}{2}\right)^{-1} =$

■ $z_4 := \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}\right)^3 =$

Pour chacun des complexes précédents z_i , $1 \leq i \leq 4$, représentez graphiquement z_i et $-i \cdot z_i$ dans le repère ci-dessous. Expliquez votre démarche.

