Mathématique Élémentaire

Test n° 6 (22 octobre 2018)

Nom :	
Prénom :	
Section :	

Veuillez commencer par écrire *lisiblement* en lettres *majuscules* votre NOM, PRÉNOM et SECTION (MATH, PHYS, INFO, PINFO[1]) sur *toutes* les feuilles. Si une question est étalée sur plusieurs feuilles, veuillez grouper celles-ci lors de la remise de votre copie. Faites également attention à ne *pas* finir votre réponse sur la feuille d'une *autre question* ! Les feuilles qui ne respectent pas ces consignes seront pénalisées.

Veuillez lire attentivement les conseils ci-dessous.

- Assurez-vous que vous comprenez la question qui vous est posée et faites attention à ce que le texte que vous écrivez y réponde explicitement (par exemple : le correcteur ne doit pas avoir à conclure lui-même).
- Quand il est nécessaire de justifier, votre argumentation doit *convaincre* le lecteur. En l'absence de justification dans un tel cas, le résultat final, même correct, n'a pas de valeur.
- Veillez à rédiger *soigneusement* vos réponses ; en particulier structurez-les clairement. Notez que nous ne lirons pas vos brouillons (à faire aux dos des feuilles).

Question 1. Soient les matrices $A, B \in \mathbb{R}^{3\times 3}$ définies par $/3$

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad \text{et} \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ bc & ca & ab \end{pmatrix}$$

où $a, b, c \in \mathbb{R}$. Calculez $\det A$ et $\det B$.

[1]Passerelle vers le Master en Informatique qui demande la réussite d'un bloc complémentaire.

Mathématique Élémentaire

Test n° 6 (22 octobre 2018)

Nom :	
Prénom :	
Section :	

/4

Question 2. Soit le système

$$\begin{cases} x + 2y = 4 \\ 5x - 3y = 1 \end{cases}$$

(a) Résolvez ce système dans le plan $\mathbb{R}^2$. Interprétez géométriquement les résultats obtenus.

(b) Résolvez ce système dans l'espace $\mathbb{R}^3$. Interprétez géométriquement les résultats obtenus.

Mathématique Élémentaire

Test n° 6 (22 octobre 2018)

Nom :	
Prénom :	
Section :	

Question 3. Donnez une équation cartésienne du plan α passant par le point $(-1,0,2)$ et perpendiculaire à la droite d'intersection des plans d'équations $4x+2y+2z=-1$ et $3x-2y+3z=7$. /4

Nom :

Prénom :

Section :

Question 4. Montrez par recurrence que pour tout $n \in \mathbb{N}$,

$$\sum_{k=0}^{n} 2^k = 2^{n+1} - 1.$$

/4

Mathématique Élémentaire

Test n° 6 (22 octobre 2018)

Nom :	
Prénom :	
Section :	

Question 5. Prouvez à l'aide d'une **preuve directe** l'affirmation suivante. Veillez à soigner la présentation et la structure de la preuve. /3

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad 6n+4 \text{ est pair.}$$

Question 6. Prouvez à l'aide d'une preuve par **contraposée** l'affirmation suivante. Veillez à soigner la présentation et la structure de la preuve. /4

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad 3n+2 \text{ est pair } \Rightarrow \ n \text{ est pair.}$$

Mathématique Élémentaire

Test n° 6 (22 octobre 2018)

Nom :

Prénom :

Section :

Question 7.

/4

(a) Calculez $(\sin x \, \cos x)\big|_{x=\pi} = \boxed{}$.

(b) Écrivez l'expression qui correspond au calcul complet expliqué ci-dessous en français en plusieurs étapes. Il ne faut donc *pas* effectuer un quelconque calcul mais simplement écrire une « formule » qui reflète parfaitement la description en français.

(i) On part de l'expression $x+1$.

(ii) On multiplie cette dernière par $1+\cos x$.

(iii) On ajoute 1 au résultat.

(iv) On divise le tout par $1+x^2$.

Réponse :

Si vous désirez montrer les différentes étapes utilisées pour obtenir cette réponse, faites-le ici.

(c) Écrivez le résultat obtenu en substituant, dans l'expression a^2b+c, la variable a par $1+x^2$, la variable b par $1-x^2$ et la variable c par -1. Développez ensuite le résultat.