

# Mathématique Élémentaire

## Examen

(2 novembre 2021)

Nom :	_____
Prénom :	_____
Section :	_____

**Lisez ces quelques consignes avant de commencer le test.**

- Veuillez commencer par écrire *lisiblement* en lettres *majuscules* votre NOM, PRÉNOM et SECTION (MATH, PHYS, INFO, PINFO) sur *toutes* les feuilles.
- Aucun appareil électronique (calculatrice, GSM,...) n'est autorisé. Votre GSM doit être en mode silencieux.
- Assurez-vous que vous comprenez la question qui vous est posée et faites attention à ce que le texte que vous écrivez y réponde explicitement (par exemple : le correcteur ne doit pas avoir à conclure lui-même).
- Sauf mention contraire, il est nécessaire de *justifier* vos affirmations. Votre argumentation doit convaincre le lecteur. En l'absence de justification, le résultat final, même correct, n'a pas de valeur.
- Veillez à faire une *rédaction soignée* de vos réponses. Celle-ci sera prise en compte. Notez que nous ne lirons pas vos brouillons (à faire aux dos des feuilles).
- Si une question est étalée sur plusieurs feuilles, veuillez grouper celles-ci lors de la remise de votre copie. Faites également attention à ne *pas* finir votre réponse sur la feuille d'une *autre question* !

Le non respect de ces consignes sera pénalisé.

---

Question 1. Toujours en français correct, donnez

/3

(a) la négation de la phrase « *Si je suis un carré, alors je suis un rectangle.* »

(b) la réciproque de la phrase « *Si je suis un carré, alors je suis un rectangle.* »

(c) la contraposée de la phrase « *Si je suis un carré, alors je suis un rectangle.* »

Nom :	_____
Prénom :	_____
Section :	_____

Question 2. On considère l'inéquation :

$$\frac{1}{\sqrt{x+1}-2} \geq \frac{x}{3} - 1. \tag{1}$$

/7

(a) Complétez chacune des équivalences ci-dessous par un intervalle (qui tient compte des conditions d'existence) afin qu'elle soit vraie :

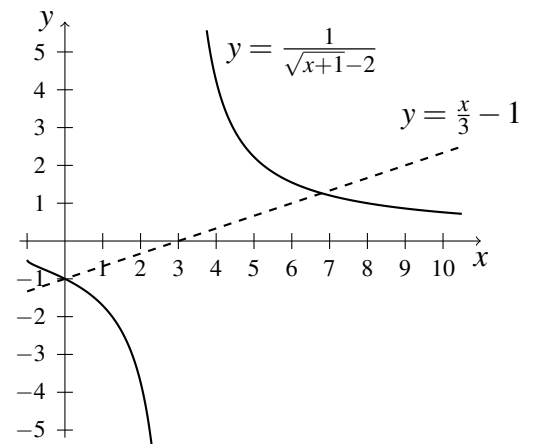
$\sqrt{x+1}-2 > 0 \Leftrightarrow x \in$   ,

$\sqrt{x+1}-2 = 0 \Leftrightarrow x \in$   ,

$\sqrt{x+1}-2 < 0 \Leftrightarrow x \in$   .

Justifiez vos réponses.

(b) Résolvez l'inéquation (1). Afin de vous aider à vérifier votre réponse, le graphe des deux membres est tracé ci-dessous. Des constatations visuelles à partir de ce graphe ne sont pas recevables comme justifications.



# Mathématique Élémentaire

Examen (2 novembre 2021)

---

Nom :	_____
Prénom :	_____
Section :	_____

Question 2 (suite). Poursuivez votre réponse sur cette page.

# Mathématique Élémentaire

Examen

(2 novembre 2021)

Nom : \_\_\_\_\_

Prénom : \_\_\_\_\_

Section : \_\_\_\_\_

Question 3. Donnez un système d'équations cartésiennes de la droite  $D$  passant par  $(-9, 1, -2)$  et dont un vecteur directeur est simultanément orthogonal aux vecteurs  $(4, 5, 6)$  et  $(-3, -1, 0)$ . Expliquez votre raisonnement.

/4

Nom :	_____
Prénom :	_____
Section :	_____

Question 4. Prouvez, par induction, que quel que soit  $n \in \mathbb{N}_0$ ,

$$\sum_{k=0}^n 3^k = \frac{3^{n+1} - 1}{2}.$$

/4

Nom :	_____
Prénom :	_____
Section :	_____

Question 5. Pour chacune des affirmations ci-dessous, cochez la case adéquate selon que vous pensez qu'elle est vraie ou fausse. Justifiez votre réponse.

/6

- (a) Vrai :  Faux :   $\forall x \in \mathbb{R} \quad (x > 0) \Rightarrow (x \leq x^3)$ .
- (b) Vrai :  Faux :   $\forall a \in \mathbb{Q} \exists b \in \mathbb{Q} \quad 2a - 3b = 0$ .
- (c) Vrai :  Faux :   $\exists x \in \mathbb{R} \forall y \in \mathbb{R} \quad (x + y)^3 = x^3 + y^3$ .

Nom : \_\_\_\_\_

Prénom : \_\_\_\_\_

Section : \_\_\_\_\_

Question 6. Les affirmations suivantes sont-elles vraies ou fausses ? Justifiez vos réponses.

/6

(a) Vrai :  Faux :  Le point  $(\frac{1}{4}, 1, \frac{7}{2})$  appartient au plan  $\alpha$  d'équation  $x - \frac{3}{2}y = -5$ .

(b) Vrai :  Faux :  Quel que soit le réel  $\lambda$ , le système  $\begin{cases} (\lambda - 3)x + y = 0 \\ x + (\lambda - 3)y = 0 \end{cases}$ , où  $x$  et  $y$  sont les inconnues, n'est jamais impossible.

(c) Vrai :  Faux :  Les droites  $D_1 \equiv (x, y) = (7, -1) + \mu(-3, -2)$ ,  $\mu \in \mathbb{R}$ , et  $D_2 \equiv -4x + 6y = 1$  sont confondues.