

Mathématique Élémentaire

Examen

(10 janvier 2022)

Nom :	_____
Prénom :	_____
Section :	_____

Lisez ces quelques consignes avant de commencer le test.

- Veuillez commencer par écrire *lisiblement* en lettres *majuscules* votre NOM, PRÉNOM et SECTION (MATH, PHYS, INFO ou PINFO pour le bloc complémentaire) sur *toutes* les feuilles.
- Aucun appareil électronique (calculatrice, GSM,...) n'est autorisé. Votre GSM doit être en mode silencieux.
- Assurez-vous que vous comprenez la question qui vous est posée et faites attention à ce que le texte que vous écrivez y réponde explicitement (par exemple : le correcteur ne doit pas avoir à conclure lui-même).
- Sauf mention contraire, il est nécessaire de *justifier* vos affirmations. Votre argumentation doit convaincre le lecteur. En l'absence de justification, le résultat final, même correct, n'a pas de valeur.
- Veillez à faire une *rédaction soignée* de vos réponses. Celle-ci sera prise en compte. Notez que nous ne lirons pas vos brouillons (à faire aux dos des feuilles).
- Si une question est étalée sur plusieurs feuilles, veuillez grouper celles-ci lors de la remise de votre copie. Faites également attention à ne *pas* finir votre réponse sur la feuille d'une *autre question* !

Le non respect de ces consignes sera pénalisé.

Question 1. Toujours en français correct, donnez

/3

(a) la négation de la phrase « *Quel que soit x , si x est entier, alors x est pair ou x est impair.* »

(b) la réciproque de la phrase « *Si je suis multiple de 3, alors je ne suis pas premier.* »

(c) la contraposée de la phrase « *Si je suis multiple de 3, alors je ne suis pas premier.* »

Nom : _____

Prénom : _____

Section : _____

Question 2. Pour chacune des affirmations ci-dessous, cochez la case adéquate selon que vous pensez qu'elle est vraie ou fausse. Justifiez votre réponse.

/6

(a) Vrai : Faux : $\forall x \in \mathbb{R} \quad (x > 0) \Leftrightarrow (x^2 > 0)$.

(b) Vrai : Faux : $\exists a \in \mathbb{N} \forall b \in \mathbb{N} \quad b \leq a$.

(c) Vrai : Faux : $\forall x \in \mathbb{R} \exists y \in \mathbb{R} \quad (x + y)^2 \neq x^2 + y^2$.

Nom :	_____
Prénom :	_____
Section :	_____

Question 3. On considère l'inéquation :

$$\frac{1}{\sqrt{|x|+3}-2} \geq \frac{1}{x}. \tag{1}$$

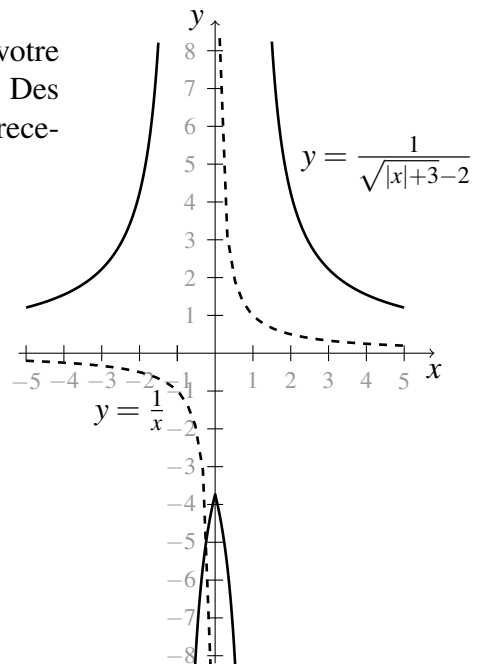
/7

(a) Complétez le tableau suivant afin qu'il décrive le signe de $\sqrt{|x|+3}-2$ en fonction de x .

x	
$\sqrt{ x +3}-2$	

Justifiez vos réponses.

(b) Résolvez l'inéquation (1). Afin de vous aider à vérifier votre réponse, le graphe des deux membres est tracé ci-contre. Des constatations visuelles à partir de ce graphe ne sont pas recevables comme justifications.



Mathématique Élémentaire

Examen (10 janvier 2022)

Nom :	_____
Prénom :	_____
Section :	_____

Question 3 (suite). Poursuivez votre réponse sur cette page.

Nom : _____

Prénom : _____

Section : _____

Question 4. Soit la droite D d'intersection des plans d'équations $3y - 3z = -2$ et $2x - 5y + z = 1$.
Donnez une équation paramétrique de la droite D_1 parallèle à la droite D et passant par le point $(-1, 8, 0)$. Expliquez votre démarche.

/4

Nom :	_____
Prénom :	_____
Section :	_____

Question 5. Prouvez, par induction, que quel que soit $n \in \mathbb{N}_0$,

$$\sum_{k=0}^n 5^k = \frac{5^{n+1} - 1}{4}.$$

/4

Nom : _____

Prénom : _____

Section : _____

Question 6. Les affirmations suivantes sont-elles vraies ou fausses ? Justifiez vos réponses.

/6

(a) Vrai : Faux : La droite $D_1 \equiv -3x + 4y = 10$ est parallèle à la droite D_2 passant par les points $(1, \frac{1}{2})$ et $(3, -1)$.

(b) Vrai : Faux : Quel que soit le réel λ , le système $\begin{cases} \lambda x + y = \lambda \\ x - \lambda y = -\lambda \end{cases}$, où x et y sont les inconnues, n'est jamais impossible.

(c) Vrai : Faux : Les droites $D_1 \equiv 6x + 9y = 5$ et $D_2 \equiv \frac{x-3}{3} = \frac{y+8}{2}$ sont perpendiculaires.