Département Licence UNIVERSITÉ BORDEAUX 1 Sciences Technologies

Année 2012-2013 — Session 1 d'Automne

Parcours/Étape : IN300 — **UE :** J1INAW01
Épreuve de : Informatique Théorique 1 (IT1) — **Durée :** 3h00
Date : 21/12/2012
Heure : 14h00
Documents autorisés : sans document
Épreuve de Monsieur Mazoit
Le sujet comporte 2 pages. *Le barème est donné à titre indicatif.*

1 Questions de cours (3 pts)

1.1

Donner la règle de la logique de Hoare associée à la boucle `while` :

1. Pour la correction partielle
2. Pour la correction totale

1.2

Donner deux exemples différents d'ensembles infinis bien fondés *(On précisera pour chaque exemple l'ensemble et la relation considérés et on justifiera le résultat présenté.)*

2 Exercice (5 pts)

Montrer les triplets suivants (on demande dans cet exercice de préciser à chaque étape quelle règle du calcul de Hoare est appliquée).

2.1

{$x \in \mathbb{N} \ \wedge \ y \in \mathbb{N}$} `x := y ; y := x + 1` {$x < y$}

2.2

{ $x, y \in \mathbb{N} \ \wedge \ x \neq y$}
`if x < y then x := x + 1 else z:= x ; x := y; y := z endif`
{ $x \leq y$}

2.3

{$a \in \mathbb{N}$}

```
y:=0; x := a;
while x > 1
do
  x := x-2;
  y := y + 1
done
```

{$a = 2y \ \vee \ a = 2y + 1$}

On pourra utiliser l'invariant de boucle : $x \in \mathbb{N} \ \wedge \ a = x + 2y$

3 Exercice (6 pts)

On suppose connue la fonction a **mod** b (avec $a \in \mathbb{N}$ et $b \in \mathbb{N}\backslash\{0\}$) qui retourne le reste de la division entière de a par b.

On considère le programme suivant :

```
{ n ∈ ℕ }
a := n ; k  := 0;
while a mod 2 = 0
do a := a / 2 ; k := k + 1
done;
return k
```

On veut montrer que ce programme permet de déterminer le plus grand nombre naturel k tel que 2^k est un diviseur de n.

3.1

Exprimer cette spécification sous la forme d'une post-condition.

3.2

Prouver la correction partielle de ce programme. On pourra utiliser la proposition $a \times 2^k = n$.

3.3

Montrer que le programme n'est pas totalement correct.

3.4

Le programme devient-il totalement correct, si l'on considère la pré-condition $\{n \in \mathbb{N} \ \wedge \ n > 0\}$? Si oui, démontrer cette correction totale.

4 Exercice (6 pts)

On considère deux tableaux A et B de même taille $n > 0$, contenant des chiffres de 0 à 9. Chaque tableau représente un nombre naturel en notation décimale ; par exemple si $n = 4$ et si $A(0) = 0$, $A(1) = 2$, $A(2) = 3$, et $A(3) = 5$, le tableau A représente le nombre 235.

Plus généralement, le nombre représenté par un tableau comme A est égal à la somme :

$$\Sigma_{i=0}^{n-1} A(i)10^{n-i-1}$$

Soit le programme suivant :

```
i := 0;
r := 0;
while i < n and r =0
do
 if A(i) < B(i)
 then r := -1
 else if A(i) > B(i)
      then
            r := 1
      else
            i := i + 1
      endif
 endif
done
```

4.1

Ce programme est supposé affecter à r la valeur :

-1 si le nombre décimal représenté par le tableau A est strictement inférieur au nombre décimal représenté par le tableau B

0 si le nombre décimal représenté par le tableau A est égal au nombre décimal représenté par le tableau B

1 si le nombre décimal représenté par le tableau A est strictement supérieur au nombre décimal représenté par le tableau B

Simuler l'exécution de ce programme sur deux exemples différents avec une valeur de $n = 4$. Un des exemples devra conduire à un résultat $r = 0$, l'autre à un résultat $r = 1$.

4.2

Exprimer formellement la spécification décrite plus haut.

4.3

Proposer un invariant de boucle permettant de prouver la correction partielle du programme, et démontrer cette correction en utilisant votre invariant.