

Informatique Théorique 1. Travaux Dirigés : 2

1 Exercice

Montrer que les triplets suivants sont corrects :

- $\{ x = 1 \vee x = -1 \}$
 $x := x + 1$
 $\{ 0 \leq x^2 \leq 4 \}$
- $\{ x \in \mathbb{Z} \wedge (x < -1 \vee x > 1) \}$
if $x \leq 0$
then $x := -x$
else skip
endif
 $\{ x \geq 2 \}$

2 Exercice

Soient x, y, z trois variables dans \mathbb{Z} , et l'instruction \mathcal{S} ci-dessous

```
if  $y < x$   
then  
   $z := x ;$   
   $x := y ;$   
   $y := z$   
else  
  skip  
endif
```

Montrer que le triplet $\{\text{true}\} \mathcal{S} \{x \leq y\}$ est correct. (On donnera les diverses étapes de la preuve en précisant les règles appliquées).

3 Exercice

- Prouver le triplet suivant :

$$\{y = b \wedge x = a\} z := y ; y := x ; x := z \{x = b \wedge y = a\}$$

- En déduire que le triplet suivant est correct :

$$\{x = a \wedge y = b\} z := y ; y := x ; x := z \{a \neq b \implies x \neq y\}$$

Comme dans l'exercice précédent et les exercices suivants, on donnera le plus de détails possible dans les démonstrations

4 Exercice

On considère des variables sur \mathbb{N} . Montrer que le triplet suivant est correct :

```
{  $x^n = a y^p$  }
if p = 0
then
  skip
else
  if p % 2 = 0
  then
    y := y*y ; p := p/2
  else
    a := a*y ; p := p-1
  endif
endif
{  $x^n = a y^p$  }
```

5 Exercice

Considérez le triplet suivant :

```
{ $n \in \mathbb{N}_1$ }
while 0 < n do
  n := n+1
done
{2 = 3}
```

1. Ce triplet vous paraît-il correct ? Pourquoi ?
2. Si vous avez répondu “oui” à la question précédente, prouver ce triplet en utilisant les règles du calcul de Hoare.

6 Exercice

Prouver le triplet ci-dessous (en précisant bien quelles règles sont appliquées)

```
{ $x \in \mathbb{Z} \wedge y \in \mathbb{Z}$ }
while  $x \neq y$  do
  y := y -1
done
{ $x = y$ }
```

7 Exercice

Prouver le triplet ci-dessous (en précisant bien quelles règles sont appliquées)

```
{x ∈ ℕ ∧ y ∈ ℕ}
a := 0 ;
k := y ;
while k > 0
do
  a := a + x ;
  k := k - 1
done
{a = xy}
```