# Calculus II

## Examen (19 juin 2023)

Nom :

Prénom :

Section :

---

**Lisez ces quelques consignes avant de commencer l'examen.**

- Veuillez commencer par écrire *lisiblement* en lettres MAJUSCULES votre *nom*, *prénom* et *section* (MATH, INFO) sur *toutes* les feuilles.
- L'examen dure 3 heures.
- Aucun appareil électronique (calculatrice, GSM,...) n'est autorisé. Votre GSM doit être en mode silencieux dans votre cartable.
- Assurez-vous que vous comprenez la question qui vous est posée et faites attention à ce que le texte que vous écrivez y réponde explicitement (par exemple : le correcteur ne doit pas avoir à conclure lui-même).
- Sauf mention contraire, il est nécessaire de *justifier* vos calculs et vos affirmations. Votre argumentation doit convaincre le lecteur. En l'absence de justification, le résultat final, même correct, n'a pas de valeur.
- Veillez à faire une *rédaction soignée* de vos réponses. Celle-ci sera prise en compte. Notez que nous ne lirons pas vos brouillons (à faire aux dos des feuilles).
- Si une question est étalée sur plusieurs feuilles, veuillez grouper celles-ci lors de la remise de votre copie. Faites également attention à ne *pas* finir votre réponse sur la feuille d'une *autre question* !

Le non respect de ces consignes sera pénalisé.

---

**Question 1.** Calculez l'intégrale $\int_0^{\pi} \cosh(\pi x) \sin(x)\, dx$ en justifiant les différentes étapes de votre raisonnement. /3

| | |
|---|---|
| Nom : | |
| Prénom : | |
| Section : | |

**Question 2.** Calculez l'intégrale $\displaystyle\int_{-2}^{-1} \frac{2x^2+7x+12}{x^3+2x^2+6x}\,\mathrm{d}x$ en détaillant et justifiant les différentes étapes de vos calculs. $/4$

Nom :

Prénom :

Section :

Question 2 (suite). Poursuivez votre réponse sur cette page.

Calculus II

Examen (19 juin 2023)

| | |
|---|---|
| Nom : | |
| Prénom : | |
| Section : | |

Question 3. /6

(a) Déterminez l'ensemble des solutions réelles de l'EDO suivante :

$$\partial_t^2 u(t) - 4u(t) = \cos(2t) + 2t - 1. \tag{1}$$

(b) Existe-t-il une solution de l'équation (1) vérifiant $u(0) = 0$ et $\partial_t u(0) = \frac{3}{2}$ ? Justifiez.

Nom :

Prénom :

Section :

Question 3 (suite). Si nécessaire, poursuivez votre réponse sur cette page.

Nom :

Prénom :

Section :

Question 4. Déterminez la solution réelle $u : I \to \mathbb{R} : t \mapsto u(t)$ du problème de Cauchy

$$\partial_t u(t) = \frac{1}{3\sqrt{t\,u(t)}}, \qquad u(1) = u_0,$$

où $u_0 \in [1, +\infty[$ et $I$ est aussi grand que possible. Donnez $u$ sous la forme d'une seule formule (qui peut dépendre de $u_0$) :

/4

$u(t) =$

$I =$

Il est important de détailler et justifier rigoureusement les calculs qui donnent lieu à votre solution.

| | |
|---|---|
| Nom : | |
| Prénom : | |
| Section : | |

Question 4 (suite). Si nécessaire, poursuivez votre réponse sur cette page.

Calculus II

Examen (19 juin 2023)

Nom :

Prénom :

Section :

Question 5. Soient $f : [a,b] \to \mathbb{R}$ et $g : [a,b] \to \mathbb{R}$ deux applications continues telles que

/3

(a) $\forall x \in [a,b],\ |f(x)| = |g(x)|$,

(b) $\forall x \in [a,b],\ g(x) \neq 0$,

(c) $f(a) = g(a)$.

Montrez qu'alors $\forall x \in [a,b],\ f(x) = g(x)$.