Analyse mathématique I

Examen (14 juin 2021)

Nom :
Prénom :
Section :

Lisez ces quelques consignes avant de commencer l'examen.

- Veuillez commencer par écrire en lettres MAJUSCULES votre nom, prénom et section sur *toutes* les feuilles.
- L'examen dure 2 heures.
- Aucun appareil électronique (calculatrice, GSM,...) n'est autorisé.
- Veuillez vous assurer que vous comprenez la question qui vous est posée et faites attention à ce que le texte que vous écrivez y réponde explicitement (par exemple : le correcteur ne doit pas avoir à conclure lui-même).
- Il est nécessaire de *justifier* vos affirmations. Votre argumentation doit convaincre le lecteur. En l'absence de justification, le résultat final, même correct, n'a pas de valeur.
- Veillez à faire une *rédaction* soignée de vos réponses. Celle-ci sera prise en compte. Notez que nous ne lirons pas vos brouillons.
- N'employez *pas* la feuille d'une *autre question* pour finir votre réponse !

Les feuilles qui ne respectent pas ces consignes seront pénalisées.

Question 1. En utilisant la définition de continuité en ε-δ, montrez que la fonction $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} : x \mapsto \cos(\sqrt{x^2+1})$ est continue sur son domaire de définition. /6
Indication : pour rappel, $\cos(p) - \cos(q) = -2\sin(\frac{p-q}{2})\sin(\frac{p+q}{2})$.

Nom :

Prénom :

Section :

Question 1 (suite). Poursuivez votre réponse sur cette page.

Analyse mathématique I

Examen (14 juin 2021)

Nom :	
Prénom :	
Section :	

Question 2. Montrez que l'ensemble $C := \left\{(-1)^p/(p+1) \;\middle|\; p \in \mathbb{N}\right\} \cup \{0\}$ est compact. Votre argumentation doit être détaillée et de qualité. /5

Nom :

Prénom :

Section :

Question 2 (suite). Si nécessaire, poursuivez votre réponse sur cette page.

Nom :

Prénom :

Section :

/4

Question 3. Soit $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite de nombre réels positifs.

(a) Montrez que si $x_n \to 0$ alors $\exists N \in \mathbb{N},\ x_N = \sup\{x_n \mid n \in \mathbb{N}\}$.

Cochez la case adéquate selon que vous pensez que l'affirmation suivante est vraie ou fausse. Justifiez votre réponse par un argument ou un contre-exemple (justifié en détail).

(b) Vrai : ☐ Faux : ☐ La propriété (a) reste vraie si on suppose seulement que $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite de nombre réels.

Nom :

Prénom :

Section :

Question 3 (suite). Si nécessaire, poursuivez votre réponse sur cette page.