



Faculté
des Sciences

Département des Sciences Mathématiques

UMONS
Université de Mons

L'approche par compétences dans l'enseignement des mathématiques

Mémoire réalisé par Mélanie DERONNE
pour l'obtention du diplôme de Master en sciences mathématiques

Année académique 2011–2012

Directeur : Stéphanie Bridoux

Service : Logique mathématique (Didactique des mathématiques)

Remerciements

Je tiens avant tout à remercier sincèrement Stéphanie Bridoux pour m'avoir dirigée dans ce travail. Au-delà de son suivi patient et de son aide précieuse sans lesquels ce mémoire n'aurait pu aboutir, je la remercie également pour sa grande disponibilité et ses nombreux conseils.

Je remercie également Nicole Lambelin, Christian Michaux et Christophe Troestler d'avoir accepté de rapporter ce travail.

Mes remerciements s'adressent aussi à ma famille, et surtout à mes parents, qui m'ont permis de poursuivre mes études jusqu'à aujourd'hui. Je les remercie de tout cœur pour leur patience infinie.

Enfin, merci à Briec et à Florence pour leur présence et leur soutien de chaque instant.

Table des matières

Introduction	1
I Un éclairage historique sur l'approche par compétences	3
I.1 Un bref aperçu des contextes d'émergence	3
I.2 L'approche par compétences	12
I.2.1 Le décret « Missions »	12
I.2.2 Les référentiels de compétences	18
I.2.3 Élaboration de nouveaux programmes et diffusion des outils d'évaluation	22
I.3 Bilan	26
II Les compétences au cœur des mathématiques	28
II.1 La résolution de problèmes : une composante fondamentale de l'activité mathématique	29
II.2 Les référentiels de compétences	33
II.2.1 Les Socles de compétences	33
Compétences transversales	36
Compétences disciplinaires	41
II.2.2 Les Compétences terminales et savoirs requis	43
Compétences transversales	44
Compétences disciplinaires	47
II.3 Bilan	50
III La notion de compétence à travers les programmes et outils d'évaluation	53
III.1 En se référant aux programmes d'études...	54
III.2 À la lumière des outils d'évaluation...	60
III.2.1 Pour le premier degré du secondaire	61
III.2.2 Pour les deuxième et troisième degrés du secondaire	65
III.3 Bilan	73
IV L'approche par compétences dans la littérature spécialisée	75
IV.1 Une certaine convergence des points de vue	76
IV.1.1 Consensus autour de la notion de compétence	76
IV.1.2 Les implications de la notion de compétence sur l'évaluation	78

IV.2	Une vue critique de la notion de compétence	80
IV.2.1	Une attaque explicite contre la norme de la « complexité inédite »	80
IV.2.2	La question du « savoir-mobiliser »	82
	Maîtriser les procédures de base : un bagage insuffisant	82
	Autour des concepts de familles de situations et de transfert	84
IV.2.3	Deux paradoxes au centre la notion de compétence	87
IV.2.4	L'épineuse question de la transversalité	88
IV.3	Des réponses aux critiques : la gestion des paradoxes	91
IV.3.1	Vers une certaine classification des compétences	91
IV.3.2	Proposition d'évaluation : une évaluation en trois phases	94
IV.4	Bilan	96
V	L'approche par compétences : des aspects encore inexplorés	98
V.1	Le point de vue des enseignants sur l'approche par compétences : méthodologie	99
V.2	Les compétences transversales à travers l'activité de recherche	100
VI	L'avis des enseignants sur l'approche par compétences	102
VI.1	La clarté des brochures officielles	105
VI.2	L'intégration des compétences dans les pratiques de classe	106
VI.3	Quid des outils d'évaluation ?	109
VI.4	Bilan	110
VII	Comment le développement des compétences peut-il être pris en charge par l'enseignant ?	113
VII.1	La démarche de recherche dans les classes	114
VII.1.1	Le processus de modélisation	114
	La modélisation en classe de 3 ^e	117
	La modélisation en classe de 4 ^e	126
	La modélisation en classe de 5 ^e	131
	La modélisation en classe de 6 ^e	137
VII.1.2	Le processus de preuve	141
VII.2	Bilan	150
VIII	Les situations de recherche pour la classe (SiRC)	152
VIII.1	Caractérisation des SiRC	154
VIII.2	Deux exemples de SiRC	158
VIII.2.1	La chasse à la bête	158
	Résolution du problème	159
	Éléments d'analyse du problème	167
VIII.2.2	Le pavage de polyminos	169
	Résolution du problème	170
	Éléments d'analyse du problème	176
VIII.3	Organisation en classe	178

<i>Table des matières</i>	vi
VIII.4 Bilan	179
Conclusion	181
Bilan du travail	181
Analyse critique	184
Bibliographie	189

Introduction

L'approche par compétences s'est progressivement imposée dans les programmes scolaires de nombreux pays ainsi qu'en Communauté française pour devenir une logique incontournable dans le monde de l'éducation. À la lecture des publications pédagogiques de ces quinze dernières années, on ne peut en effet qu'y constater la prépondérance du mot « compétence » ainsi que la large gamme de concepts-clés qui lui sont associés : compétences transversales, compétences disciplinaires, familles de tâches, transfert, . . .

Bien que largement diffusée dans les ressources pédagogiques, la notion de compétence interroge toutefois le sens que celles-ci lui attribuent. Parmi ces ressources, on distingue, d'une part, les documents officiels rédigés à la demande de la Communauté française et d'autre part, les articles et ouvrages rédigés par des didacticiens et chercheurs en sciences de l'éducation. Les textes officiels, véritables pierres angulaires de l'approche par compétences, proposent une définition de cette notion émergente et formulent, en termes de compétences, la manière de concevoir la formation des élèves. Mais, comme nous le montrons dans les trois premiers chapitres de ce travail, ils apportent en fait peu de précision conceptuelle sur la notion de compétence ; du moins pour les enseignants qui doivent mettre en œuvre cette nouvelle approche dans leurs cours.

La notion de compétence qui constitue la nouvelle réalité pédagogique de la Communauté française dévoile ainsi une première problématique : sa définition ne permet pas d'en saisir le sens profond et elle peut, par conséquent, créer une véritable confusion conceptuelle au sein du corps enseignant. Cette problématique nous pousse à explorer dans le premier chapitre du travail ce « brouillard » conceptuel en orientant notre questionnement sur les raisons de l'émergence du concept de compétence. En choisissant de retracer dans un premier temps les sources de cette nouvelle notion, nous nous offrons ainsi un premier moyen de saisir, à travers ses origines, le sens à attribuer à la notion de compétence.

Afin de tenter d'identifier plus clairement le statut de ce nouveau concept et les usages qui en sont faits, nous questionnons dans les deuxième et troisième chapitres les différents documents officiels. Nous complétons ensuite notre travail par l'analyse de la littérature spécialisée. Des didacticiens et chercheurs en sciences de l'éducation ont en effet développé dans de nombreux ouvrages et articles leur propre réflexion sur la notion de compétence et dans le quatrième chapitre, nous dégagons de leurs travaux certains consensus en termes de définition de com-

pétences et de méthodes d'évaluation. Nous présentons également les nombreuses controverses qui animent la notion de compétence en éducation.

La difficulté à clarifier la notion de compétences nous pousse à aborder la seconde partie de ce travail sous un angle plus pratique en interrogeant l'expérience enseignante. Les enseignants, pour se mettre au diapason de l'approche par compétences, doivent avoir une compréhension claire de ce qui est attendu dans la notion de compétence et ce, pour pouvoir revisiter leurs pratiques pédagogiques. La difficulté de comprendre la notion de compétence croît donc avec le besoin de l'utiliser. C'est pourquoi nous nous intéressons dans le chapitre VI à la façon dont les enseignants perçoivent le sens de cette notion et instaurent dans leurs cours les nouvelles pratiques dictées par l'approche par compétences.

Le manque de précision autour la notion de compétence interroge aussi les moyens mis en œuvre par les différentes organisations didactiques actuelles pour développer des compétences. Nous cherchons alors à caractériser dans le chapitre VII l'enseignement autour de quelques compétences préconisées par les programmes. Aussi, dans la perspective de prolonger notre recherche, nous nous intéressons dans le dernier chapitre de ce travail à des situations proposant des perspectives intéressantes de mise en œuvre de compétences.

Nous terminons ce travail par une conclusion reprenant l'ensemble des résultats obtenus. Nous y présentons également une analyse critique et personnelle de l'approche par compétences.

Chapitre I

Un éclairage historique sur l'approche par compétences

La préoccupation centrale qui guide notre cheminement de travail dans le début de ce chapitre est de dégager le contexte pédagogique dans lequel l'approche par compétences a émergé. Pour ce faire, nous proposons d'abord un bref aperçu des différents courants pédagogiques antérieurs, en les replaçant chacun dans leur époque et en exposant succinctement les facteurs de changement au cœur de cette évolution pédagogique. Nous cherchons, par-là, à expliquer comment les différents courants se sont succédés. Mais nous nous intéressons principalement au dernier courant pédagogique précédent l'approche par compétences : celui de la pédagogie par objectifs. De ce courant, nous présentons les différentes idéologies qui l'ont fortement influencé afin de relever ses spécificités propres. Une courte analyse de la pédagogie par objectifs nous permet une première mise en évidence des éléments à l'origine de l'approche par compétences. Nous complétons ensuite ce premier relevé par des origines externes aux préoccupations pédagogiques.

Nous visons par ce détour historique un début d'éclaircissement sur le sens qui est donné à la notion de compétence. Celui-ci est ensuite étayé, dans la seconde partie de ce chapitre, par le statut que les documents officiels confèrent à cette nouvelle notion.

I.1 Un bref aperçu des contextes d'émergence

Nous commençons, dans cette première section, par établir le contexte pédagogique dans lequel l'approche par compétences a progressivement vu le jour. Pour ce faire, nous proposons une courte vue d'ensemble des différents courants qui ont jalonné l'histoire de la pédagogie.

L'approche par compétences a véritablement ébranlé les piliers de l'enseignement en revisitant l'essence profonde de l'apprentissage. Mais ce n'est pas la première fois qu'un tel vent de renouveau souffle sur le champ éducatif. Ce dernier a en effet été le théâtre d'une importante succession d'innovations pédagogiques telles que la pédagogie par centres d'intérêt, la pédago-

gie fonctionnelle, la pédagogie par projets, la pédagogie par objectifs et, dernière nouveauté, l'approche par compétences. Comme nous l'avons annoncé précédemment, nous nous penchons ici sur ces différents courants pédagogiques précédant l'approche par compétences en les resituant chacun dans leur contexte historique. Nous dégageons aussi, pour chacun d'eux, leurs caractéristiques intrinsèques tout en évaluant rapidement leur impact sur le monde éducatif. Précisons que nous adoptons ici une démarche purement descriptive.

Les trois premiers courants cités - c'est-à-dire la pédagogie par centres d'intérêt, la pédagogie fonctionnelle et la pédagogie par projets - font partie de ce que l'on appelle communément l'*Éducation nouvelle* ou *pédagogie active*. Ce mouvement de l'Éducation nouvelle s'oppose à la pédagogie dite « traditionnelle » qui dominait entièrement les pratiques enseignantes depuis très longtemps. Après le mouvement de la pédagogie active, nous assistons ensuite à une rupture avec l'entrée de la pédagogie par objectifs dans l'enseignement. Nous entrons en effet dans une nouvelle « ère », celle de la pédagogie « technologique ».

Dans la perspective de bien comprendre la logique sous-jacente à l'Éducation nouvelle et à la pédagogie technologique, il nous a semblé pertinent de nous intéresser d'abord aux fondements de la pédagogie traditionnelle, berceau de toutes les pédagogies qui lui ont succédé. Dans un premier temps, nous nous concentrons donc sur les principes de la pédagogie traditionnelle et détaillons les critiques qu'elle a soulevées. Dans un second temps, nous nous focalisons sur le mouvement de l'Éducation nouvelle, en effeuillant les différents courants pédagogiques qui la composent (la pédagogie par centres d'intérêt, la pédagogie fonctionnelle et la pédagogie par projets). Enfin, nous nous penchons sur les principes de la pédagogie par objectifs.

Le courant de la pédagogie traditionnelle est le plus répandu dans le temps et dans l'espace. Nous pouvons situer l'origine de la pensée traditionnelle du côté des Jésuites qui en ont établi le modèle le plus élaboré, aux 16^e et 17^e siècles, en Europe occidentale (Chateau, 1966). Au début du 20^e siècle, le développement de l'instruction obligatoire en Belgique s'est inscrit dans ce courant.

La logique de la pédagogie traditionnelle conçoit l'enseignement sous une forme unique : un maître tout puissant, juché sur son estrade, divulgue son savoir - dans un long monologue - à une « troupe » ignorante. La pédagogie traditionnelle propose en fait une vision simpliste de la transmission des savoirs, de celui qui sait (l'enseignant) vers celui qui ne sait pas (l'élève). Le savoir provient ainsi d'une « Vérité absolue » extérieure, représentée par l'enseignant. Dans cette logique, l'élève n'est pas acteur de ses apprentissages.

Parallèlement à cette influence de la pédagogie traditionnelle, on commence, fin du 19^e siècle, début du 20^e siècle, à parler réellement de pédagogie, en même temps que de psychologie. C'est aussi le temps où se développent la plupart des sciences humaines et où l'on note un certain foisonnement d'idées nouvelles, de théories et de travaux particuliers (que nous ne développons pas en détails ici). Les différentes recherches montrent que l'idée de transmission des savoirs au centre de la pédagogie traditionnelle est fort sujette à caution et que les apprentissages sont beaucoup plus facilement assimilés si l'élève est actif, c'est-à-dire s'il intervient dans la construction de ses propres savoirs. C'est le temps de la découverte de l'acteur, de

l'apprenant, du sujet qui, loin d'être un récepteur passif, transforme et réinvente les savoirs et informations que l'on pensait transmis directement auparavant. Cette pédagogie qui se met en place se dit « nouvelle » et met profondément en cause la pensée et la pratique pédagogiques établies, celles de la pédagogie traditionnelle.

Ce mouvement de l'Éducation nouvelle prend donc son essor à partir du moment où la pédagogie traditionnelle s'est vue contestée pour des raisons didactiques (mise en question de son efficacité pédagogique par le modèle de la transmission du savoir). Plus précisément, le courant de la pédagogie nouvelle puise ses racines dans les sciences psychopédagogiques et auprès des figures pionnières qui les ont mises en pratique, telles que Dewey, Decroly, Claparède, au tournant des 19^e et 20^e siècles. Il devient une référence aussi bien en Europe que dans le reste du monde développé, où sont créées quelques écoles dites « nouvelles ». Il s'agit d'y éduquer dans un esprit nouveau pour parvenir à rendre l'élève actif à l'école pour qu'il puisse mieux se construire et apprendre. L'Éducation nouvelle a donc pour objectif de rendre l'élève acteur de ses apprentissages. Contrairement à la pédagogie traditionnelle, la « Vérité » est ici conçue comme présente à l'intérieur même de l'individu. Aussi, pour qu'il construise ses savoirs, l'élève doit être en contact direct avec la réalité, c'est-à-dire face à des situations de recherche. En aucun cas, l'enseignant ne peut contrecarrer la spontanéité et la créativité de l'élève qui doit découvrir par lui-même la « Vérité ». Pour reprendre une formule couramment utilisée, il s'agit ainsi d'« apprendre en faisant ».

La révolution pédagogique apportée par ce mouvement a été de réclamer la participation active de l'apprenant à sa propre formation, de l'inciter à aller au-devant de son apprentissage. L'idée de mettre l'apprenant au centre de la méthode et de le considérer actif dans la démarche d'apprentissage constitue l'une des principales préoccupations de la pédagogie active. Mais la finalité de cette pédagogie, ce n'est pas le savoir qu'il s'agit d'inculquer, c'est l'élève qui doit arriver à son propre épanouissement. La pédagogie active place donc au cœur des pratiques enseignantes l'être humain en tant que tel, son développement et ses besoins.

La pédagogie traditionnelle, pendant longtemps hégémonique, s'est vue substituée par le mouvement de l'Éducation nouvelle. Nous constatons que l'évolution dont il est ici question s'explique par une envie de pallier aux critiques dont la pédagogie traditionnelle a fait l'objet. En effet, de nombreuses recherches ont montré que l'acquisition des savoirs chez l'élève est meilleure quand il les construit lui-même plutôt que lorsqu'ils sont reçus par simple transmission-réception. Ces recherches s'inscrivent dans la lignée des théories constructivistes et socio-constructivistes développées dans les années 40 par Piaget, Wallon, Vygotsky et leurs successeurs. Cette mise en évidence de l'homme se construisant par sa propre action a été renforcée également à travers les approches de la sociologie de l'éducation (par exemple : les recherches anglo-saxonnes de Goffman dans les années 1950-60 ; les approches européennes dans les années 70 de Crozier, Friedberg, Charlot, etc.). Toutes ces recherches ont donc mis en évidence l'importance de proposer aux élèves des milieux qui leur permettent d'agir, non pas en exerçant et appliquant des connaissances présentées par le maître, mais pour construire ces connaissances elles-mêmes.

Après avoir expliqué la nature de cet important changement pédagogique, nous nous consacrerons

crons maintenant au mouvement de l'Éducation nouvelle. Comme nous l'avons annoncé, le courant de la pédagogie nouvelle constitue le fonds pédagogique dans lequel puisent les trois pratiques enseignantes suivantes : la pédagogie par centres d'intérêt, la pédagogie fonctionnelle et la pédagogie par projets. Nous détaillons rapidement ces différentes pédagogies en relevant les facteurs qui ont entraîné une telle succession.

La pédagogie nouvelle vise l'apprentissage par l'action pour que l'élève construise lui-même son savoir. Mais pour qu'il ait envie d'apprendre ce que précisément on doit lui enseigner, il faut créer la demande de savoir. Et il y aura demande de savoir si celui-ci correspond à un besoin de l'élève ou à un de ses intérêts. La pédagogie par centres d'intérêt propose ainsi de ne présenter que des apprentissages ayant un certain attrait ou intérêt pour l'élève. Cette pédagogie s'inscrit dans les idées de Decroly (neurologue, psychologue et pédagogue belge, 1871-1932). Son idée centrale est que l'éducation doit se faire à partir des intérêts de l'élève. Car l'action se déclenche lorsqu'elle est susceptible de répondre à un intérêt. La pédagogie par centres d'intérêt est donc une méthode pédagogique qui cherche à favoriser l'apprentissage par l'éveil des centres d'intérêt. C'est autour de ceux-ci, où s'expriment la spontanéité et la curiosité naturelles des élèves, que se construisent les apprentissages.

La pédagogie fonctionnelle, tout comme la pédagogie par centres d'intérêt, place l'intérêt des apprenants comme levier des conduites éducatives. Mais pour amener l'élève à s'intéresser aux objets de l'enseignement qu'il dispense, l'enseignant utilise habituellement des moyens inopérants, parce qu'ils reposent sur une conception erronée de l'intérêt. En effet, en utilisant par exemple des méthodes attrayantes (telles que des manuels abondamment illustrés, de la typographie variée et en couleurs, etc), « *les désillusions sont souvent à la mesure des espérances* » (Meirieu, 1997 ; cité par Minder, 1999, p. 117). Comme le développe Minder (1999), « *la confusion vient sans doute d'un oubli essentiel : l'intérêt n'est jamais l'attribut intrinsèque d'un objet considéré en lui-même. L'intérêt (...) est la relation de convenance qui s'établit entre un sujet "déficient" et l'objet capable d'annuler le déficit* » (p. 118). La pédagogie fonctionnelle souhaite ainsi remédier à cette fausse conception de l'intérêt que se fait la pédagogie par centres d'intérêt. Mais comment parvient-elle concrètement à susciter l'intérêt d'apprendre chez l'élève ? La réponse nous est donnée par Claparède (1946), neurologue et psychologue suisse : « *il faudra réaliser une désadaptation, créer un manque, de telle manière que la réadaptation, le recouvrement de l'état d'équilibre, exigent nécessairement l'émission des réponses caractérisant l'objectif* » (cité par Minder, 1999, p. 120).

Ici encore, la pédagogie fonctionnelle succède à la pédagogie par centres d'intérêt en vue de dépasser une « défaillance » sur la manière de susciter l'intérêt. En effet, la pédagogie par centres d'intérêt ne s'était pas préoccupée d'établir une référence particulière entre l'intérêt à susciter chez l'élève et la matière d'enseignement à acquérir. Pour tenter d'y remédier, la pédagogie fonctionnelle identifie l'intérêt à ce que l'on appelle une « situation déficiente ».

Centrons-nous maintenant sur les principes théoriques qui sous-tendent la pédagogie par projets. Il s'agit d'une forme de pédagogie qui fait passer des apprentissages à travers la réalisation d'une production concrète, d'un projet. Historiquement, la pédagogie par projets remonte

à Kilpatrick (1918) dans un article intitulé « The Project Method ». Mais l'idée est en fait plus ancienne et revient au philosophe Dewey, vers 1900. Le moyen d'action de cette pédagogie est fondé sur la motivation des élèves, suscitée par l'aboutissement à une réalisation concrète. Dans l'idéal, ce sont les élèves qui font le choix du projet puisqu'il s'agit de les impliquer personnellement, mais la plupart du temps, il est proposé par l'enseignant, resté attentif aux programmes d'études. Que l'enseignant soit en « force de proposition » ne signifie pas qu'il doive définir seul le projet. Il est nécessaire, au départ du projet, qu'il fasse adhérer les élèves à sa proposition en éveillant leur curiosité et en leur laissant un espace d'initiative et de décision. Le projet induit un ensemble de tâches dans lesquelles tous les élèves peuvent s'impliquer et jouer un rôle actif, qui peut varier en fonction de leurs moyens et intérêts. La mise en œuvre d'un projet doit atteindre des objectifs d'apprentissage identifiables figurant au programme de la discipline.

Une fois de plus, l'évolution observée ici correspond à l'envie d'apporter un certain « enrichissement » à la pédagogie fonctionnelle. En effet, en plaçant les élèves dans une situation authentique de vie et d'expérience et, en mettant au centre des préoccupations, les désirs spontanés des élèves, le projet présente une importante composante motivationnelle par rapport à la pédagogie fonctionnelle.

Précisons toutefois que nous n'explorons pas davantage les caractéristiques des différentes pédagogies présentées ci-dessus, car celles-ci ne sont pas en lien direct avec les objectifs de ce travail. Nous nous attachons plutôt à détailler la pédagogie par objectifs, pédagogie précédant l'approche par compétences.

Le tour d'horizon des différentes pédagogies antérieures à la pédagogie par objectifs nous montre que l'évolution s'explique systématiquement par une envie de dépasser les problèmes ou de combler les manques des pédagogies antérieures. Et nous pouvons légitimement supposer que l'introduction de la pédagogie par objectifs en éducation se donne la même intention. L'analyse de cette pédagogie que nous proposons ci-dessous permet de confirmer cette hypothèse mais les objectifs de ce travail d'analyse sont surtout les suivants : détailler les diverses influences de la pédagogie par objectifs, présenter ses principes fondamentaux et dégager les reproches qu'elle a suscités.

Nous nous attachons donc, dans un premier temps, à présenter les origines qui ont inspiré la pédagogie par objectifs. Celle-ci, qui a vu le jour au cours des années 70, prend principalement appui sur le paradigme béhavioriste qui a dominé la psychologie de l'éducation au sortir de la deuxième guerre mondiale. Comme première précision sur le modèle béhavioriste, nous retenons la définition que propose John Watson (1913), fondateur de ce courant : « *le béhaviorisme est une psychologie dont le seul objet d'étude est le comportement, phénomène observable, et non la conscience* ». Le béhaviorisme suggère en fait une explication particulière de l'activité d'apprentissage. En partant du principe que le fonctionnement du cerveau et de la pensée sont en eux-mêmes inaccessibles à l'observation, il propose de se concentrer uniquement sur le comportement observable qui témoignerait à lui seul de l'acquisition de l'apprentissage. Par sa définition, le béhaviorisme sous-entend une distinction entre le « dehors », qui fait référence à tout ce qui est accessible à l'observation, et le « dedans », renvoyant aux processus men-

taux, à la conscience, appelée « boîte noire » dans le langage behavioriste. Cette dernière y est totalement rejetée pour ne s'intéresser qu'à ce qui est observable, ce qui est, selon Watson, une réponse à un stimulus défini. En effet, le comportement observable qui doit être compris comme une séquence d'actes accessibles à l'observation, est déterminé ici par les stimulations de l'environnement extérieur, c'est-à-dire, dans le domaine qui nous intéresse, par l'enseignant. Avant de comprendre où et comment le behaviorisme intervient dans le fonctionnement de la pédagogie par objectifs, signalons au préalable que cette pédagogie est issue d'une seconde origine, celle-ci plus ancienne : le contexte de rationalisation des processus de production industrielle. Cette rationalisation, appelée également taylorisme, est apparue aux États-Unis à la fin du 20^e siècle et préconise l'organisation scientifique du travail. Cette méthode cherche à définir *a priori* la meilleure façon de produire, propre à délivrer le rendement maximum. Elle consiste alors à spécialiser une tâche à l'extrême pour que sa mise en œuvre soit réduite à des actions simples.

Les différents courants qui inspirent la pédagogie par objectifs sont donc le behaviorisme et le taylorisme. En nous penchant maintenant sur la logique de la pédagogie par objectifs, nous comprenons comment le behaviorisme s'y intègre et de quelle manière le discours industriel « moderne » lié à la rationalisation a influé sur le discours pédagogique.

Dans la pédagogie par objectifs, toutes les connaissances à acquérir sont traduites en termes d'objectifs pédagogiques. Les savoirs et savoir-faire à transmettre au sein des disciplines sont découpés en autant d'objectifs à atteindre à chaque niveau de la scolarité. La pédagogie par objectifs permet en fait de répondre à la question : que doit savoir, ou savoir-faire l'élève à la fin d'une activité donnée ? Et la réponse à cette question est associée à un objectif. Les différents objectifs étudiés dans cette pédagogie sont classifiés en deux groupes distincts : les objectifs généraux et les objectifs opérationnels. Les premiers sont constitués d'énoncés d'intentions pédagogiques et se situent en amont de l'apprentissage car ils représentent la finalité de celui-ci. Les seconds objectifs, hiérarchisés en terme de complexité, sont issus de la démultiplication d'un objectif général en un certain nombre d'énoncés de sorte qu'il soit possible pour l'élève de l'atteindre en fonction de ses capacités. La tâche correspondant à un objectif général est ainsi découpée en petites unités pour faciliter son appropriation progressive. Pour faire passer l'élève d'un niveau de connaissance à un autre, il suffit donc de lui aménager un certain nombre d'étapes intermédiaires afin que chacune de ces étapes comporte une petite difficulté que l'élève arrivera à surmonter. C'est donc à travers cette décomposition de l'apprentissage en unités distinctes et progressivement transmissibles que l'on reconnaît le caractère rationnel de cette méthode pédagogique ; caractère rationnel qui constitue la transposition, dans le domaine de l'éducation, des exigences qui se faisaient jour dans le monde des entreprises. Mais pour pouvoir évaluer un élève face à un objectif, la pédagogie par objectifs prétend que l'objectif atteint chez l'élève est identifiable par un comportement observable. C'est ce point-ci, essentiel, qui marque l'influence des préceptes behavioristes sur la pédagogie par objectifs. Il fait d'ailleurs partie des quatre critères de Tyler. Ce dernier a en effet indiqué, en quatre points, comment définir les objectifs de telle sorte qu'ils deviennent des objectifs opérationnels¹ :

1. Ces quatre critères ont été précisés par Hameline (1979, p. 62).

- l'objectif doit être univoque ;
- il doit désigner un comportement observable ;
- il doit préciser les conditions de la performance ;
- il doit indiquer les critères de l'évaluation.

Les objectifs visent donc à rendre transparents les apprentissages réalisés, en mettant l'accent sur ce que les élèves sont capables de faire à la fin d'un cours. Ainsi, le principe de la pédagogie par objectifs est de décomposer l'apprentissage final en objectifs successifs repérables par des comportements observables, par des réactions externes à la « boîte noire », et articulés les uns aux autres par ordre de complexité croissante.

À travers les grandes lignes de la pensée pédagogique dite « par objectifs », nous constatons que celle-ci, tout comme la pédagogie active, met l'élève au centre des préoccupations des programmes scolaires. En effet, la formulation des objectifs, définis en termes de comportements attendus, renvoient à des activités du point de vue de l'élève et non du point de vue du projet de l'enseignant. Ainsi, la pédagogie par objectifs construit les programmes et la progression des apprentissages autour de l'activité de l'élève.

En plus d'être centrée sur l'élève, la pédagogie par objectifs porte une attention toute particulière aux moyens techniques, opératoires, d'acquérir effectivement des savoirs et savoir-faire. C'est dans ce sens qu'elle est qualifiée de « pédagogie technologique ». Ces moyens, prenant forme sous un processus de rationalisation de l'action éducative, identifient précisément les conditions d'apprentissage pour atteindre des objectifs bien définis. Ils impliquent ainsi une certaine efficacité en utilisant des moyens appropriés pour atteindre les objectifs visés. Cependant, les limites de la pédagogie par objectifs ne tardent pas à apparaître au grand jour. D'une part, en prenant appui sur le béhaviorisme et, par conséquent, en excluant toute hypothèse sur ce qui se passe dans l'esprit (la fameuse boîte noire), la pédagogie par objectifs prescrit de s'en tenir au schéma stimuli-réponse. Berthelot, professeur de philosophie, affirme à ce sujet dans un article largement diffusé et intitulé *Les sciences de l'éducation ou l'imposture pédagogique, extraits d'une étude inédite* (2001) :

« Le mot d'ordre de l'orientation pédagogique fondée sur cette psychologie est donc de "voir pour croire". Ce qui ne peut être observé n'a aucun intérêt, ni même aucune existence. L'enseignant doit donc être en mesure d'observer chez les élèves les effets patents, incontestables de son enseignement, de dire à l'avance quel comportement il compte observer chez eux, et à quel moment précis [...]

Or, le mécanisme de base de tout "apprentissage", en ce sens restreint et technique, est le réflexe conditionné, tel qu'il a été étudié par Pavlov. Produire un comportement, c'est donc faire acquérir un réflexe, autrement dit produire le stimulus propre à déclencher la réponse comportementale attendue. "Éduquer", si l'on peut encore utiliser ce terme, c'est bien alors conditionner » (p. 3).

D'autre part, le découpage des contenus des programmes scolaires en de multiples micro-objectifs (les objectifs opérationnels) a des conséquences non négligeables. Le CUEEP (Centre

Université-Economie d'Education Permanente) de Lille détaille, en trois points, cette décomposition à outrance des objectifs : « *le morcellement des contenus implique la perte d'un point de vue d'ensemble ; un trop grand découpage des contenus est réducteur et contribue à une perte de sens ; (...) le travail intellectuel de l'apprenant est réduit, le travail est "mâché"* ».

La pédagogie par objectifs s'est ainsi enfermée dans son opérationnalisme comportemental, ce qui l'a énormément éloigné de son acte pédagogique et l'a transformé, par conséquent, en un acte constitué de réflexes conditionnés. Un premier problème découle de ce « conditionnement », il s'agit d'une totale abstraction de toute sorte de pensée créative chez l'élève. Et par le morcellement des contenus d'apprentissage, un deuxième problème apparaît : l'élève apprend des morceaux de matière sans en comprendre le sens et sans savoir quel lien a son apprentissage avec la vie de tous les jours.

Les problèmes que dévoile la pédagogie par objectifs engendrent des « *sentiments récurrents d'insatisfaction et/ou de mécontentement que connaissent les enseignants par rapport aux acquis effectifs de leurs élèves* » (Romainville, 2008, p. 35). Nous voyons ici une première origine de l'approche par compétences : le souci de répondre à ces insatisfactions internes à notre enseignement. L'auteur souligne trois types de lacunes régulièrement dénoncées par les enseignants :

- « *La superficialité de certains apprentissages : même s'ils ont fourni, à un moment donné, des signes de maîtrise de certains savoirs, les élèves se montrent souvent incapables de les mobiliser spontanément dans des situations pour lesquelles ces savoirs seraient pertinents* ». Cette première lacune nous vient directement de la totale abstraction de toute sorte de pensée créative chez l'élève, premier problème observé ci-dessus dans la pédagogie par objectifs.
- « *Le manque d'intégration des savoirs : les élèves "saucissonnent" leurs apprentissages et éprouvent des difficultés à élaborer des ponts entre les différentes matières auxquelles ils ont été confrontés* ». Cette deuxième lacune découle, quant à elle, du manque de sens des apprentissages chez l'élève, second problème que nous avons relevé au sujet de la pédagogie par objectifs.
- « *Des lacunes persistantes dans les acquis de base. Malgré les efforts considérables déployés tout au long de la scolarité obligatoire, des compétences essentielles ne semblent pas suffisamment installées* ». Contrairement aux deux points précédents, ces acquis déficitaires ne sont pas en lien direct avec la pédagogie par objectifs. Cela semble plutôt être un mal récurrent en éducation. Nous étudions dans le second chapitre comment l'approche par compétences vise à dépasser ces lacunes dans les acquis de base.

Les critiques qui ont affaibli les principes de la pédagogie par objectifs constituent le berceau de l'approche par compétences dans notre enseignement. À travers les préoccupations pédagogiques de l'approche par compétences, étudiées dans la seconde partie de ce chapitre, nous développons la manière avec laquelle celle-ci se donne effectivement la prétention de dépasser ces critiques.

Comme annoncé dans l'introduction de ce chapitre, les raisons qui justifient l'émergence de l'approche par compétences dans notre enseignement ne s'arrêtent pas à l'ambition de dépasser les reproches qui compromettent les principes de la pédagogie par objectifs. L'approche par compétences affiche également la volonté de lutter contre un système éducatif inégalitaire. En effet, en Belgique francophone, le système scolaire s'était constitué avec une très grande liberté où chaque Pouvoir Organisateur (PO) pouvait définir son programme d'enseignement, choisir ses méthodes pédagogiques et construire ses propres épreuves d'évaluation. Romainville (2008) ajoute à ce sujet qu'« *un rapport de l'OCDE de 1993² avait en effet épinglé cette particularité de notre système éducatif et avait dénoncé ses effets pervers* ». *L'inexistence d'épreuves communes externes aux différents établissements (et cela aux différents paliers de la scolarité) concourait à favoriser la compétition entre écoles et l'installation d'un « apartheid pédagogique »* (p. 4). L'approche par compétences puise donc ses racines dans un souci de la Communauté française de remédier à l'absence de définition standardisée des niveaux d'études. Il s'agit ici d'une exigence locale à l'enseignement de la Communauté française.

Enfin, nous comptons une troisième et dernière source, davantage externe, de l'approche par compétences. Celle-ci a trait à l'évolution des demandes « *qu'adressent la "société du savoir" et "l'économie de la connaissance" à l'école* » (Romainville, 2008, p. 36). L'auteur précise ses propos : « *dans nos sociétés où la croissance économique est plus que jamais liée au capital humain et au développement des sciences et des techniques, on attend certes que les jeunes sachent des choses, mais aussi qu'ils soient capables de mettre leurs acquis au service du développement économique et social, en quelque sorte, qu'ils soient compétents pour être compétitifs* » (p. 36). Ainsi, l'approche par compétences leur permettra de cultiver en eux leur capacité à apprendre et à être efficaces. La troisième ambition qu'elle se donne est donc de rapprocher l'école aux besoins de la société, c'est-à-dire adapter plus étroitement ses objectifs aux exigences de la compétition économique.

Ces trois facteurs - les lacunes engendrées par la pédagogie par objectifs, le problème d'inégalité entre les différents réseaux et la demande insistante du monde économique - nous donnent une vue d'ensemble des contextes d'émergence de l'approche par compétences en éducation. La réflexion suivante émerge alors : si l'approche par compétences a progressivement pris le devant de la scène éducative, c'est indéniable qu'elle propose d'apporter des solutions aux difficultés majeures que rencontre notre enseignement. Mais de quelle manière prétend-t-elle y arriver ? C'est à cette question essentielle que la seconde partie de ce chapitre apporte un premier élément de réponse.

Comme annoncé plus haut, la suite de ce chapitre s'attache à présenter les chemins que l'approche par compétences emprunte pour tenter de dépasser les problèmes qui fragilisent notre enseignement. Afin de les exposer au mieux, nous décidons de porter notre attention sur les documents officiels qui, tour à tour, ont véhiculé la notion de compétence. La démarche choisie est en fait d'analyser les textes rédigés et publiés à la demande de la Communauté

2. OCDE : Organisation de coopération et de développement économiques.

française, en vue de repérer efficacement les changements que l'approche par compétences souhaite provoquer dans l'enseignement.

I.2 L'approche par compétences

Nous détaillons ici les différentes brochures officielles qui se rapportent à l'approche par compétences, en suivant l'ordre chronologique de leur publication.

I.2.1 Le décret « Missions »

C'est à partir du décret du 17 juillet 1997, dit décret « Missions », que l'approche par compétences a véritablement pris son essor. Ce décret est entré en vigueur sous l'égide de la ministre présidente de la Communauté française de l'époque, Laurette Onkelinx. C'est la première fois en Belgique que le pouvoir politique exprime explicitement ses attentes à l'égard de l'école en fixant, par les voies d'un décret, les objectifs à atteindre par les élèves de l'enseignement obligatoire. Ces objectifs que tout enseignement en Communauté française de Belgique se doit de poursuivre, appelés objectifs généraux, sont déterminés par l'article 6 du décret « Missions » :

La Communauté française, pour l'enseignement qu'elle organise, et tout pouvoir organisateur, pour l'enseignement subventionné, poursuivent simultanément et sans hiérarchie les objectifs suivants :

- Promouvoir la confiance en soi et le développement de la personne de chacun des élèves ;
- Amener tous les élèves à s'approprier des savoirs et à acquérir des compétences qui les rendent aptes à apprendre toute leur vie et à prendre une place active dans la vie économique, sociale et culturelle ;
- Préparer tous les élèves à être des citoyens responsables capables de contribuer au développement d'une société démocratique, solidaire, pluraliste et ouverte aux autres cultures ;
- Assurer à tous les élèves des chances égales d'émancipation sociale.

Figure I.1 - Article 6 du décret « Missions »

À l'instar de la pédagogie par objectifs, l'approche par compétences s'appuie sur un « inventaire » d'objectifs. Mais notons d'emblée que la description de ces objectifs s'accompagne d'une précision nullement anodine : les objectifs doivent être poursuivis « simultanément et sans hiérarchie ». Cette précision fait directement référence aux objectifs opérationnels hiérarchisés, constituant des étapes successives d'apprentissage dans la pédagogie par objectifs.

L'approche par compétences se distingue donc, d'une première manière, sur la façon de concevoir les objectifs qu'elle décrit. Mais elle se caractérise également par des objectifs qui ne sont plus appréhendés en termes de comportements finalisés. Les objectifs généraux nous donnent en fait une vision plutôt globale de ce qui est attendu de l'élève.

Intéressons-nous aux idées sous-jacentes à la définition de ces objectifs et, par conséquent, à leur impact sur notre enseignement. Pour ce faire, il nous a semblé pertinent de nous baser sur un article publié par le réseau Restode³ et intitulé *Projets pédagogique et éducatif de l'Enseignement organisé par la Communauté française* qui détaille chacun des quatre objectifs.

1. Promouvoir la confiance en soi et le développement de la personne de chacun des élèves

Selon l'article publié par le réseau Restode, « *chaque enfant a d'énormes possibilités. L'école de la Communauté française l'en rend conscient, pour qu'il consacre de l'énergie à apprendre, à se développer [...] L'école doit bien sûr se préoccuper du développement intellectuel des élèves, mais sans négliger les autres aspects de leur éducation. Il ne s'agit pas de fabriquer des êtres qui excellent dans tel ou tel domaine, au prix de leur équilibre physique ou mental, de leur épanouissement affectif. Les savoirs doivent être au service du développement de la personne de chaque élève, et lui permettre de mener à bien ses projets* » (p. 4).

Ce premier objectif révèle que le développement de l'élève avec ses besoins, son épanouissement, et ses possibilités est au cœur du souci pédagogique. Cela nous ramène aux idées véhiculées par l'Éducation nouvelle abordée dans la première section de ce chapitre, qui défend le principe d'une participation active des individus à leur propre formation. Elle déclare que l'apprentissage, avant d'être une accumulation de connaissances, doit avant tout être un facteur de progrès global de la personne. L'approche par compétences s'appuie donc sur les avancées des pédagogies qui lui précèdent.

2. Amener tous les élèves à s'approprier des savoirs et à acquérir des compétences qui les rendent aptes à apprendre toute leur vie et à prendre une place active dans la vie économique, sociale et culturelle

Toujours selon l'article, « *l'enseignement organisé par la Communauté française met ici l'accent sur l'activité des élèves face aux apprentissages : il ne s'agit pas de leur faire acquérir coûte que coûte des bribes de connaissances qu'ils s'empresseront d'oublier, mais de les mettre en condition de conquérir volontairement de nouvelles compétences, avec l'aide des adultes et de leurs condisciples, parce que l'école aura su leur donner l'envie de progresser. Les compétences acquises, jointes à une attitude positive par rapport aux apprentissages, en feront des adultes curieux, désireux de poursuivre leur formation, face aux exigences d'un monde qui change, à des connaissances qui se développent de plus en plus rapidement, à des trajectoires personnelles diversifiées et peu prévisibles à long terme. Les années de scolarité ne représentent en fait que*

3. Réseau d'Enseignement organisé par la Fédération Wallonie-Bruxelles.

peu de temps en regard de l'espérance de vie des citoyens de nos pays. Elles doivent être mises à profit pour construire des compétences, mais aussi pour amorcer chez chacun un processus d'éducation permanente » (p. 4).

Pour la première fois, se trouvent associées officiellement deux idées : celle de viser le développement de « compétences » et celle d'utiliser plus efficacement l'enseignement obligatoire au service de la « vie économique ». On retrouve, à travers ce second objectif, les demandes externes au monde éducatif, troisième source d'émergence de la notion de compétence (suivant l'ordre dont elles sont présentées dans ce travail). Comme nous l'avons développé dans la description des différents contextes d'émergence, les avancées technologiques entraînent aujourd'hui un développement explosif des connaissances. Il s'agit donc d'éviter une véritable surcharge des programmes scolaires en mettant les élèves en condition d'acquérir par eux-mêmes de nouvelles « compétences ». L'école, par les attitudes et les compétences qu'elle désire développer chez les élèves, leur offre ainsi les moyens de prendre une place dans la vie économique, sociale, et culturelle.

3. Préparer tous les élèves à être des citoyens responsables capables de contribuer au développement d'une société démocratique, solidaire, pluraliste et ouverte aux autres cultures

L'article explicite ce troisième objectif : *« il ne s'agit pas de former les individus en oubliant que l'homme vit dans une société. Chacun doit se sentir concerné par les événements qui surviennent autour de lui, être armé pour les analyser et les comprendre. Il doit être capable de mettre en œuvre les moyens nécessaires pour modifier les réalités qui ne lui conviennent pas, dans le respect, bien sûr, des règles de la démocratie et des droits de l'homme, en créant des solidarités et en tirant parti de la force que celles-ci confèrent »*.

L'enseignement organisé par la Communauté française est ouvert à tous et il est neutre. Notons que la neutralité est une obligation légale pour tous les enseignements organisés par la Communauté française. C'est le respect absolu des convictions de chacun, pour autant, bien sûr, qu'elles soient compatibles avec notre constitution, nos lois, et les textes fondateurs de la démocratie, comme la Déclaration universelle des Droits de l'Homme et les conventions internationales relatives aux droits de l'homme et aux droits de l'enfant. C'est aussi une attention extrême au respect des droits des minorités.

Dans le réseau de la Communauté française, l'ouverture à tous et la neutralité créent un contexte des plus favorables pour développer la solidarité, le pluralisme et l'intérêt pour les diverses cultures en présence. Le cloisonnement entre options philosophiques, religieuses et politiques y est fermement refusé. Celles-ci coexistent dans l'environnement quotidien des jeunes. L'hétérogénéité du milieu scolaire favorise un brassage, lui-même gage d'ouverture.

Ainsi, à travers ce troisième objectif, nous retrouvons l'ouverture à tous et la neutralité, caractéristiques fondamentales de l'enseignement de la Communauté française. Celles-ci ne sont donc pas nouvelles à l'approche par compétences mais, en se présentant comme le cadre légal des priorités de l'enseignement obligatoire, le décret « Missions » s'offre les moyens d'imposer le développement de telles valeurs.

4. Assurer à tous les élèves des chances égales d'émancipation sociale

Comme le souligne l'article, « l'école n'est pas là pour sélectionner une élite, mais pour former un maximum de citoyens dans une société où le niveau de compétence moyen exigé par l'évolution technologique et les idéaux démocratiques humanistes ne cesse de s'élever. Elle doit donc mettre en œuvre une pédagogie de la réussite. L'hétérogénéité des classes est un état de fait, tout comme la singularité des modes et des rythmes d'apprentissage. Le respect des caractéristiques de chacun est une condition d'un enseignement démocratique qui cherche à doter le plus grand nombre d'élèves d'un "outillage" commun, tout en permettant à ceux qui peuvent aller plus loin d'encore progresser » (p. 5).

En précisant cette volonté d'égalité sociale, le décret « Missions » s'oppose de toute évidence à la pédagogie traditionnelle qui favorise l'élitisme et la sélection sociale. En effet, la pédagogie traditionnelle considère la classe comme un ensemble homogène. Or, ceci n'est jamais le cas. Et le fait de travailler sur le même support pour l'ensemble des élèves ne peut qu'entraîner un découragement de la part de certains élèves en difficulté qui se sentent alors constamment en échec. Ces élèves risquent de se replier sur eux-mêmes et de ne plus faire d'efforts. C'est tout le problème de la gestion de l'hétérogénéité dans les classes.

Nous avons vu qu'en plaçant le développement de l'élève et ses besoins au centre des pratiques pédagogiques, l'approche par compétences prolonge les principes de l'Éducation nouvelle. Mais ces principes sont renforcés à travers l'idée d'émancipation sociale véhiculée par le quatrième objectif.

L'approche par compétences fait la promotion d'une vision globale des objectifs poursuivis. Ceux-ci touchent effectivement à plusieurs « domaines ». D'une part, dans la continuité de l'Éducation nouvelle, l'approche par compétences met l'élève en tant qu'être humain au centre des préoccupations en s'intéressant à ses besoins et à son développement. Cela se manifeste dans le premier et le dernier objectif du décret. D'autre part, l'évolution des systèmes économiques, sociaux et culturels dictent de nos jours l'assimilation et l'adoption de cette évolution par l'école, appelée dès lors à modifier ses finalités. En effet, jamais auparavant de telles demandes extérieures n'apparaissaient dans les objectifs de notre enseignement. Celles-ci transparaissent dans le deuxième objectif du décret. Enfin, l'hétérogénéité des classes est un état de fait, tout comme la singularité des rythmes d'apprentissage. En respectant les caractéristiques de chacun, l'enseignement de la Communauté française vise, à travers le quatrième objectif du décret « Missions », à relever le défi des chances égales d'émancipation sociale.

Par une telle diversification dans la définition des objectifs, le décret « Missions » fait non seulement transparaître ses origines puisées dans l'évolution des pédagogies antérieures (l'opposition à la pédagogie traditionnelle en luttant contre les inégalités au sein de l'école, l'intégration de l'élève au cœur du souci pédagogique) mais aussi des demandes externes au système éducatif, dictées par des considérations sociales et économiques. L'approche par compétences vise donc à moderniser les finalités de l'enseignement, pour mieux les ajuster aux besoins présumés des personnes, de la société et de l'économie.

Mais comment l'enseignement de la Communauté française s'y prend-il pour réaliser ces objectifs généraux ? Un premier élément de réponse nous est donné par l'article 8 du décret :

Pour atteindre les objectifs généraux visés à l'article 6, les savoirs et les savoir-faire, qu'ils soient construits par les élèves eux-mêmes ou qu'ils soient transmis, sont placés dans la perspective de l'acquisition de compétences. Celles-ci s'acquièrent tant dans les cours que dans les autres activités éducatives et, de manière générale, dans l'organisation de la vie quotidienne à l'école. À cet effet, la Communauté française pour l'enseignement qu'elle organise, et tout pouvoir organisateur, pour l'enseignement subventionné, veillent à ce que chaque établissement :

1. Mette l'élève dans des situations qui l'incitent à mobiliser dans une même démarche des compétences transversales et disciplinaires y compris des savoirs et savoir-faire y afférents ;
2. Privilégie les activités de découverte, de production et de création ;
3. Articule théorie et pratique, permettant notamment la construction de concepts à partir de la pratique ;

[...]

Figure 1.2 - Extrait de l'article 8 du décret « Missions »

Étant donné que l'article 8 du décret traduit la poursuite des objectifs généraux en termes de compétences, intéressons-nous d'abord au sens officiel qui est donné à la notion de compétence pour ensuite nous pencher sur les manières d'atteindre les objectifs généraux. Dans l'article 5 du décret « Missions » est présentée la définition officielle de compétence :

Dans l'ensemble de la législation et de la réglementation relative aux niveaux d'enseignement visés au présent chapitre, sont retenues les définitions suivantes :

1. compétence : aptitude à mettre en œuvre un ensemble organisé de savoirs, de savoir-faire et d'attitudes permettant d'accomplir un certain nombre de tâches.

[...]

Figure 1.3 - Extrait de l'article 5 du décret « Missions »

Un trait fondamental se dégage de la définition de la compétence : elle est orientée vers l'action. L'apprentissage ne semble donc pas résider dans une addition ou une restitution de

savoirs et savoir-faire isolés. La définition de compétence que le décret propose majore en fait l'importance accordée aux usages des ressources (savoirs, savoir-faire et attitudes). En effet, l'apprentissage ne semble avoir de sens que si l'élève se montre apte à les mobiliser pour accomplir une certaine « tâche ». L'approche par compétences place ainsi la mobilisation des ressources au cœur de la formation.

Nous pouvons donc dire, dans un premier temps, qu'une compétence n'est rien d'autre qu'un ensemble de ressources diverses (savoirs, savoir-faire et attitudes) que la personne « compétente » est capable de mobiliser pour affronter avec efficacité une situation. En ce sens, l'approche par compétences vise à remédier aux lacunes de la pédagogie par objectifs, accusée de trop « compartimenter » les savoirs en décomposant les contenus en de multiples objectifs opérationnels. En effet, cette accumulation de connaissances cloisonnées engendrait une perte de sens des apprentissages et une incapacité des élèves à mobiliser les savoirs spontanément dans des situations pour lesquelles ils seraient pertinents. De cette définition décrétale de compétence transparait donc une des priorités de l'approche par compétences : sortir des situations d'apprentissage planifiées de manière méthodique et progressive pour aller vers des situations globales de mobilisation des savoirs.

Revenons maintenant sur la manière dont les objectifs généraux du décret « Missions » doivent être poursuivis, en nous penchant sur l'extrait de l'article 8 présenté plus haut. Par le premier point de cet extrait, on retrouve l'idée qui apparait explicitement dans la définition officielle de compétence : un « savoir-agir » fondé sur la mobilisation d'un ensemble de ressources. Mais en nous focalisant sur la capacité de l'élève à mobiliser diverses ressources, nous nous offrons notamment les moyens d'analyser la façon dont il acquiert ses apprentissages. Ainsi, l'observation de ce que l'élève apprend (en lien avec le comportement observable de la pédagogie par objectifs) se voit complétée par l'analyse du comment il apprend. L'approche par compétences revendique donc d'ouvrir la boîte noire des processus d'apprentissage au-delà des comportements qui attestent de leur acquisition. Comme l'a annoncé Romainville (1994), « le défi est donc lancé de s'intéresser à l'acte d'apprendre lui-même, le processus, et non plus seulement à ses résultats » (cité par Langouche, Petit, Philippe et Romainville, 1996, p. 20).

Par le deuxième point portant sur « les activités de découverte, de production et de création » qui doivent être mises au-devant des priorités, nous comprenons la volonté de l'approche par compétences d'axer ses apprentissages sur des activités, considérées comme moteur dans la construction des savoirs et savoir-faire. Ainsi, on vise moins à transmettre des savoirs et savoir-faire scolaires reçus « en héritage » (la pédagogie traditionnelle), qu'à faire produire des savoirs et savoir-faire sollicités dans l'activité.

Enfin, par le dernier point de l'extrait de l'article 8, à savoir « articule théorie et pratique, permettant notamment la construction de concepts à partir de la pratique », l'approche par compétences situe les apprentissages dans des contextes susceptibles de leur donner du sens : le savoir doit être appréhendé en lien avec ses usages. Dans cette perspective, l'intégration des apprentissages dans une logique globale est privilégiée, avec le souci que la visée finale

de la compétence à acquérir ne soit pas seulement présente « à la fin » du processus, mais soit comprise dès le début et conditionne la façon même dont sont construits par l'élève les différents savoirs et savoir-faire. C'est dans ce sens que vont les propos de Romainville (2001). En effet, selon lui, « *il s'agit en quelque sorte de renverser la logique didactique classique qui a tendance à repousser en bout de formation la question de l'investissement de ce qui a été appris au sein de tâches significatives. Tout au contraire, l'approche par compétences place au cœur de la formation la mobilisation des ressources à apprendre et met d'emblée l'accent sur les situations que ces ressources permettent à la fois de mieux apprendre et de mieux gérer* » (cité par Romainville, 2008, p. 65).

Au terme de cette brève analyse sur le sens qui est donné à la notion de compétence et sur les processus d'apprentissage, nous constatons que les objectifs ne sont plus de l'ordre des contenus à transférer mais plutôt d'une capacité d'action à atteindre par l'élève. Dans ce contexte, une compétence ne se résume ni à des savoirs, ni à des savoir-faire ou à des savoir-être, mais à la capacité d'un élève à mobiliser l'ensemble de ces éléments, considérés comme des « ressources » pour réaliser une tâche.

En rupture avec les pédagogies qui l'ont précédée, l'approche par compétences se centre non plus sur les savoirs et savoir-faire à apprendre mais sur leur mobilisation pertinente et intégrée dans des situations qui les sollicitent. Aussi, les apprentissages construits à partir de la « pratique » (troisième point dans l'article 8) sont inscrits dans des tâches qui laissent à l'élève entrevoir l'utilité de ces apprentissages. Nous pouvons donc affirmer que nous ne sommes plus dans un cadre d'apprentissages stables dans leur configuration disciplinaire mais plutôt dans celui d'apprentissages en construction dynamique, où la connaissance est appelée à devenir compétence, au travers d'une approche centrée sur l'activité.

Le décret « Missions » est le premier prescrit légal de notre histoire scolaire belge à définir des objectifs généraux d'éducation communs à toutes les écoles. Par ce décret, la Communauté française s'est dotée d'un texte fondamental qui établit un contrat clair entre l'école et la société. Il définit les missions prioritaires de l'enseignement obligatoire (les objectifs généraux) et organise les structures propres à les atteindre (cf. article 8). Mais il convient encore de préciser concrètement les compétences que les élèves doivent avoir acquises aux moments charnières de leur scolarité. Pour ce faire, des référentiels de compétences ont été diffusés par la Communauté française, rapidement après la publication du décret « Missions ». Dans notre optique de parcourir dans un ordre chronologique les documents officiels se rapportant à l'approche par compétences, nous proposons donc de nous intéresser à ces référentiels.

1.2.2 Les référentiels de compétences

Dans la foulée du décret « Missions », des groupes de travail inter-réseaux composés de conseillers pédagogiques, d'inspecteurs et de professeurs, ont été chargés de définir les compétences et les savoirs requis. Pour ce faire, des référentiels de compétences ont été rédigés et publiés. Ceux-ci visent à doter le système éducatif de balises claires concernant les compétences à maîtriser aux différents paliers de la scolarité. Plus précisément, il s'agit de présenter

de manière structurée les compétences à acquérir au terme du premier degré du secondaire et celles qui sont à maîtriser à la fin du troisième degré du secondaire. L'approche par compétences scinde donc en deux cycles le cursus scolaire obligatoire : les six années du primaire et les deux premières années du secondaire constituent le premier cycle ; les quatre dernières années du secondaire forment le deuxième cycle. Cette scission s'explique par l'organisation même de notre système éducatif. En effet, l'enseignement primaire ainsi que les deux premières années de l'enseignement secondaire est commun à tous les élèves titulaires du certificat d'études de base (CEB)⁴. Tandis qu'à partir de la troisième année du secondaire, l'enseignement est organisé sous quatre formes : l'enseignement général, l'enseignement technique, l'enseignement artistique et l'enseignement professionnel. L'enseignement technique peut se présenter sous deux formes : un enseignement technique de transition (TTR) et un enseignement technique de qualification (TQ). L'enseignement artistique (AQ ou ATR) est organisé dans le technique de qualification et dans le technique de transition. Il se différencie par le fait que les options groupées sont de caractère artistique. Au sein des quatre formes précitées, nous distinguons deux groupes :

- les Humanités générales et technologiques qui rassemblent l'enseignement général et l'enseignement technique de transition,
- les Humanités professionnelles et techniques qui rassemblent l'enseignement professionnel et l'enseignement technique de qualification.

L'enseignement primaire et les deux premières années du secondaire délivrent donc un enseignement commun à tous les élèves alors que les quatre dernières années du secondaire se différencient en Humanités générales et technologiques et en Humanités professionnelles et techniques. Cela entraîne des référentiels de compétences différents pour chaque groupe. En effet, trois référentiels ont été créés :

- les *Socles de compétences* définissent les compétences à maîtriser à la fin du premier degré du secondaire ;
- les *Compétences terminales et savoirs requis pour les Humanités générales et technologiques* définissent les compétences à maîtriser à la fin du troisième degré du secondaire dans l'enseignement général et technique de transition ;
- les *Compétences terminales et savoirs requis pour les Humanités professionnelles et techniques* définissent les compétences à maîtriser à la fin du troisième degré du secondaire dans l'enseignement technique de qualification et professionnel.

En créant des références communes aux différentes écoles, aux différents pouvoirs organisateurs (PO) et aux trois différents réseaux d'enseignement (Communauté française - Officiel

4. Ceux qui n'ont pas obtenu le CEB peuvent également s'inscrire en 1^{re} année commune moyennant quatre conditions cumulatives (être âgés de 12 ans, avoir fréquenté la 6^e année primaire, accord des parents et du conseil d'admission). Pour les élèves qui éprouvent des difficultés à suivre dans le 1^{er} degré commun ou dont on suppose qu'ils éprouvent des difficultés, une orientation est possible vers une 1^{re} ou une 2^e année complémentaire (1S ou 2S). Quant aux élèves qui ne sont pas titulaires du CEB et qui ne remplissent pas les conditions précitées, un premier degré différencié est organisé comportant une 1^{re} année et une 2^e année différenciées (1D et 2D). L'objectif principal de ce premier degré différencié est de permettre aux élèves qui ne sont pas porteurs du CEB de l'acquérir. Une fois le CEB acquis, l'élève peut être orienté soit vers le 1^{er} degré commun, soit vers une année complémentaire.

subventionné - Libre subventionné), l'objectif est d'installer une certaine unification et une convergence entre tous les établissements pour mettre en œuvre des objectifs communs, même si les contenus à enseigner restent spécifiques à chaque PO. On retrouve ici la volonté de lutter contre un système éducatif inégalitaire. Comme nous l'avons vu dans la première section de ce chapitre, cette volonté a favorisé l'émergence de l'approche par compétences dans notre enseignement. Romainville (2008) précise toutefois : « *dès lors que l'instauration d'épreuves communes de type baccalauréat se heurtait à la liberté pédagogique des réseaux, on s'était tourné vers l'établissement de référentiels de compétences, définissant les niveaux à atteindre par tous les élèves, tout en laissant la liberté aux réseaux de définir les programmes propres à les atteindre et les épreuves d'évaluation de la maîtrise de ces compétences. Il s'agit donc de ce que l'on appelle communément un "compromis à la belge", un peu boiteux et guère téméraire, mais sans nul doute le seul possible, à cette époque, dans notre paysage institutionnel si spécifique* » (p. 4).

Les référentiels ont été progressivement publiés selon l'agenda suivant : en mai 1999, le référentiel « Socles de compétences » a précisé le niveau à atteindre à la fin du premier degré de l'enseignement secondaire. En continuité avec le primaire, ces *Socles* délimitent, en un seul document mais par discipline, les finalités de ce que l'on appelle désormais « l'enseignement du fondement » (les six années du primaire et les deux premières années du secondaire). Ils sont définis de la manière suivante dans le décret « Missions » :

Dans l'ensemble de la législation et de la réglementation relative aux niveaux d'enseignement visés au présent chapitre, sont retenues les définitions suivantes :

[...]

2. socles de compétences : référentiel présentant de manière structurée les compétences de base à exercer jusqu'au terme des huit premières années de l'enseignement obligatoire et celles qui sont à maîtriser à la fin de chacune des étapes de celles-ci parce qu'elles sont considérées comme nécessaires à l'insertion sociale et à la poursuite des études.

[...]

Figure 1.4 - Extrait de l'article 5 du décret « Missions »

De fin 1999 à 2001, ont été publiés, par discipline, les documents « Compétences terminales et savoirs requis pour les Humanités générales et technologiques » et « Compétences terminales et savoirs requis pour les Humanités professionnelles et techniques » qui définissent, quant à eux, le niveau à atteindre respectivement en fin de troisième degré de l'enseignement secondaire des humanités générales et technologiques et en fin de troisième degré de l'enseignement secondaire des humanités professionnelles et techniques. Le décret « Missions » définit, en son article 5, les compétences terminales :

Dans l'ensemble de la législation et de la réglementation relative aux niveaux d'enseignement visés au présent chapitre, sont retenues les définitions suivantes :

[...]

3. compétences terminales : référentiel présentant de manière structurée les compétences dont la maîtrise à un niveau déterminé est attendue à la fin de l'enseignement secondaire.

[...]

Figure I.5 - Extrait de l'article 5 du décret « Missions »

Précisons d'emblée que nous ne nous attachons pas davantage aux humanités professionnelles et techniques dont les compétences et activités qu'elles décrivent présentent un caractère trop particulier pour que nous puissions considérer la compétence dans son aspect général.

Les référentiels s'attachent donc à définir, pour chaque discipline, les compétences à maîtriser et sur lesquelles devra, par conséquent, porter la certification. Leur rédaction a été supervisée par la Commission commune de pilotage instituée par le décret « Missions ». Les textes ont été approuvés par le Conseil général de concertation, le Gouvernement les a fixés, le Parlement les a confirmés après les avoir amendés. Avec l'instauration de ces référentiels, l'école et ses acteurs sont en quelque sorte tenus à une obligation de résultat : il ne suffit plus de scolariser, il faut que tous les élèves acquièrent les compétences des *Socles* et les compétences terminales. Celles-ci montrent le cap à tenir par toutes les écoles, quel qu'en soit le PO, et pour tous les élèves.

L'élaboration de référentiels de compétences permet ainsi d'assurer à la fois une meilleure lisibilité et une plus grande transparence des acquis des élèves. Toutefois, ces référentiels ne prennent pleinement sens qu'éclairés par deux types d'outils : les programmes d'études et les outils d'évaluation. Car si les référentiels décrivent les objectifs que les élèves doivent atteindre pour passer d'une étape de leur parcours à la suivante, les programmes déterminent les contenus à traiter en classe pour tendre vers les objectifs fixés. Et après avoir déterminé explicitement les contenus d'enseignement, il convient de les évaluer et, à ce sujet, les outils d'évaluation constituent des exemples permettant d'évaluer les compétences des élèves aux différentes étapes de leur scolarité.

Toujours dans cette perspective de retracer chronologiquement la publication des documents officiels liés à l'approche par compétences, nous nous intéressons dans la suite de cette section aux nouveaux programmes et aux outils d'évaluation qui ont émergé suite au décret « Missions ».

1.2.3 Élaboration de nouveaux programmes et diffusion des outils d'évaluation

Étape importante dans l'ascension des compétences : de nouveaux programmes ont été élaborés par les différents réseaux. Chaque PO (pouvoir organisateur) jouit ainsi, pour son réseau d'enseignement, de la liberté d'établir son propre programme. Bien que l'approche par compétences soit régie en amont par un texte législateur et des référentiels de compétences, elle n'impose aucune directive officielle quant aux contenus précis à enseigner. En ce sens, « *l'approche par compétences n'a pas vocation à être totalitaire* » (Romainville, 2008, p. 34). Les programmes de chaque réseau sont en application depuis septembre 2001. Leur conformité aux « Socles de compétences » et « Compétences terminales et savoirs requis » a dû être préalablement approuvée par le Ministère. Notons que nous nous penchons davantage sur les programmes d'études dans le troisième chapitre de ce travail. Mais intéressons-nous toutefois aux termes dans lesquels ils sont présentés dans le décret « Missions » :

Dans l'ensemble de la législation et de la réglementation relative aux niveaux d'enseignement visés au présent chapitre, sont retenues les définitions suivantes :

[...]

8. programmes d'études : référentiel de situations d'apprentissage, de contenus d'apprentissage, obligatoires ou facultatifs, et d'orientations méthodologiques qu'un pouvoir organisateur définit afin d'atteindre les compétences fixées par le Gouvernement pour une année, un degré ou un cycle;

[...]

Figure 1.6 - Extrait de l'article 5 du décret « Missions »

En plus d'inspirer une réécriture des programmes, l'approche par compétences a suscité la mise en place d'un nouveau système d'évaluation. Car l'évaluation des actes isolés de la pédagogie par objectifs a cédé la place au souci de décrire avec exactitude ce que les individus sont capables de faire. Mais l'évaluation des apprentissages, qui est assurément un élément clé de tout programme de formation, est un processus complexe, étroitement lié à des attentes de formation appelées « compétences » et qui sont décrites dans les référentiels. L'évaluation doit en effet rendre compte du degré auquel les élèves répondent à ces attentes.

Pour aider les enseignants à évaluer l'acquisition des compétences par les élèves, des outils d'évaluation pour l'enseignement primaire et l'enseignement secondaire ont été diffusés. Ils ont été préparés sous la responsabilité de commissions composées de représentants des différents pouvoirs organisateurs et ils constituent des exemples qui permettent aux enseignants d'évaluer les compétences des élèves aux différentes étapes de l'enseignement obligatoire. Ces outils

d'évaluation sont destinés directement à l'usage des établissements scolaires et des enseignants. Notons que deux ensembles d'outils ont été constitués :

- les outils d'évaluation pour l'enseignement primaire,
- les outils d'évaluation pour l'enseignement secondaire.

Les outils d'évaluation pour l'enseignement secondaire sont eux-mêmes formés de trois groupes : un premier groupe d'outils pour le premier degré de l'enseignement secondaire, par discipline ; un second groupe d'outils pour les Humanités générales et technologiques, par discipline ; un troisième groupe d'outils pour les Humanités professionnelles et techniques. Toutefois, comme précisé précédemment, nous ne considérons pas dans ce travail les formations professionnelles et techniques.

Les outils pour l'enseignement primaire et ceux pour le premier degré de l'enseignement secondaire ont été élaborés en fonction des *Socles de compétences*. Tandis que les outils pour les Humanités générales et technologiques sont relatifs aux *Compétences terminales et savoirs requis*. Le statut de ces outils, qu'ils se rapportent aux *Socles* ou aux *Compétences terminales*, est fixé par le décret « Missions » :

Il est créé une Commission des outils d'évaluation relatifs aux socles de compétences, selon les modalités que fixe le Gouvernement.

Cette Commission produit des batteries d'épreuves d'évaluation étalonnées et correspondant aux socles de compétences.

Le Gouvernement les diffuse, à titre indicatif, auprès de tous les établissements organisés ou subventionnés par la Communauté française, selon les modalités qu'il définit. Ces batteries d'épreuves sont également communiquées aux institutions chargées de la formation initiale ou continuée des enseignants.

[...]

Figure I.7 - Article 19 du décret « Missions »

Il est créé une Commission des outils d'évaluation des Humanités générales et technologiques.

Cette Commission produit des batteries d'épreuves d'évaluation étalonnées et correspondant aux compétences et savoirs fixés aux articles 25 et 26⁵.

Le Gouvernement les diffuse, à titre indicatif, auprès de tous les établissements organisés ou subventionnés par la Communauté française, selon les modalités qu'il définit. Ces batteries d'épreuves sont également communiquées aux institutions chargées de la formation initiale ou continuée des enseignants.

[...]

Figure 1.8 - Article 29 du décret « Missions »

Le décret « Missions » précise donc que les outils d'évaluation sont mis à la disposition des établissements scolaires à titre indicatif. Ils indiquent le type de tâches à proposer aux élèves et le niveau attendu à tel moment des études. Ces outils peuvent être utilisés par les enseignants tels qu'ils sont construits. Mais bien plus fondamentalement, ils constituent pour les enseignants une invitation à s'en inspirer pour construire leur propre évaluation des compétences afin d'apprécier les progrès, de comprendre les difficultés, pour réajuster les démarches ou pour établir le bilan des acquis.

Quant au concept d'évaluation proprement dite, le terme semble en fait englober deux réalités plutôt différentes. Le décret « Missions » distingue en effet deux types d'évaluation : l'évaluation formative et l'évaluation sommative. En son article 5, il en propose les définitions suivantes :

5. Il s'agit des compétences et savoirs qui figurent dans le référentiel *Compétences terminales et savoirs requis* pour les Humanités générales et technologiques.

Dans l'ensemble de la législation et de la réglementation relative aux niveaux d'enseignement visés au présent chapitre, sont retenues les définitions suivantes :

[...]

10. évaluation formative : évaluation effectuée en cours d'activité et visant à apprécier le progrès accompli par l'élève et à comprendre la nature des difficultés qu'il rencontre lors d'un apprentissage ; elle a pour but d'améliorer, de corriger ou de réajuster le cheminement de l'élève ; elle se fonde en partie sur l'auto-évaluation ;
11. épreuves à caractère sommatif : épreuves situées à la fin d'une séquence d'apprentissage et visant à établir le bilan des acquis des élèves ;

[...]

Figure 1.9 - Extrait de l'article 5 du décret « Missions »

Intéressons-nous d'abord à l'évaluation formative. Au vu de sa définition décrétale, elle apporte de l'information sur les acquis en construction. Elle permet ainsi de situer la progression de l'élève par rapport à un objectif donné. Mais en évaluant en cours d'apprentissage, on forme en fait l'élève par une double régulation. Les propos de Houart (2001) sont clairs à ce sujet : il y a, « *d'une part, une régulation de l'apprentissage des élèves. Si les résultats et plus encore, l'analyse des erreurs, sous la guidance de l'enseignant, permettent à l'élève de prendre connaissance des acquis déjà réalisés, du chemin qu'il lui reste à parcourir, de son processus d'apprentissage, des stratégies de résolution, des procédures erronées, des méthodes de travail à valoriser. D'autre part, (il y a) une régulation de l'enseignement du professeur : fournir des exercices supplémentaires, réexpliquer une règle, corriger la prise de notes des élèves, offrir plus de temps d'appropriation, passer à la séquence d'apprentissage suivante, etc* » (p. 1). Le décret « Missions » souligne l'importance d'une telle évaluation dans son article 15 en signalant que « *chaque établissement d'enseignement permet à chaque élève de progresser à son rythme, en pratiquant l'évaluation formative* ».

L'évaluation sommative⁶ a lieu à la fin de séquences d'apprentissages et permet de dresser un bilan des connaissances et compétences d'un élève. Les performances de l'élève à cette évaluation seront alors prises en compte par le professeur, c'est-à-dire « additionnées » selon des coefficients déterminés, pour décider en fin d'année si l'élève réussit dans le cadre de son cours.

Par l'évaluation formative, nous comprenons qu'il ne s'agit pas seulement, pour l'enseignant, de se centrer sur les compétences à faire acquérir dans le seul but de les attester ou de les certifier : le suivi de la progression de chaque élève semble tout aussi essentiel.

6. Plusieurs auteurs (notamment Charles Hadji, Université Pierre Mendès France, Grenoble) préfèrent les termes « évaluation certificative » alors qu'en Communauté française, on parle seulement d'évaluation certificative en conseil de classe, en fin d'année, lorsque l'ensemble du corps professoral d'un élève décide de sa certification.

1.3 Bilan

Nous avons relevé, dans la première section de ce chapitre, un certain nombre de facteurs qui ont favorisé l'apparition de l'approche par compétences en éducation. À la source des compétences se trouve le souci de répondre à des exigences locales (la volonté d'établir des références communes à toutes les écoles, quel que soit le PO), de dépasser des insatisfactions internes au système éducatif (en lien avec les défaillances que présente la pédagogie par objectifs) et de répondre à de nouvelles demandes internes (économiques et sociales).

Dans la seconde partie de ce chapitre, nous avons présenté les différents documents officiels liés à l'approche par compétences et rédigés à la demande de la Communauté française. Le décret « Missions » a été notre premier objet d'étude. Du point de vue de son statut, il représente le cadre légal de l'approche par compétences dans notre enseignement. Pour la première fois, le pouvoir politique assigne à l'école des objectifs généraux. Ceux-ci place l'élève au cœur des préoccupations pédagogiques. En effet, ils postulent qu'en acquérant des savoirs et compétences, l'élève développe sa personnalité en y trouvant son épanouissement et se donne les meilleures chances d'émancipation sociale. La responsabilité de créer cette dynamique revient donc à l'école, confirmée dans sa mission sociale, éducative et pédagogique. Ensuite, du point de vue de son contenu, le décret « Missions » définit officiellement la notion de compétence. De cette définition, nous comprenons que l'approche par compétences place résolument au cœur de la formation la mobilisation des ressources (savoirs, savoir-faire et attitudes). Nous pouvons ainsi dire qu'un élève est « compétent » s'il est rompu à l'art de mobiliser des capacités et des savoirs pour résoudre une certaine tâche. Nous observons ici une rupture avec la pédagogie par objectifs car nous passons d'une priorité donnée aux savoirs et savoir-faire, abordés de manière décontextualisée, à une prise en compte des activités dans lesquelles ceux-ci s'incarnent. En ancrant les savoirs et savoir-faire dans des situations significatives, l'approche par compétences assure à l'élève un meilleur sens de ses apprentissages et par conséquent, elle met l'accent sur l'usage que l'élève pourra faire de ces savoirs et savoir-faire scolaires. En d'autres termes, l'approche par compétences invite l'école à développer des « savoirs vivants ». Pour reprendre les propos de Perrenoud (1999), « *l'idée de compétence n'affirme rien d'autre que le souci de faire des savoirs scolaires des outils pour penser et pour agir, au travail et hors travail* ». Cette idée est d'ailleurs véhiculée par le second objectif général du décret qui, pour rappel, vise à « *mener tous les élèves à s'approprier des savoirs et à acquérir des compétences qui les rendent aptes à apprendre toute leur vie et à prendre une place active dans la vie économique, sociale et culturelle* ».

Le décret définit aussi, de façon tout à fait inédite, comment sera établi ce qu'il convient d'enseigner, en prévoyant que le Gouvernement déterminera des référentiels de compétences. Jusque-là, c'était plutôt la responsabilité des pouvoirs organisateurs et des enseignants de préciser le contenu des apprentissages. Que les pouvoirs publics aient « pris la main » est en quelque sorte une révolution culturelle dans l'enseignement, même si la liberté de méthode reste aux PO, dans la construction des programmes. Les référentiels de compétences, confirmés aux termes mêmes du décret, ont été notre second objet d'analyse. Ces référentiels ont une double fonction. D'abord, ils constituent la pierre angulaire des programmes : c'est dans le respect de ces documents que le Gouvernement approuve désormais les programmes. Ensuite,

ils regroupent les connaissances et les compétences indispensables que chaque élève devra avoir acquises pour passer d'une étape de son parcours à la suivante. Ils sont définis pour chaque branche de l'enseignement primaire et de l'enseignement secondaire. Notre démarche de travail nous a ensuite menée à l'élaboration des nouveaux programmes d'études et à la diffusion d'outils d'évaluation. En effet, les programmes doivent être revus et adaptés aux exigences des référentiels de compétences et l'évaluation des apprentissages a dû s'accorder à la logique de l'approche par compétences.

L'émergence de la notion de compétence en éducation est le signe de véritables changements : elle place au cœur des préoccupations pédagogiques la mobilisation des ressources. La volonté de l'approche par compétences est de mettre l'élève en situation de « recherche », en activité face à une certaine tâche, donnant ainsi sens aux apprentissages. Ce premier chapitre nous permet de comprendre le sens général de la notion de compétence. L'ensemble des compétences que l'élève est amené à maîtriser est présenté dans les référentiels *Socles de compétences* et *Compétences terminales et savoirs requis*. Dans le chapitre suivant, nous nous attachons à décrire ces référentiels. Leur niveau d'enseignement visé, leur structure ainsi que les différents types de compétences présentées, font l'objet de notre travail de description. Nous allons de plus privilégier dès maintenant la formation mathématique, et ce, pour toute la suite de ce travail.

Chapitre II

Les compétences au cœur des mathématiques

Dans le premier chapitre, nous avons vu qu'une compétence repose sur la mobilisation, l'intégration, la mise en réseau d'une diversité de ressources internes, propres à l'élève : ses savoirs, savoir-faire et attitudes. Une compétence se traduit donc par une capacité à combiner cet ensemble de ressources en vue de réaliser une certaine tâche. Nous avons également relevé que la compétence est « porteuse de sens » pour les élèves. Elle leur permet en effet de saisir le sens de leurs apprentissages, les rendant ainsi « *aptes à apprendre toute leur vie et à prendre une place active dans la vie économique, sociale et culturelle* » (deuxième objectif général du décret « Missions »).

Nous nous penchons maintenant sur les compétences à développer dans le cours de mathématiques. Comme précisé précédemment, de telles compétences figurent dans les référentiels *Socles de compétences* et *Compétences terminales et savoirs requis*¹. Ces documents officiels constituent le principal objet d'étude de ce chapitre.

Pour ce faire, il nous est apparu indispensable de dégager les différentes compétences relatives à la formation mathématique à partir d'une caractéristique essentielle de l'activité mathématique : la résolution de problèmes. Dans cette perspective, il nous a semblé important d'analyser préalablement le lien particulier entre l'activité mathématique et la résolution de problèmes. C'est à une telle analyse que nous avons consacré la première partie de ce chapitre. Celle-ci s'appuie sur différentes réflexions en didactique des mathématiques ainsi que sur les brochures officielles diffusées par la Communauté française. Ce travail nous conduira à la proposition d'adopter la résolution de problèmes en tant que composante fondamentale de l'activité mathématique. En nous intéressant d'abord à une caractéristique essentielle que présente cette activité, nous nous offrons ainsi une vue d'ensemble sur ce qu'il convient d'enseigner concrètement aux élèves. Nous serons alors en mesure de présenter la nature des compétences répertoriées dans les *Socles de compétences* et les *Compétences terminales et savoirs requis*. L'étude de ces référentiels, qui

1. Nous nous intéressons ici uniquement au référentiel *Compétences terminales et savoirs requis* pour les humanités générales et technologiques.

constitue la seconde et majeure partie de ce chapitre, présente plusieurs objectifs, pour chacun des référentiels : rappeler son statut, préciser le niveau d'enseignement qu'il vise, exposer la structure interne du document en détaillant comment les compétences y sont recensées, et analyser les différents types de compétences qu'il présente.

II.1 La résolution de problèmes : une composante fondamentale de l'activité mathématique

L'objectif que nous nous fixons dans le début de ce chapitre est de confirmer l'intérêt particulier que représente la résolution de problèmes dans le champ des mathématiques. Mais avant d'entrer dans le vif du sujet, il est peut-être bon d'esquisser brièvement le cadre de travail dans lequel nous prétendons nous situer : nous ne cherchons pas ici à examiner les conditions par lesquelles ce thème de la résolution de problèmes est progressivement devenu une composante essentielle dans l'enseignement des mathématiques ; nous ne visons pas non plus à caractériser l'ensemble des conceptions actuelles de la résolution de problèmes. En effet, la didactique des mathématiques nous propose une telle quantité de travaux qu'en rendre compte pourrait constituer un travail à lui seul. Notre objectif se contente donc de développer rapidement quelques réflexions didactiques s'accordant sur l'importance à octroyer à la résolution de problèmes. En joignant ce premier travail à une lecture des documents officiels, nous justifions alors le fait d'aborder les référentiels de compétences sous l'angle de la résolution de problèmes.

On dit souvent que « faire des mathématiques c'est résoudre des problèmes ». La résolution de problèmes semble en effet emblématique car c'est à travers elle que l'élève peut montrer qu'il est apte à réinvestir ses savoirs mathématiques en situation. Toutefois, comme la notion de « problème » est régulièrement employée dans de très nombreux contextes et selon des usages multiples, il nous semble juste d'en préciser préalablement le sens. Bornons-nous à quelques caractérisations. Avec Richelle et Droz (1976), on peut dire qu'« *il y a problème lorsque le sujet ne dispose pas immédiatement d'une réponse de routine applicable à la situation* » (p. 242). De son côté, Polya (1968) caractérise la résolution de problèmes comme « *the finding a way out of a difficulty, a way around an obstacle, attaining an aim that was not immediately attainable* » (p. 9). Dans ces caractérisations, l'accent est mis sur le fait que le sujet est confronté à une situation inconnue, nouvelle pour laquelle il n'a pas d'emblée de solution lui permettant de parvenir au but souhaité. Gilis et Guillaume (1995) ramènent la définition d'un problème à la prise en compte de trois sortes d'éléments plus ou moins explicites : des données de départ ; des questions visant à préciser le but recherché ; des contraintes avec lesquelles il faut composer. Sous le terme de « contrainte », les auteurs entendent la disposition ou non chez l'élève des notions et outils nécessaires mais aussi l'éventuelle opérationnalité de ceux-ci dans le problème en question. Partageant l'ensemble de ces définitions, nous considérons qu'un problème est constitué d'un ensemble d'informations faisant l'objet d'un questionnement ou d'une consigne qui nécessite une recherche, celle-ci impliquant l'utilisation de divers outils et notions.

Une fois la notion de problème établie, intéressons-nous à la place importante qu'accorde l'apprentissage des mathématiques à la résolution de problèmes. Un premier fait courant relevé dans la littérature est de considérer que c'est en résolvant des problèmes qu'on apprend les mathématiques. En effet, selon Charnay (2010), « *on apprend si, au cours de la résolution, on prend conscience de l'insuffisance des outils mathématiques dont on dispose pour venir à bout de la question et de la nécessité d'en élaborer ou de s'en approprier de nouveaux (...). Dans ce sens, la résolution de problèmes occupe une place centrale* ». Julo (1995) précise également qu'il faut offrir aux élèves la possibilité de résoudre des problèmes pour leur permettre de réussir en mathématiques : « *"faire des mathématiques, c'est résoudre des problèmes !" Si on reconnaît que la résolution de problèmes est un passage obligé pour accéder aux connaissances mathématiques, alors il faut que les élèves "se débrouillent" efficacement face aux situations-problèmes. Autrement dit, pour permettre à tous les élèves de réussir en mathématiques, il convient de leur offrir la possibilité de résoudre des problèmes* ». Brousseau est par ailleurs explicite sur l'indissociabilité de la résolution de problèmes et de l'activité mathématique : « *nous savons que le seul moyen de "faire" des mathématiques, c'est de chercher et résoudre certains problèmes spécifiques et, à ce propos, de poser de nouvelles questions. [...] Un élève ne fait pas de mathématiques s'il ne se pose et ne résout pas de problèmes. Tout le monde est d'accord là-dessus* » (Brousseau 1998, p. 61). Cette conception de l'apprentissage fait résonance avec une conception a priori commune aux mathématiciens et aux didacticiens d'aujourd'hui : apprendre des mathématiques, c'est « faire » des mathématiques. Sous la plume de Chevallard, cette caractérisation des mathématiques se traduit ainsi : « *les mathématiques sont moins un ensemble de connaissances (à acquérir) ou un corpus d'énoncés (à apprendre) qu'une activité spécifique dont les éléments essentiels sont des problèmes que l'on s'essaie à résoudre et qui sont en quelque sorte le moteur de l'activité mathématique, et des outils (concepts, méthodes, techniques) dont la construction elle-même est un problème mathématique et qui seront mis en fonctionnement pour résoudre des problèmes* » (Chevallard, 1991).

Douady (1994) insiste sur l'importance de la résolution de problèmes pour donner du sens aux outils mathématiques : savoir faire des mathématiques c'est « *avoir la disponibilité fonctionnelle de certaines notions et théorèmes mathématiques pour résoudre des problèmes, interpréter de nouvelles questions. . . Dans un tel fonctionnement scientifique, les notions et théorèmes mathématiques ont un statut d'outil. Les outils sont inscrits dans un contexte, sous l'action et le contrôle de quelqu'un (ou d'un groupe) à un moment donné. Les situations ou les problèmes dans lesquels évoluent des notions mathématiques sont générateurs de sens pour ces notions d'un certain point de vue que nous appellerons sémantique* » (p. 38). Les conclusions de Tardif (1992) vont également dans ce sens. Il précise en effet que ce type d'activités devrait constituer la pierre angulaire du *curriculum scolaire*. Selon lui, « *les activités les plus susceptibles de produire des apprentissages significatifs et permanents chez les élèves sont des activités de résolution de problèmes* » (p. 218).

Certains chercheurs voient, à travers l'activité de résolution de problèmes, un moyen de formation de la personnalité, d'intégration dans la société d'aujourd'hui et dans le monde pro-

fessionnel (Cazzaro, Noël, Pourbaix et Tilleuil, 1999). Les auteurs considèrent la résolution de problèmes comme particulièrement importante dans la formation mathématique « *puisque'il s'agit là, non d'appliquer de manière routinière une accumulation de résultats ou de techniques mais bien de mettre en œuvre une méthode de pensée, et puisque cette méthode de pensée est susceptible d'être utilisée dans de nombreuses situations non nécessairement mathématique* » (p. 31).

Sans prétendre être exhaustive, nous relevons ainsi diverses raisons qui nous permettent de considérer la résolution de problèmes comme une composante essentielle de l'activité mathématique : c'est par elle que l'élève peut réellement « faire des mathématiques » ; elle permet de donner du sens aux outils mathématiques ; elle apparaît comme un facteur de réussite pour l'insertion du futur adulte dans la société et dans le monde professionnel.

La mise en évidence du rôle essentiel de la résolution de problèmes dans l'activité mathématique trouve un écho dans les documents officiels de la dernière réforme concernant le système éducatif : l'approche par compétences. En effet, loin de s'opposer à cette tendance consistant à accorder aux problèmes une place de choix dans la formation mathématique des élèves, les textes officiels tels que le décret « Missions » et les référentiels de compétences ne font que la renforcer. Très concrètement, la définition décrétalement de compétence, étudiée dans le premier chapitre, s'allie aux réflexions des différents auteurs précités. En effet, il est question de l'aptitude à puiser dans un ensemble de ressources afin de les mobiliser en vue d'accomplir un certain nombre de tâches. Cela correspond à une situation de résolution de problèmes car il convient d'élaborer des « stratégies » visant à mettre en œuvre une solution non préalablement identifiée. Aussi, les *Socles de compétences* précisent, dès l'introduction du document, que « *c'est par la résolution de problèmes que l'élève développe des aptitudes mathématiques, acquiert des connaissances profondes et se forge une personnalité confiante et active* » (p. 23). Ainsi, les *Socles* mettent d'entrée l'accent sur l'importance de la résolution de problèmes en mathématiques. Souvenons-nous que le décret « Missions » insistait déjà sur ce point dans son article 16 : « *les socles de compétences accordent la priorité à (...) la maîtrise des outils mathématiques de base dans le cadre de la résolution de problèmes* ». L'importance accordée à résolution de problèmes au sein des *Compétences terminales et savoirs requis* est également présente. En effet, le référentiel précise qu'« *une formation réaliste et équilibrée met en avant tantôt l'utilitaire, tantôt les problèmes, tantôt la théorie* » (p. 4). Et il affirme aussi que « *plus larges sont les connaissances, plus grands sont les moyens disponibles pour en construire d'autres et pour résoudre de nouveaux problèmes* ». En ce sens, il considère l'aptitude à la résolution de problèmes comme une des caractéristiques essentielles du cours de mathématiques. Ainsi, cette orientation pédagogique axée sur la résolution de problèmes n'est pas nouvelle dans l'absolu ; ce qui est nouveau, c'est qu'elle est aujourd'hui officielle, inscrite à l'intérieur du décret « Missions » et des référentiels de compétences.

Apprendre à l'élève à résoudre des problèmes constitue ainsi un objectif important dans la formation mathématique. Quant à la résolution en elle-même, il n'existe évidemment aucune méthode universelle, aucun moyen d'arriver à coup sûr à la découverte de la solution de n'importe quel problème. Sinon la notion même de problème n'existerait pas ! Dans ce qui suit, nous nous contentons d'essayer de décrire ce qui se passe au cours de la résolution d'un problème. Pour

ce faire, nous prenons appui sur un bulletin d'informations pédagogiques publié par le réseau Restode (Fagnant, Demonty et Lejong, 2003). Ce dernier affirme qu'il est admis de considérer la résolution de problèmes comme un processus complexe de modélisation mathématique (p. 30). Ce processus complexe peut alors se traduire par la mise œuvre d'une démarche de résolution impliquant plusieurs phases. La présentation de celles-ci constituera un bagage supplémentaire en vue d'aborder, dans les deux prochaines sections, l'ensemble des compétences à développer au cours de mathématiques :

1. Modèle de situation

La première étape implique la compréhension de la situation décrite et de la construction d'un modèle de situation. La construction de ce modèle peut être médiatisée par des représentations externes, mettant en évidence les variables importantes dans la situation. Il s'agit donc d'un examen et traduction de données.

2. La modélisation

La deuxième étape consiste à transformer le modèle de situation en un modèle mathématique. Pour ce faire, il convient d'identifier les éléments importants et les relations clés ainsi que d'exprimer tout cela sous une forme mathématique. Nous sommes donc dans une phase de modélisation mathématique.

3. Le modèle mathématique

La troisième étape consiste à appliquer une analyse mathématique au modèle mathématique. La disponibilité des ressources chez l'élève joue alors un rôle important, tant pour l'analyse elle-même que pour une anticipation des résultats découlant du modèle. Cette étape constitue donc une phase de traitement de la modélisation.

4. L'interprétation

Enfin, la quatrième et dernière étape consiste à interpréter la ou les solution(s) en relation avec le modèle de situation. Aussi, les résultats doivent être évalués en fonction du modèle de situation afin de juger si la solution obtenue a ou non du sens. Une fois la solution trouvée, interprétée, évaluée et acceptée, il convient alors de la communiquer en fonction des requêtes de la tâche. Nous sommes ici dans la phase de rédaction de la solution du problème.

Ces quatre phases intervenant dans le processus de résolution de problèmes - examen et traduction de données, modélisation mathématique, traitement de la modélisation, rédaction du problème - appellent chacune des démarches mentales précises. En effet, selon la conception des apprentissages de Van Lint (2009), nous pouvons associer, à chacune des quatre phases précitées, une démarche mentale :

- la phase d'examen et traduction de données demande d'apprendre à identifier correctement un énoncé de problème ;
- la phase de modélisation mathématique requiert la capacité à identifier les outils mathématiques qui sont nécessaires à sa résolution ;

- la phase du traitement de la modélisation nécessite de s'appropriier des matières, des méthodes, mais aussi construire des démarches nouvelles ;
- la phase de la rédaction du problème demande d'apprendre à construire une ou plusieurs solution(s) et à mettre celle(s)-ci en forme.

Cette réflexion sur l'importance accordée à la capacité à résoudre des problèmes dans le cours de mathématiques nous amène à nous interroger sur la façon dont l'approche par compétences vise à développer effectivement cette aptitude chez l'élève. Pour ce faire, nous allons étudier, dans la suite de ce chapitre, l'ensemble des compétences répertoriées dans les référentiels de compétences. Cela nous permettra de comprendre où et comment la résolution de problèmes intervient dans un enseignement de mathématiques axée sur l'approche par compétences. Notre méthode de travail se fait en deux temps : nous nous focalisons dans un premier temps sur les *Socles de compétences* et, dans un second temps, nous nous intéressons aux *Compétences terminales et savoirs requis*.

11.2 Les référentiels de compétences

Comme nous l'avons énoncé au premier chapitre, le décret « Missions » exprime clairement une visée d'égalité des acquis et, dans ce but, une volonté de régulation par l'État de la diversité des approches pédagogiques. Il instaure une commission de pilotage inter-réseaux, commande l'élaboration de référentiels communs fixant les compétences à atteindre aux différents points clés du cursus scolaire par tous les élèves, quelle que soit l'école fréquentée. Les référentiels sont approuvés par le Gouvernement et adoptés par le Parlement ; ils constituent donc un prescrit légal. Parmi les deux référentiels qui ont vu le jour depuis l'adoption du décret « Missions », nous allons d'abord analyser plus précisément celui qui s'intitule *Socles de compétences*. Quant à l'étude des *Compétences terminales et savoirs requis*, elle constituera notre second travail.

11.2.1 Les Socles de compétences

Cette partie se consacre au référentiel *Socles de compétences*. Tout d'abord, bien que déjà évoqué dans le premier chapitre, nous rappelons son statut au sein de l'approche par compétences. Ensuite, nous nous intéressons à la manière dont les *Socles* présentent les compétences relatives au cours de mathématiques. Enfin, nous analysons en profondeur l'ensemble des compétences répertoriées.

Pour rappel, les *Socles de compétences* sont définis par l'article 5 du décret « Missions » en les termes suivants : « *référentiel présentant de manière structurée les compétences de base à exercer jusqu'au terme des huit premières années de l'enseignement obligatoire et celles qui sont à maîtriser à la fin de chacune des étapes de celles-ci parce qu'elles sont considérées comme nécessaires à l'insertion sociale et à la poursuite des études* ». Ils définissent donc les compétences de base à acquérir au terme des huit premières années de l'enseignement obligatoire, soit de la première année du primaire à la deuxième année du secondaire. Nous avons constaté, au

chapitre précédent, que la volonté de rassembler l'enseignement primaire et le premier degré de l'enseignement secondaire dans un seul et même « cycle » s'explique par le fait que ces huit années de l'enseignement obligatoire sont communes à tous les élèves.

Les *Socles de compétences* constituent en quelque sorte le cahier des charges de toute école, peu importe le réseau auquel elle appartient. Aussi, le décret « Missions » prévoit en son article 16 que le Gouvernement déterminera les *Socles de compétences* :

§1. Le Gouvernement détermine les socles de compétences et les soumet à la confirmation du Parlement.

§2. Des groupes de travail sont créés, selon les modalités que fixe le Gouvernement, afin d'élaborer les socles de compétences
[...]

Figure II.1 - Extrait de l'article 16 du décret « Missions »

En précisant, dans le premier paragraphe, que les *Socles* doivent être soumis à la confirmation du Parlement de la Communauté, il s'agit de montrer que ce référentiel exprime en quelque sorte la commande de la société. Le deuxième paragraphe prescrit une procédure pour élaborer les *Socles de compétences* : le référentiel est produit à partir du travail réalisé par des groupes inter-réseaux, mis en place suite au décret « Missions ».

Dans la perspective d'étudier dans un premier temps la structure interne des *Socles de compétences*, plongeons-nous au cœur du référentiel. L'introduction du document mérite, selon nous, toute notre attention. On y perçoit en effet toute la logique de l'approche par compétences. Voici une partie de l'introduction du référentiel :

La formation mathématique s'élabore au départ d'objets, de situations vécues et observées dans le réel, de questions à propos de faits mathématiques. Le cours de mathématiques ne se limite pas à transmettre des connaissances. De l'école fondamentale à la fin du premier degré du secondaire, solliciter l'imagination, susciter la réflexion et développer l'esprit critique à propos de ces observations, conduisent l'élève à comprendre et à agir sur son environnement. [...] C'est par la résolution de problèmes que l'élève développe des aptitudes mathématiques, acquiert des connaissances profondes et se forge une personnalité confiante et active (p. 21).

En soutenant que « *la formation mathématique s'élabore au départ d'objets, de situations vécues et observées dans le réel, de questions à propos de faits mathématiques* » et que « le

cours de mathématiques ne se limite pas à transmettre des connaissances », les *Socles* soulignent l'un des grands principes de l'approche par compétences, influencé par ses pédagogies antérieures, celles de l'Éducation nouvelle : l'élève doit être acteur de ses apprentissages. En s'engageant activement dans les activités, en participant activement à la construction de ses connaissances, l'élève apprend à partir de ses expériences au lieu d'écouter un « transmetteur de connaissances ». Il est alors responsable de son apprentissage. Car, comme nous l'avons évoqué au sujet de l'Éducation nouvelle, les concepts s'acquièrent plus facilement et plus efficacement lorsque, durant l'apprentissage, l'élève passe par un processus de construction des savoirs et savoir-faire. La mise en situation de recherche, l'activité de l'élève sur des « chantiers de problèmes » est plus efficace qu'une démarche exclusivement transmissive. La raison de cette efficacité est double. D'une part, elle est source de motivation en montrant directement à l'élève le sens des apprentissages. D'autre part, face à des situations de recherche ou face à des questions à propos de faits mathématiques, l'élève met en place une démarche faite d'hypothèses et de vérifications mais aussi d'erreurs et de conflits. L'aboutissement de cette démarche est rendu possible par la capacité de réflexion de l'élève et son esprit critique. Ainsi, la réflexion et l'esprit critique, prenant forme par le va et vient de questionnements, de tâtonnements, d'erreurs, d'hypothèses que l'activité engendre, permettent à l'élève de progresser réellement dans la compréhension des apprentissages. Nous comprenons ainsi pourquoi les *Socles* relèvent l'importance de « solliciter l'imagination, susciter la réflexion et développer l'esprit critique à propos de ces observations ».

À travers ces premières phrases d'introduction, nous retrouvons également les idées de l'article 8 du décret « Missions ». Pour rappel, il précise qu'il faut privilégier les activités de découverte et articuler théorie et pratique, notamment en vue de la construction de concepts à partir de la pratique. Ces activités de découverte et cette « pratique » prennent ainsi corps, dans le contexte mathématique, par l'ensemble des points de départ des apprentissages tels que des objets, des situations vécues et observées dans le réel et des questions à propos de faits mathématiques.

Aussi, comme nous l'avons évoqué dans la première section de ce chapitre, les *Socles* mettent l'accent sur l'importance de la résolution de problèmes en mathématiques. C'est par elle que « l'élève développe des aptitudes mathématiques, acquiert des connaissances profondes et se forge une personnalité confiante et active ». Le point qui est maintenant intéressant, c'est de voir comment l'approche par compétences vise à développer chez l'élève cette aptitude à résoudre des problèmes. Pour assurer, de manière concrète, la capacité à résoudre des problèmes, les *Socles* introduisent quatre compétences dites « transversales ». Pour comprendre ce qui se cache derrière le terme de « transversal » et l'usage qui en est fait dans les *Socles*, nous allons travailler en deux temps. Dans un premier temps, nous allons présenter la notion de compétence transversale, ses origines, sa définition et son statut. Dans un second temps, nous allons analyser où et comment cette notion intervient dans la résolution de problèmes. Ces deux étapes composent ainsi la sous-section suivante.

Compétences transversales

Nous nous intéressons ici à la notion de compétence transversale. Les points qui attireront notre attention sont les origines de la notion, sa définition décrétales et le statut que l'approche par compétences lui donne. L'ordre dans lequel ils seront développés respecte celui dans lequel ils viennent d'être annoncés.

Les origines des compétences transversales sont à chercher dans les sources d'émergence de l'approche par compétences évoquées dans le premier chapitre de ce travail. Premièrement, nous avons signalé le contexte économique et social. En effet, dans une société où les connaissances évoluent très rapidement, l'école ne peut être en mesure de transmettre tous les savoirs et savoir-faire nécessaires à la vie future de l'élève. Et comme le développement de l'élève est au centre des préoccupations pédagogiques, il est primordial de lui fournir des outils pour « apprendre à apprendre ». Ces outils constitueraient ainsi une base pour ses apprentissages futurs. En ayant développé ces outils lors de sa formation, l'élève serait doté d'« assises supplémentaires » tout au long de sa vie, tant au niveau professionnel que social. Il est donc question de trouver les moyens pour amener l'élève à une autonomie de ses apprentissages.

Deuxièmement, nous avons relevé les insatisfactions internes au système éducatif. Parmi celles-ci, il y a les lacunes persistantes dans les acquis de base. Les élèves éprouvent des difficultés parce qu'ils ne maîtrisent pas des acquis essentiels telles que « se donner des méthodes de travail efficaces », « exploiter l'information », etc. Ces « compétences » de base ont la caractéristique d'être exigées dans des disciplines différentes. Il faudrait donc que la « base pour les apprentissages futurs » évoquée ci-dessus soit fournie par plusieurs disciplines.

Ce retour aux contextes d'émergence de l'approche par compétences met en lumière une double nécessité de l'école : la nécessité d'une autonomie des apprentissages dans la vie sociale ou professionnelle et la nécessité d'une autonomie des apprentissages d'une discipline à l'autre. Cette double exigence a donné naissance aux compétences transversales.

Après avoir explicité le pourquoi de telles compétences, intéressons-nous à leur définition décrétales. Notons d'abord que le mot transversalité découle du latin « transversus » qui signifie « ce qui traverse ». Ainsi, une compétence transversale serait une compétence qui « traverse » plusieurs domaines et techniques. Ce détour épistémologique rejoint directement la définition du décret « Missions ». En effet, il définit les compétences transversales dans les termes suivants :

Dans l'ensemble de la législation et de la réglementation relative aux niveaux d'enseignement visés au présent chapitre, sont retenues les définitions suivantes :

[...]

9. compétences transversales : attitudes, démarches mentales et démarches méthodologiques communes aux différentes disciplines à acquérir et à mettre en œuvre au cours de l'élaboration des différents savoirs et savoir-faire ; leur maîtrise vise à une autonomie croissante d'apprentissage des élèves.

[...]

Figure II.2 - Extrait de l'article 5 du décret « Missions »

Tout comme la notion générale de compétence, les compétences transversales correspondent à des savoir-agir fondés sur la mobilisation et l'utilisation efficaces d'un ensemble de ressources. Elles ont toutefois ceci de particulier qu'elles dépassent les frontières disciplinaires. Selon cette définition, les compétences transversales se rapporteraient en effet aux similitudes qu'il est possible de relever entre les pratiques associées à divers disciplines ; elles seraient donc, en ce sens, d'ordre transdisciplinaire. Cette « transdisciplinarité » va de pair avec la volonté de l'école de doter l'élève d'outils qu'il pourra utiliser dans plusieurs disciplines. Mais le décret précise également les composants exacts des compétences transversales. Il s'agit d'attitudes, de démarches mentales et de démarches méthodologiques. Cette distinction de trois constituants au sein de la définition décrétales de compétence nous amène à une certaine classification des compétences transversales. On y retrouve :

- celles qui concernent le développement socio-affectif, énoncées comme des « attitudes » (prendre confiance, accepter les différences, . . .)²
- celles qui sont liées au développement cognitif qui s'opère au niveau de la gestion de l'apprentissage, en lien avec les « démarches méthodologiques » (gestion du temps, prise de conscience de sa manière d'apprendre, se donner des méthodes de travail efficaces, . . .)
- celles qui sont liées au développement cognitif qui s'opère au niveau du traitement de l'information, à savoir les « démarches mentales » (exploiter l'information, exercer son jugement critique, . . .)

Ces éléments de divers ordres sont donc considérés comme des outils essentiels pour permettre à l'élève de s'adapter à des situations variées, dans différentes disciplines, et de poursuivre ses apprentissages sa vie durant. Pour reprendre les termes du décret, une fois maîtrisés, ils permettent « une autonomie croissante d'apprentissage ». Il nous semble important de souligner que nous n'abordons pas, dans ce chapitre, la façon dont une compétence transversale peut être maîtrisée par l'élève. Ce point, davantage complexe, est développé dans le quatrième chapitre de ce travail.

2. Les compétences transversales citées servent uniquement d'exemples et ne sont pas en lien direct avec le cours de mathématiques.

Après cette courte clarification conceptuelle sur les compétences transversales, nous sommes armée pour étudier la structure interne des *Socles* et pour relever l'ensemble des compétences du document. Penchons-nous donc sur les compétences à développer au cours de mathématiques pendant les huit premières années de l'enseignement obligatoire ; celles-ci étant entièrement répertoriées dans les *Socles*. Ce dernier les classe en deux catégories : les compétences transversales et les compétences relatives à la maîtrise d'outils et de démarches mathématiques. Les compétences transversales font l'objet de notre premier travail d'étude. Nous développons donc dans cette sous-section les compétences transversales présentées dans les *Socles*. La sous-section suivante s'attache, quant à elle, à relever l'ensemble des compétences relatives à la maîtrise d'outils et de démarches mathématiques.

Comme annoncé plus haut, les *Socles* ont introduit quatre compétences transversales pour assurer l'aptitude, chez l'élève, à résoudre des problèmes. Ils précisent en effet, dès l'introduction du document, que quatre compétences transversales interagissent dans la résolution de problèmes. Relevons maintenant l'ensemble de ces compétences transversales.

Les *Socles* introduisent, dans les termes suivantes, les quatre compétences transversales qui interagissent dans la résolution de problèmes :

- « *analyser et comprendre un message* »
- « *résoudre, raisonner et argumenter* »
- « *appliquer et généraliser* »
- « *structurer et synthétiser* »

Ces quatre compétences transversales sont en lien direct avec les quatre phases de la résolution de problèmes, présentées dans la première section de ce chapitre. En effet, comme le développe le bulletin d'informations pédagogiques publié par le réseau Restode (2003) et déjà évoqué précédemment, chacune des quatre compétences transversales est associée à une des quatre phases caractérisant le processus de résolution de problèmes. Nous avons représenté cette correspondance par le tableau ci-dessous :

	Phases intervenant dans le processus de résolution de problèmes	Compétences transversales
1.	Modèle de situation (examen et traduction de données)	Analyser et comprendre un message
2.	Modélisation	Résoudre, raisonner et argumenter
3.	Modèle mathématique (traitement de la modélisation)	Appliquer et généraliser
4.	Interprétation	Structurer et synthétiser

Aussi, pour éclairer davantage le sens des quatre compétences transversales, les *Socles* présentent les démarches qui se cachent derrière chacune d'elles. Le sens de ces dernières se trouve ainsi précisé par une liste non exhaustive de démarches visant à les développer. Nous présentons ici, pour chacune des quatre compétences transversales, un ensemble représentatif de ces quelques démarches issues du référentiel.

1. **Analyser et comprendre un message**, c'est se l'approprier avant d'entrer dans une démarche de résolution.
 - Repérer, reformuler la ou les question(s) explicite(s), implicite(s).
 - Se poser des questions.
 - Repérer la nature des informations dans un tableau, un graphique ; repérer les mots importants, l'articulation entre les différentes propositions, prendre en compte le contexte d'un mot pour en déterminer la signification.
 - Distinguer, sélectionner les informations utiles des autres ; percevoir l'absence d'une donnée nécessaire et la formuler.
 - Recourir à des référents habituels : dictionnaire, index, table des matières, matériel didactique...
2. **Résoudre, raisonner et argumenter**, c'est cerner les démarches et/ou les opérations à effectuer pour arriver à la solution en veillant à justifier toutes les étapes oralement et par écrit.
 - Raccrocher la situation à des objets mathématiques connus (grandeurs, figures, mesures, opérations sur les nombres...).
 - Utiliser un schéma, un dessin, un tableau, un graphique lorsque ces supports sont pertinents.
 - Exposer et comparer ses arguments, ses méthodes ; confronter ses résultats avec ceux des autres et avec une estimation préalable.

- *Morceler un problème, transposer un énoncé en une suite d'opérations.*
 - *S'exprimer dans un langage clair et précis ; citer l'énoncé qu'on utilise pour argumenter ; maîtriser le symbolisme mathématique usuel, le vocabulaire et les tournures nécessaires pour décrire les étapes de la démarche ou de la solution.*
3. **Appliquer et généraliser**, c'est s'approprier des matières, des méthodes, mais aussi construire des démarches nouvelles.
- *Créer des liens entre des faits ou des situations.*
 - *Se servir dans un contexte neuf de connaissances acquises antérieurement et les adapter à des situations différentes.*
 - *Combiner plusieurs démarches en vue de résoudre une situation nouvelle.*
4. **Structurer et synthétiser**, c'est organiser, oralement et par écrit, sa démarche de réflexion, c'est aussi réorganiser ses connaissances antérieures en y intégrant les acquis nouveaux.
- *Procéder à des variations pour en analyser les effets sur la résolution ou le résultat et dégager la permanence de liens logiques.*
 - *Identifier les ressemblances et les différences entre des propriétés et des situations issues de mêmes contextes ou de contextes différents.*

Ces quatre compétences transversales sont ainsi explicitées à travers l'ensemble des démarches qu'elles engendrent. Notons que ces démarches sont en grande partie des démarches mentales et, en quantité plus restreinte, des démarches méthodologiques. Souvenons-nous que, selon la définition décrétales de compétence transversale, trois constituants identifient les compétences transversales : des attitudes, des démarches mentales et des démarches méthodologiques. Nous constatons ainsi que l'aspect socio-affectif (les « attitudes ») n'a pas été traité.

En présentant les différentes compétences transversales à développer, les *Socles* soulignent qu'il est nécessaire pour l'élève qu'il les développe en vue de la mise en œuvre d'une démarche de résolution de problèmes. Mais pour résoudre des problèmes liés aux mathématiques, il faut obligatoirement s'appuyer sur les connaissances, les contenus liés à la discipline. Comme le souligne Crahay (1995), les compétences transversales ne peuvent « *se concevoir indépendamment de connaissances ou de contenus à maîtriser* ». Il est ainsi indispensable de développer des compétences à caractère disciplinaire.

Dans la partie suivante de ce chapitre, nous nous centrons sur les compétences disciplinaires, propres à la formation mathématique. Dans un premier temps, nous nous référons à la définition qu'en donne le décret « Missions ». Et, dans un second temps, nous présentons les compétences disciplinaires répertoriées dans les *Socles*.

Compétences disciplinaires

Dans cette partie, nous nous penchons donc sur les compétences disciplinaires présentes dans les *Socles de compétences*. Nous nous intéressons d'abord à la définition décrétales des compétences transversales. Le décret « Missions » les définit en son article 5 de la manière suivante :

Dans l'ensemble de la législation et de la réglementation relative aux niveaux d'enseignement visés au présent chapitre, sont retenues les définitions suivantes :

[...]

4. compétences disciplinaires : référentiel présentant de manière structurée les compétences à acquérir dans une discipline scolaire.

[...]

Figure II.3 - Extrait de l'article 5 du décret « Missions »

L'ensemble des compétences présentées « *de manière structurée* » est réparti dans les *Socles de compétences* en quatre domaines mathématiques :

- les nombres ;
- les solides et figures ;
- les grandeurs ;
- le traitement de données.

Et pour chacun des domaines, les *Socles* énumèrent les différentes compétences à maîtriser. Ces compétences sont, à l'intérieur d'un même domaine, classées en différents registres de compétences. Cela nous offre une vision plus claire des compétences à développer. Ci-dessous, nous développons brièvement les registres de compétences associés à chaque domaine.

– Les nombres

Les nombres constituent le domaine le plus développé dans les *Socles*. Ils se répartissent autour de trois registres de compétences :

- compter, dénombrer, classer ;
- organiser les nombres par familles ;
- calculer.

– Les solides et les figures

Les *Socles* proposent l'appropriation du monde des solides et des figures sous trois registres compétences :

- repérer ;
- reconnaître, comparer, construire, exprimer ;
- dégager des irrégularités, des propriétés, argumenter.

– Les grandeurs

Les *Socles* proposent, dans le domaine des grandeurs, deux séries de compétences de registres divers, sous les titres :

- comparer, mesurer ;
- opérer, fractionner.

– Le traitement de données

Les *Socles* ne distinguent aucun registre de compétences pour le traitement de données. Les compétences présentées pour ce domaine sont à fort caractère transversal. En effet, nous pouvons associer ces compétences aux compétences transversales du cours de mathématiques. Par exemple, les trois compétences « lire un graphique, un tableau, un diagramme » (p. 29), « interpréter un tableau de nombres, un graphique, un diagramme » (p. 29) et « représenter des données, par un graphique, un diagramme » (p. 29) présentent d'étroites similitudes avec les compétences transversales « analyser et comprendre un message », « résoudre, raisonner et argumenter » et « structurer et synthétiser ».

L'ensemble des compétences relatives à la maîtrise des mathématiques s'exercent donc dans quatre domaines et chacun de ces domaines les classent en différents registres de compétences, à l'exception du domaine de traitement de données. Nous pouvons ainsi illustrer, par le tableau suivant, la structure des *Socles* en termes de compétences propres aux mathématiques :

	Les nombres	Les solides et figures	Les gran- deurs	Le traite- ment de données
Registres	Compter, dénombrer, classer Organiser les nombres par fa- milles Calculer	Repérer Reconnaître, comparer, construire, exprimer Dégager des régularités des proprié- tés, argumenter	Comparer, mesurer Opérer, fractionner	

Figure II.4 - Les différents domaines dans le document « Socles de compétences » et leurs registres de compétences associés

Nous avons ainsi parcouru l'ensemble des compétences répertoriées dans le référentiel *Socles de compétences* en respectant la distinction que fait ce dernier entre compétences transversales et compétences disciplinaires. Grâce à ce travail, nous remarquons que les *Socles* fixent un choix méthodologique privilégiant un apprentissage fondé sur la résolution de problèmes.

Dans la perspective de mener dans ce chapitre une analyse des compétences relatives au cours de mathématiques, il nous reste à étudier les compétences du référentiel *Compétences terminales et savoirs requis* pour les humanités générales et technologiques. Dans la dernière section de ce chapitre, nous allons donc nous plonger au cœur de ce document.

II.2.2 Les Compétences terminales et savoirs requis

Cette dernière partie du chapitre se consacre au référentiel *Compétences terminales et savoirs requis* pour les humanités générales et technologiques. Dans un premier temps, nous rappelons le statut que lui confère le décret « Missions ». Ensuite, nous nous intéressons à l'ensemble des compétences répertoriées en dégagant, au préalable, la structure interne du document.

Pour rappel, les *Compétences terminales et savoirs requis* sont définis par l'article 5 du décret « Missions » en les termes suivants : « référentiel présentant de manière structurée les compétences dont la maîtrise à un niveau déterminé est attendue à la fin de l'enseignement secondaire ». Le référentiel définit donc les compétences à maîtriser au terme de la sixième année du secondaire. Par conséquent, les compétences présentées sont à développer chez les élèves du deuxième et troisième degrés de l'enseignement secondaire.

Aussi, le décret « Missions » prévoit, en son article 25, que le Gouvernement déterminera les « *Compétences terminales et savoirs requis* » :

§1. Le Gouvernement détermine et soumet à la confirmation du Parlement :

[...]

2. les compétences terminales et savoirs requis dans les différentes disciplines de la section de transition³.

[...]

Figure II.5 - Extrait de l'article 25 du décret « Missions »

En précisant, dans ce premier paragraphe, que les *Compétences terminales et savoirs requis* doivent être soumis à la confirmation du Parlement de la Communauté, il s'agit de confirmer, comme pour les *Socles*, cette tendance de l'école à se rapprocher des besoins de la société.

Après avoir rappelé succinctement le statut des *Compétences terminales et savoirs requis*, intéressons-nous au référentiel proprement dit. L'introduction du document rappelle l'intérêt de l'apprentissage des mathématiques pour l'élève, tout en soulignant implicitement les principes sous-jacents à l'approche par compétences. L'extrait suivant s'accorde en effet à cette nouvelle conception de l'enseignement :

Les mathématiques ne sont pas seulement un héritage à apprendre et à transmettre aux jeunes, mais surtout un savoir à construire avec eux, savoir caractérisé par son caractère cumulatif, les nouvelles notions s'élaborant à partir d'autres. Plus larges sont les connaissances, plus grands sont les moyens disponibles pour en construire d'autres et pour résoudre de nouveaux problèmes.

Dans la continuité de l'Éducation nouvelle, l'approche par compétences s'éloigne des pédagogies centrées sur les savoirs à transmettre et considère plutôt que l'élève doit être acteur principal de ses apprentissages.

Quant à la structure interne du référentiel, il se compose de deux parties majeures : la première partie présente l'ensemble des compétences transversales à développer et la seconde partie répertorie l'ensemble des compétences relatives au cours de mathématiques. Nous allons, dans un premier temps, nous focaliser sur les compétences transversales du référentiel. Dans un second temps, nous aborderons la question des compétences disciplinaires.

Compétences transversales

Nous présentons ici les compétences transversales présentes dans le référentiel *Compétences terminales et savoirs requis*. Comme les *Socles*, quatre compétences transversales sont à déve-

3. L'enseignement de transition est dispensé aux 2^e et 3^e degrés de l'enseignement général et l'enseignement technique de transition.

opper pour la formation mathématique :

- « *s'approprier une situation* »
- « *traiter, argumenter, raisonner* »
- « *communiquer* »
- « *généraliser, structurer, synthétiser* »

Aussi, pour comprendre ce qui se cache derrière ces terminologies, les *Compétences terminales et savoirs requis* explicitent les démarches associées à chacune des quatre compétences transversales. En ce sens, la façon dont le référentiel présente les compétences transversales est similaire à celle adoptée par les *Socles*. Ce faisant, le sens des compétences transversales est précisé par une liste non exhaustive de démarches visant à les développer. Nous présentons ici, pour chacune des quatre compétences transversales, un ensemble représentatif de ces quelques démarches issues du référentiel :

1. ***S'approprier une situation***

- *Comprendre un message, en analyser la structure et repérer les idées centrales.*
- *Rechercher des informations utiles et exprimées sous différentes formes.*

2. ***Traiter, argumenter, raisonner***

- *Traduire une information d'un langage dans un autre, par exemple passer du langage courant au langage graphique ou algébrique et réciproquement.*
- *Formuler une conjecture, dégager une méthode de travail.*
- *Rassembler des arguments et les organiser en une chaîne déductive.*
- *Choisir une procédure adéquate et la mener à son terme.*

3. ***Communiquer***

- *Maîtriser le vocabulaire, les symboles et les connecteurs « si... alors », « en effet », « par ailleurs », « ainsi ».*
- *Rédiger une explication, une démonstration.*
- *Présenter ses résultats dans une expression claire, concise, exempte d'ambiguïté.*
- *Produire un dessin, un graphique ou un tableau qui éclaire ou résume une situation.*

4. ***Généraliser, structurer, synthétiser***

- *Reconnaître une propriété commune à des situations différentes.*
- *Étendre une règle, un énoncé ou une propriété à un domaine plus large.*

Notons que les quatre compétences ne semblent pas correspondre directement aux compétences transversales développées dans les *Socles*. Nous avons représenté, à cet effet, la liste des compétences reprises dans chacun des deux référentiels, selon l'ordre dans lequel elles y sont

énoncées :

	<i>Socles de compétences</i>	Compétences terminales et savoirs requis
1.	Analyser et comprendre un message	S'approprier une situation
2.	Résoudre, raisonner et argumenter	Traiter, argumenter, raisonner
3.	Appliquer et généraliser	Communiquer
4.	Structurer et synthétiser	Généraliser, structurer, synthétiser

La compétence transversale « s'approprier une situation » semble totalement se confondre avec la compétence « analyser et comprendre un message » développée dans les *Socles*. Pour s'en persuader, relevons une des démarches mentales associée à la compétence « s'approprier une situation » et énoncée précédemment : « comprendre un message, en analyser la structure et repérer les idées centrales ». Celle-ci fait en effet écho à la première compétence transversale présentée dans les *Socles*. La compétence transversale « s'approprier une situation » désigne donc la première étape du processus de résolution de problèmes : l'examen et traduction de données.

La compétence transversale « traiter, argumenter, raisonner », de par sa dénomination, se confond avec la compétence « résoudre, raisonner et argumenter » des *Socles*. Elle désigne donc la seconde étape du processus de résolution de problèmes : la modélisation mathématique.

La compétence transversale « communiquer » rassemble toutes les démarches ayant trait à la communication dans le processus de résolution de problèmes. On pourrait donc y retrouver, par exemple, la démarche « s'exprimer dans un langage clair et précis ; citer l'énoncé qu'on utilise pour argumenter ; maîtriser le symbolisme mathématique usuel, le vocabulaire et les tournures nécessaires pour décrire les étapes de la démarche ou de la solution » énoncée dans la seconde section de ce chapitre et propre à la compétence transversale « résoudre, raisonner et argumenter » (deuxième compétence transversale des *Socles*).

La compétence transversale « généraliser, structurer, synthétiser », de par sa dénomination, rassemble manifestement les deux dernières compétences transversales des *Socles*, intitulées « appliquer et généraliser » et « structurer et synthétiser ». Elle désigne donc les deux dernières étapes du processus de résolution de problèmes : le traitement de la modélisation et l'interprétation.

Par ces similitudes, nous pouvons affirmer que la maîtrise de ces quatre compétences transversales vise, comme celles développées dans les *Socles*, à développer la capacité de l'élève à résoudre des problèmes. À travers ces compétences transversales, apparaît ainsi la volonté de

développer, chez les élèves d'aujourd'hui et les citoyens de demain, l'aptitude à résoudre des problèmes généraux, transversaux aux savoirs et savoir-faire. Du point de vue des compétences transversales, les deux référentiels sont donc sensiblement similaires.

Et comme nous l'avons déjà évoqué pour les *Socles*, un « savoir-réfléchir » général ne peut se construire indépendamment des contenus. Comme le précisait déjà Durkheim (1938), sociologue français, « *il est impossible d'apprendre à un esprit à réfléchir sans que ce soit sur un objet déterminé. On ne réfléchit pas à vide. L'esprit n'est pas une forme creuse que l'on peut façonner directement, comme on façonne un verre que l'on remplira ensuite. . . . C'est en mettant l'intelligence en face de la réalité qu'elle doit réfléchir qu'il est possible de lui montrer comment elle doit s'y prendre, pour s'en faire des notions justes. L'objet est donc un facteur essentiel de l'éducation intellectuelle* » (p. 365).

C'est pourquoi nous nous intéressons, dans la prochaine partie de ce chapitre, aux compétences disciplinaires présentées dans les *Compétences terminales et savoirs requis*.

Compétences disciplinaires

Les compétences disciplinaires sont réparties en quatre domaines spécifiques à l'enseignement des mathématiques en humanités générales et technologiques :

- l'étude de fonctions ;
- l'algèbre ;
- la géométrie et trigonométrie ;
- le traitement des données.

Aussi, les *Compétences terminales et savoirs requis* organise les compétences à l'intérieur de chaque domaine mathématique selon six catégories de compétences :

1. Savoir, connaître, définir ;
2. Calculer ;
3. Appliquer, analyser, résoudre des problèmes ;
4. Représenter, modéliser ;
5. Démontrer ;
6. Résumer, organiser les savoirs, synthétiser, généraliser.

Contrairement aux *Socles* qui identifient différents registres de compétences propres à chaque domaine, ce référentiel propose six catégories de compétences communes pour l'ensemble des domaines mathématiques. Analysons brièvement ces catégories en vue de comprendre concrètement comment l'ensemble des compétences disciplinaires de chaque domaine a été méthodiquement organisé en six registres.

Premièrement, la catégorie « savoir, connaître, définir » est liée au savoirs mathématiques, constituant ce que l'on appelle couramment la « théorie ». Citons quelques compétences figurant dans cette catégorie :

- Savoir, connaître, définir les expressions relatives aux suites de nombres, aux limites d'une suite... (Étude des fonctions) ;
- Savoir, connaître, définir les propriétés des opérations fondamentales sur les nombres et les formes littérales (Algèbre) ;
- Savoir, connaître, définir les grands théorèmes de la géométrie classique et de la géométrie relatifs aux longueurs, aux rapports de longueurs, aux angles, aux aires et aux figures en général (Géométrie et trigonométrie) ;
- Savoir, connaître, définir les propriétés de base des probabilités simples et des probabilités conditionnelles (Traitement des données) ;
- ...

Les *Compétences terminales et savoirs requis* marque donc la nécessité de maîtriser les savoirs relatifs à la discipline. Rappelons que, selon la logique de la résolution de problèmes véhiculée par les *Socles*, ce ne sont pas les savoirs qui, en soi, sont importantes, mais le fait de les utiliser avec succès pour résoudre des problèmes. Bien que visant aussi l'aptitude chez l'élève à résoudre des problèmes, les *Compétences terminales et savoirs requis* insistent davantage sur l'importance des savoirs préalablement acquis, nécessaires à toute démarche de résolution de problèmes.

Deuxièmement, la rubrique « calculer » est liée à l'application de procédures, c'est-à-dire, aux savoir-faire. Relevons quelques compétences rassemblées dans cette catégorie :

- Calculer un terme, la raison, la somme des n premiers termes dans des suites arithmétiques et géométriques (Étude des fonctions) ;
- Calculer l'ensemble des solutions d'une équation, d'une inéquation (Algèbre) ;
- Calculer une longueur, un angle, une relation entre points, droites, plans, une équation, une propriété de figure, par une méthode routinière (Géométrie et trigonométrie) ;
- Calculer des puissances de binômes par la méthode de Newton (Traitement des données) ;
- ...

Les *Compétences terminales et savoirs requis* soulignent donc la nécessité de maîtriser les différentes procédures relatives à la formation mathématique. Elles considèrent ces savoir-faire comme connaissances actives pour la résolution de problèmes.

Enfin, les quatre dernières catégories de compétences - appliquer, analyser, résoudre des problèmes ; représenter, modéliser ; démontrer ; résumer, organiser les savoirs, synthétiser, généraliser - sont davantage orientées vers le transversal. Dégageons cette particularité en citant quelques compétences :

- **Appliquer, analyser, résoudre des problèmes**
 - Appliquer la dérivation, l'intégration pour résoudre des problèmes issus des mathématiques, des sciences, de l'économie : aires, volumes, longueurs, détermination de tangentes, croissance, optimisation... (Étude des fonctions) ;
 - Organiser une suite d'opérations conduisant à la résolution du problème (Algèbre) ;

- Choisir des propriétés, organiser une démarche en vue de déterminer des éléments d'une figure (Géométrie et trigonométrie) ;
- Résoudre des applications à caractère statistique et probabiliste en utilisant des diagrammes en arbre, des tableaux, des aires, les lois de la somme et du produit, l'analyse combinatoire, des lois probabilistes (Traitement des données) ;
- ...

Comme nous l'avons explicité précédemment, la résolution de problèmes est, par essence, transversale. Quant à la compétence « appliquer et analyser », elle demande, entre autres, de choisir une procédure adéquate et la mener à son terme. Elle nécessite donc la maîtrise de la compétence transversale « traiter, argumenter, raisonner » (deuxième compétence transversale dans le référentiel). La catégorie « appliquer, analyser, résoudre des problèmes » rassemble donc des compétences à nature fortement transversale.

– Modéliser

- Interpréter un graphique en le reliant au problème qu'il modélise (Étude des fonctions) ;
- Traduire une situation en langage mathématique sous forme d'équation, d'inéquation ou d'autres formes de conditions (Algèbre) ;
- Effectuer et interpréter des représentations planes de figures de l'espace en se fondant sur les propriétés de telles représentations (Géométrie et trigonométrie) ;
- Représenter une série statistique à une variable, (fréquences, fréquences cumulées), localiser la médiane, les quartiles (Traitement des données) ;
- ...

Cette catégorie concerne la démarche de modélisation mathématique, deuxième étape dans le processus de résolution de problèmes. Cette démarche est donc associée à une compétence transversale.

– Démontrer

- Rédiger complètement une démonstration et dégager les idées clés (Étude des fonctions) ;
- Justifier les étapes d'un calcul (en relation avec le niveau mathématique envisagé) (Algèbre) ;
- Rédiger une démonstration en faisant apparaître les étapes, les liens logiques, les théorèmes utilisés au moyen de phrases complètement formulées (Géométrie et trigonométrie) ;
- Démontrer la formule du binôme de Newton (Traitement des données) ;
- ...

« Démontrer » fait référence à des aptitudes de communication. En effet, l'une des démarches mentales associée à la compétence transversale « communiquer » et citée antérieurement est « rédiger une explication, une démonstration ». La catégorie « démontrer » présente, par conséquent, des compétences orientées vers le transversal.

- **Résumer, organiser les savoirs, synthétiser, généraliser**
 - Synthétiser des informations calculées ou fournies à propos d'une étude de fonction (Étude des fonctions) ;
 - Reconnaître une structure de groupe dans des ensembles numériques (Algèbre) ;
 - Distinguer une propriété affine d'une propriété métrique en vue d'un traitement dans un cadre approprié (Géométrie et trigonométrie) ;
 - Relier la notion de probabilité à celle de fréquence statistique (Traitement des données) ;
 - ...

Cette catégorie fait clairement référence à la compétence transversale « généraliser, structurer, synthétiser » (quatrième compétence transversale du référentiel). On vise ainsi du transversal, à travers l'ensemble des compétences regroupées dans ce registre.

Chacune des quatre dernières catégories (appliquer, analyser, résoudre des problèmes ; représenter, modéliser ; démontrer ; résumer, organiser les savoirs, synthétiser, généraliser) réunit donc des compétences à caractère transversal. Cela nous amène à considérer les compétences de ces quatre registres comme visant l'aptitude chez l'élève à résoudre des problèmes.

Nous comprenons ainsi que le référentiel *Compétences terminales et savoirs requis* vise une formation mathématique s'articulant autour des savoirs, savoir-faire et résolution de problèmes ; où chacun de ces composants a son importance et doit être maîtrisé. Cette conception de l'enseignement des mathématiques est d'ailleurs précisée par le référentiel : « *une formation mathématique réaliste et équilibrée met en avant tantôt l'utilitaire, tantôt les problèmes, tantôt la théorie* » (p .4).

Le référentiel *Compétences terminales et savoirs requis* se distingue ainsi des *Socles de compétences* sur un point : la place de la résolution de problèmes au cœur de la formation mathématique. Selon les *Socles*, tout est considéré sous l'angle de la résolution de problèmes. Tandis que le référentiel *Compétences terminales et savoirs requis* nuance cette prédominance de la résolution de problèmes en insistant explicitement sur l'acquisition des différents savoirs et savoir-faire.

11.3 Bilan

Nous avons rappelé dans ce chapitre que le décret « Missions », fixant les missions prioritaires de l'enseignement obligatoire, présente, pour la première fois dans l'histoire de l'enseignement en Communauté française, un cahier de charges aux enseignants. Ce dernier demande de travailler les disciplines de l'enseignement primaire et de l'enseignement secondaire en vue de la maîtrise progressive des compétences fixées dans les deux référentiels ayant valeur légale : les *Socles de compétences* pour l'enseignement primaire et le premier degré de l'enseignement secondaire, les *Compétences terminales et savoirs requis* pour les Humanités générales et technologiques.

Ces deux référentiels tentent de répondre aux attentes de la société. En effet, l'évolution technologique entraînant un développement explosif des connaissances, ce dernier ne peut conduire qu'à une croissance exponentielle des contenus d'enseignement. Et si l'on veut éviter une véritable surcharge des programmes scolaires et permettre à l'élève de s'adapter aux changements de plus en plus rapides du monde, il convient de cultiver en lui sa capacité à apprendre et à être efficace. Il convient donc que la mission de l'école assure la transmission de savoirs, mais qu'elle aille bien au-delà en contribuant à l'apprentissage des compétences qui permettront au futur adulte de s'approprier par lui-même des connaissances et surtout, de résoudre avec succès des problèmes de vie, de profession et de citoyen qu'il rencontrera.

Les compétences dont la maîtrise assure à l'élève l'aptitude à résoudre des problèmes, aussi généraux soient-ils, sont qualifiées de « transversales ». Elles véhiculent la volonté que ce que l'on apprend dans une matière scolaire serve dans d'autres disciplines et également en dehors de l'école. De plus, la maîtrise des compétences transversales répond notamment aux exigences du monde du travail d'une société en continuelle évolution. Chacun des deux référentiels présente quatre compétences transversales qui interviennent toutes dans le processus de résolution de problèmes. De cette façon, l'approche par compétences se fonde sur le potentiel d'action que peut développer un élève face à une situation problématique. Ce potentiel constitue ainsi un véritable bagage qui lui permettra d'agir concrètement dans des situations-problèmes, en tant que citoyen responsable.

Les référentiels de compétences présentent aussi l'ensemble des compétences disciplinaires à maîtriser. Nous avons remarqué dans ce chapitre que les compétences disciplinaires répertoriées dans les *Socles* possèdent un caractère transversal. Ainsi, plutôt que d'opposer une approche disciplinaire et une approche transversale, les *Socles* ont tendance à les rapprocher, ou plutôt à faire apparaître les apports spécifiques de chacune des approches. Nous voyons en effet, via l'exemple de l'énoncé présenté dans la seconde section de ce chapitre, que la compétence « *construire des expressions littérales où les lettres ont le statut de variables ou d'inconnues* » a un caractère disciplinaire, parce que, visant à résoudre des problèmes liés à la discipline. Elle repose ainsi sur des connaissances liées à la discipline. Mais, dans le même temps, pour résoudre ce problème, elle s'appuie également sur des « démarches générales » qui, elles, sont transversales.

Ce ne sont donc pas les savoirs et les savoir-faire qui constitueront le point de départ de la démarche pédagogique de l'enseignant, mais les tâches qui mettront en œuvre ces connaissances. Quant au référentiel *Compétences terminales et savoirs requis*, il nuance cette omniprésence du transversal au sein des compétences disciplinaires. En présentant des compétences liées aux savoirs et savoir-faire propres à la discipline, il met en évidence l'importance de la théorie et de l'utilitaire dans la formation mathématique.

Au terme de ce chapitre, nous tenons à souligner combien la rédaction des référentiels et leur adoption par le pouvoir politique représente un effort important de réflexion sur les obligations de l'école envers les élèves. Il constitue, dans le contexte belge, une avancée essentielle.

Les référentiels ont donc un énorme mérite : celui d'exister. Mais l'efficacité de ces référentiels en terme de mise en œuvre des compétences est mise en doute : malgré la classification des différentes compétences en transversal/disciplinaire ou la répartition des compétences disciplinaires dans différents domaines mathématiques ou encore, le regroupement de celles-ci dans différentes « catégories », les référentiels ne précisent pas le cadre qui devrait permettre de travailler au développement des différentes compétences. Cela engendre des difficultés pratiques bien présentes chez les enseignants⁴. Face à de telles difficultés, les enseignants se tournent vers les programmes d'études car davantage que les référentiels, ce sont eux qui guident au quotidien leur travail. Les outils d'évaluation peuvent également constituer un outil intéressant pour les enseignants car ils offrent une nouvelle occasion de préciser les mises en situation des compétences.

Par leur seule existence, les référentiels se révèlent un pas important vers une égalité des apprentissages entre les élèves des différentes écoles. Toutefois, la possibilité de revoir ceux-ci à la lumière du développement des programmes et des outils d'évaluation constituerait une seconde étape nécessaire dans un cheminement vers une meilleure compréhension de la notion de compétence. C'est le travail que nous réalisons dans prochain chapitre.

4. Elles ont été révélées par une enquête du Service de sciences de l'éducation de l'ULB menée auprès d'enseignants de 62 écoles secondaires différentes (Rey et al., 2005).

Chapitre III

La notion de compétence à travers les programmes et outils d'évaluation

Grâce aux deux premiers chapitres, nous percevons les idées centrales que véhicule l'approche par compétences dans l'enseignement de la Communauté française. En intégrant tout d'abord une composante historique dans notre étude, nous avons mis en évidence les facteurs qui ont favorisé l'entrée de la notion de compétence en éducation ; facteurs qui traduisent explicitement les ambitions que se donne l'approche par compétences. Ensuite, l'analyse du décret « Missions » menée dans le premier chapitre nous a amenée à définir la notion de compétence comme la capacité que possède un élève à mobiliser ses acquis dans une certaine tâche. Enfin, l'étude des deux référentiels pour la formation mathématique réalisée au second chapitre nous a permis de dégager les différentes compétences que les élèves doivent maîtriser à certains moments de leur parcours scolaire. Rappelons que ce cheminement de travail a pour visée d'éclaircir le concept de compétence et les usages qui en sont faits dans le cours de mathématiques. Mais à ce stade de notre démarche, nous ne sommes pas encore en mesure de comprendre toutes les implications de la notion de compétence en termes de pratiques d'enseignement et de formation. Deux voies peuvent selon nous éclairer ces concepts : l'analyse des programmes d'études et celle des outils d'évaluation. Ces documents officiels publiés dans la foulée des référentiels peuvent constituer des supports de travail révélateurs des usages de la notion de compétence dans le cadre du cours de mathématiques.

Nous nous focalisons d'abord sur les programmes d'études : après avoir développé dans les précédents chapitres la logique de la compétence à travers le décret « Missions » et les référentiels de compétences, c'est maintenant l'extension de la compétence dans les programmes scolaires qui nous interpelle. Précisons d'emblée que nous ne visons pas une étude approfondie des programmes. Nous nous attachons juste à dégager brièvement leur structure et l'impact des compétences sur ces nouveaux programmes. Notre travail portera donc essentiellement sur le rapport qu'ils instaurent entre l'enseignement des mathématiques et la notion de compétence. Nous jugeons aussi de l'éventuel apport des programmes en tant qu'outils de cadrage dans la mise en œuvre des compétences des référentiels. Dans un second temps, nous nous penchons sur les outils d'évaluation, diffusés après l'élaboration des nouveaux programmes. À nouveau,

nous n'en présentons pas une analyse détaillée. Notre volonté est plutôt de pointer, à travers ces documents, la façon dont l'évaluation des compétences est envisagée au sein du cours de mathématiques.

III.1 En se référant aux programmes d'études. . .

Depuis la rentrée scolaire 2001, en conformité avec les référentiels de compétences et tenant compte des attentes du décret « Missions », chaque pouvoir organisateur de la Communauté française propose ses nouveaux programmes. Comme nous l'avons précédemment mentionné, les pouvoirs organisateurs peuvent définir leurs propres programmes d'enseignement sous la condition qu'ils soient conformes aux *Socles de compétences* et aux *Compétences terminales et savoirs requis*¹. L'autonomie des pouvoirs organisateurs est donc totale quant aux méthodes et aux contenus d'apprentissage : elle s'exprime dans les programmes. Par ailleurs, ce sont les conseils de classe, internes aux établissements, qui ont la responsabilité de prendre les décisions de certification relatives aux élèves, même aux moments clés de l'attribution des diplômes en fin d'école primaire² et secondaire. La liberté pédagogique étant donnée aux pouvoirs organisateurs, les programmes d'études et les pratiques enseignantes doivent cependant converger vers le même terme : amener l'ensemble des élèves à mettre en œuvre à bon escient les compétences des référentiels.

En vue d'analyser les différents programmes de la Communauté française, précisons d'abord notre choix de nous focaliser uniquement sur l'enseignement secondaire ordinaire (non spécialisé). En restreignant de cette façon notre domaine de travail, nous nous donnons les moyens d'avoir une vision plus homogène de la construction des programmes. Aussi, nous proposons, au préalable de toute démarche d'analyse de programmes, une rapide description de l'organisation générale de l'enseignement en Belgique francophone. Celle-ci nous permettra de comprendre le statut que présentent les différents programmes.

Pour rappel, nous comptons en Belgique francophone trois réseaux d'enseignement : la Communauté française, l'Officiel subventionné et le Libre subventionné. Chacun de ces réseaux est subventionné par la Communauté française. Au sein de chaque réseau d'enseignement, nous retrouvons les différents pouvoirs organisateurs des différentes écoles³. Mais en matière de programme, le pouvoir organisateur se réfère à son organe de représentation et de coordination qui est associé à un unique réseau d'enseignement. Nous relevons cinq organes différents dont nous présentons très rapidement les spécificités :

- Pour le réseau de la Communauté française, un seul organe régit les différents pouvoirs

1. Pour rappel, la conformité des programmes aux référentiels de compétences a dû être préalablement approuvée par le Gouvernement.

2. À noter cependant une avancée notoire à ce sujet puisqu'un décret du 30 mai 2006 prévoit que le CEB (Certificat d'Étude de Base) sera dorénavant octroyé sur la base d'une évaluation externe.

3. Le pouvoir organisateur d'une école est l'autorité, la ou les personne(s) physique(s) ou morale(s), publique(s) ou privée(s), qui en assume(nt) la responsabilité.

organisateurs : le Restode. Il n'y a alors qu'un programme établi pour le réseau de la Communauté française.

- Pour l'Officiel subventionné, nous comptons deux organes (impliquant deux programmes différents pour ce réseau) :
 - Le CECP (Conseil de l'enseignement des communes et provinces) est, au sein de l'Union des Villes et Communes de Belgique (UVCB), l'organe représentant les pouvoirs publics subventionnés (communes, provinces) organisant un enseignement fondamental ordinaire ou spécialisé (maternel et primaire) et un enseignement secondaire spécialisé.
 - Le CPEONS (Conseil des Pouvoirs organisateurs de l'Enseignement officiel neutre subventionné) est l'organe représentant les pouvoirs publics subventionnés qui organisent des établissements scolaires de l'enseignement secondaire, supérieur, de promotion sociale et des centres Psycho-Médico-Sociaux.
- Pour l'enseignement Libre, nous relevons également deux organes (deux programmes différents sont donc établis au sein du réseau) :
 - Le SeGEC (Secrétariat Général de l'Enseignement Catholique) est l'organe de représentation et de coordination des pouvoirs organisateurs de l'enseignement libre catholique en Communauté française (et aussi en Communauté germanophone).
 - FELSI - Fédération des Etablissements Libres Subventionnés Indépendants) est l'organe représentant les pouvoirs organisateurs d'enseignement libre subventionné de caractère non confessionnel⁴.

Nous relevons cinq programmes d'études différents pour chacun des organes précités. Ayant fait le choix de viser uniquement l'enseignement secondaire ordinaire, nous n'analyserons pas le programme associé au CECP qui dispose uniquement, au niveau secondaire, d'un enseignement spécialisé. Et dans un souci de généralité, nous n'aborderons ni le programme associé au FELSI (regroupant un nombre d'établissements extrêmement réduit) ni celui associé au CPEONS (davantage orienté vers les humanités professionnelles et techniques et présentant des programmes spécifiques aux différentes provinces et/ou différentes villes). Précisons aussi que les trois programmes dont nous nous désintéressons sont de toute façon très proches en substance des programmes proposés par la Communauté française.

Cette démarche de travail nous amène donc à nous intéresser aux programmes conçus par le réseau Restode ainsi que ceux élaborés par le Segec. Ceux-ci sont caractérisés par l'introduction de la notion de compétence et l'injonction d'organiser l'apprentissage en fonction de celle-ci. Nous présentons un travail essentiellement descriptif qui s'intéresse à l'organisation globale du document et à sa conformité aux attentes des référentiels de compétences. Pour illustrer notre propos, nous donnons au fil du texte des extraits des programmes qui montrent de quelle manière ils sont écrits. Afin de mettre en évidence les similitudes et les différences rencontrées dans les deux réseaux, nos extraits portent sur les mêmes contenus. Notre choix s'est porté sur la trigonométrie. Celui-ci a été guidé par un contenu relativement restreint de cette entité de

4. Relèvent de l'enseignement non confessionnel les écoles dont le pouvoir organisateur ne se réclame d'aucune confession (catholique, protestante, israélite, islamique ou orthodoxe).

matière dans les programmes. Aussi, pour des raisons pratiques, nous décidons d'aborder uniquement l'enseignement de cette matière en cinquième année de l'enseignement de transition (cours à 6 périodes hebdomadaires). Les programmes étant construits de façon similaire pour les différents degrés de l'enseignement secondaire, notre choix ne discrédite en rien la pertinence de notre analyse.

En préambule, le programme du Restode annonce l'importance d'une construction progressive du savoir, en préconisant le recours à des activités et situations-problèmes comme points de départ à une structuration théorique. L'apprentissage qu'il conçoit s'accorde fortement avec la philosophie du décret « Missions » qui vise, en son article 8, un enseignement privilégiant les activités de découverte, de production et de création et articulant théorie et pratique, permettant notamment la construction de concepts à partir de la pratique. Aussi, le programme précise que les sujets d'étude retenus trouvent un ancrage dans des intuitions et des connaissances des élèves, et se prêtent à des activités de recherche, de conjecture et de démonstration. Cette importance accordée aux situations-problèmes appelle au développement de compétences transversales. En effet, une telle démarche d'apprentissage s'appuie sur un grand nombre de compétences transversales telles que *entretenir une relation dynamique au savoir, conjecturer, vérifier, tester, argumenter, améliorer ses outils de communication orale et écrite. . .*⁵. Au vu des multiples composantes transversales que présentent l'enseignement des mathématiques, le programme rappelle ensuite soigneusement, dans les termes des référentiels, les compétences transversales à développer. Il souligne également que les compétences transversales seront développées à partir des matières spécifiques au degré. En ce sens, nous comprenons que de telles compétences ne peuvent se développer que dans la mesure où elles sont l'objet d'intervention dans les activités mathématiques.

Les compétences et matières spécifiques sont présentées en trois colonnes pour chaque domaine mathématique : les intitulés des différentes matières à rencontrer, les compétences à développer et les méthodes pour permettre aux élèves d'atteindre ces compétences. Ainsi, pour chaque entité de matière, le programme cerne l'essentiel des contenus, indique les compétences qu'on y développe et fournit quelques orientations méthodologiques. Conformément à nos choix précisés plus haut, illustrons l'organisation des compétences et des contenus au sein du programme, en nous limitant à l'enseignement de la trigonométrie en cinquième année :

5. Programme d'études du cours de mathématiques, troisième degré, enseignement secondaire ordinaire de plein exercice, humanités générales et technologiques, enseignement secondaire général et technique de transition (p. 4).

Compétences à atteindre	Matières	Conseils méthodologiques
<p>Utiliser les différentes formules mentionnées dans le programme pour transformer des expressions.</p> <p>Résoudre des équations qui servent par exemple à l'étude des fonctions et représenter les solutions sur le cercle trigonométrique.</p> <p>Résoudre des inéquations simples qui servent par exemple à l'étude des fonctions et représenter les solutions sur le cercle trigonométrique.</p>	<p>Formules d'addition. Formules de duplication. Formules exprimant $\sin x$, $\cos x$ et $\tan x$ en fonction de $\tan \frac{x}{2}$. Formules de Simpson.</p> <p>Équations.</p> <p>Inéquations.</p>	<p>On résoudra des équations du type $a \cos x + b \sin x = c$. Quelques équations telles que $\cos x = x$ seront résolues de manière approchée. Il est important de représenter graphiquement l'ensemble des solutions obtenues sur le cercle trigonométrique et sur une droite.</p> <p>On se limitera aux inéquations du type $\sin(mx + p) < a$; $\cos(mx + p) < a$; $\tan(mx + p) < a$. Il est important de représenter graphiquement l'ensemble des solutions obtenues sur le cercle trigonométrique ou sur une droite.</p>

Figure III.1 - Extrait du programme d'études du cours de mathématiques du réseau Res-tode, troisième degré de transition - Cinquième année - Cours à 6 périodes hebdomadaires, enseignement secondaire ordinaire de plein exercice, humanités générales et technologiques, enseignement secondaire général et technique de transition (p. 14)

Les compétences énoncées ci-dessus s'apparentent très étroitement aux compétences du référentiel *Compétences terminales et savoirs requis*. En lien avec l'enseignement de la trigonométrie en humanités générales et technologiques, nous relevons en effet deux compétences :

- connaître les grands théorèmes de la géométrie classique et de la trigonométrie relatifs aux longueurs, aux rapports de longueurs, aux angles, aux aires et aux figures en général (*Compétences terminales*, p. 12).
- calculer l'ensemble des solutions d'une équation, d'une inéquation (y compris les équations trigonométrique, logarithmique, exponentielle) (*Compétences terminales*, p. 9).

Inscrit dans une logique par compétences, le programme précise que les compétences à atteindre ne peuvent conduire à un enseignement qui se réduirait à l'apprentissage de procédures. Bien que cet extrait de programme présente uniquement des savoirs (formules d'addition, de duplication, . . .) et des savoir-faire (résoudre un équation, une inéquation, . . .), nous comprenons ainsi que ceux-ci doivent être sollicités dans des activités variées, impliquant une mise en œuvre de ces différents acquis.

Le programme du Segec propose une autre structure pour organiser les compétences à dé-

velopper pour le cours de mathématiques. Pour chaque entité de matière, une rubrique « D'où vient-on ? » montre la progression depuis le début du secondaire, donne un fil conducteur, situe les matières à enseigner dans une certaine continuité. Le nouveau sujet présenté aux élèves reste donc en lien avec les matières précédemment enseignées. La rubrique « Où va-t-on ? » concerne l'année en cours et donne des indications quant au sens et à la portée des contenus, et à la manière d'articuler le chapitre traité à d'autres. Les matières spécifiques au cours de mathématiques sont présentées, pour chaque entité de matière, dans un tableau à deux colonnes. La première énonce succinctement les contenus ; la deuxième précise l'importance qu'il faut leur donner, le niveau de rigueur qu'il faut atteindre. À l'issue de chaque « chapitre », une liste de compétences reprend l'essentiel de ce que l'élève doit maîtriser. Cette liste est divisée en trois groupes de compétences : *expliciter les savoirs et les procédures ; appliquer une procédure ; résoudre un problème*. Cette classification de compétences exprime la volonté du référentiel de mettre en avant « tantôt l'utilitaire, tantôt les problèmes, tantôt la théorie » (p. 4). Décrivons ces trois axes de compétences sur la base des précisions qu'en donne le programme du réseau Segec.

Sous les termes « expliciter les savoirs et les procédures », se cachent des compétences d'ordre théorique qui constituent le « squelette » de la formation. Expliciter un savoir, une procédure, c'est évoquer les connaissances qui s'y rapportent, montrer que l'élève en saisit le sens, la portée. Il s'agit, selon les cas, de citer un énoncé et de l'illustrer par un exemple ou un dessin, d'énoncer la définition qui correspond à l'usage qui en est fait dans un contexte donné, de justifier certaines étapes d'un calcul, de faire un schéma. La compétence « appliquer une procédure » relève de la pensée symbolique, de l'abstraction. Au moment où l'élève apprend une procédure, il opère des raisonnements et construit des enchaînements qui ne sont pas d'emblée des automatismes. À son niveau, ces techniques sont parfois complexes. Il s'agit pour lui d'acquérir des « réflexes réfléchis ». Les compétences rassemblées sous l'axe « résoudre un problème » impliquent le travail de modélisation qui consiste à dégager, dans un énoncé, les aspects qui se prêtent à un traitement mathématique. Le « problème » place l'élève dans un contexte qui n'est pas déjà mathématisé. L'apprentissage doit articuler les aspects suivants : dégager et codifier des méthodes de résolution à partir des problèmes traités en classe, exercer les élèves à résoudre seuls des problèmes du même type, classer les problèmes selon les méthodes de résolution appropriées.

Comme nous l'avons fait précédemment, focalisons-nous sur un extrait du programme qui présente les compétences et contenus propres à l'enseignement de la trigonométrie en cinquième année du secondaire.

Contenus	Directives et commentaires
Formules d'addition, de duplication. Formules de Carnot. Formules exprimant $\sin x$, $\cos x$ et $\tan x$ en fonction de $\tan \frac{x}{2}$. Formules de Simpson.	Les exercices seront choisis en vue d'acquérir les compétences utiles dans d'autres contextes (étude des fonctions, calcul intégral, nombres complexes, physique).
Équations et inéquations trigonométriques simples.	On résoudra des équations du type $a \cos x + b \sin x = c$. Quelques équations telles que $\cos x = x$ seront résolues de manière approchée, par itération (utiliser une calculatrice graphique ou un logiciel). Pour des inéquations, on se limitera à celles qui se ramènent à l'une des familles suivantes : $\sin(mx + p) < a$; $\cos(mx + p) < a$; $\tan(mx + p) < a$

Expliciter les savoirs et les procédures

- Démontrer une formule trigonométrique étudiée.
- Vérifier une identité trigonométrique en s'appuyant sur une technique exercée.

Appliquer une procédure

- Utiliser les différentes formules mentionnées dans le programme pour transformer des expressions qui serviront dans d'autres contextes (équations et fonctions).
- Résoudre des équations et représenter les solutions sur le cercle trigonométrique.
- Résoudre des inéquations simples et représenter les solutions sur le cercle trigonométrique.

Résoudre un problème

- Résoudre un problème qui requiert de construire et/ou d'interpréter le graphique d'une fonction périodique.

Figure III.2 - Extrait du programme d'études du cours de mathématiques du réseau Segec, troisième degré de transition - Cinquième année - Cours à 6 périodes hebdomadaires, humanités générales et technologiques (p. 75).

Au vu des compétences reprises dans la rubrique « expliciter les savoirs et les procédures », nous comprenons qu'expliciter n'est pas synonyme de restituer. Pour « démontrer une formule trigonométrique étudiée », l'élève devra, entre autres, maîtriser le vocabulaire, les connecteurs logiques et le symbolisme nécessaires pour rédiger une démonstration. Pour « vérifier une identité trigonométrique en s'appuyant sur une technique exercée », l'élève devra notamment reconnaître les circonstances d'utilisation des savoirs et étendre une règle, un énoncé ou une propriété à un domaine plus large. La compétence « expliciter les savoirs et les procédures » ne sert donc pas de prétexte pour faire étudier des définitions et des énoncés. Elle ne peut être résumée aux « savoirs » et, au vu de notre exemple, elle implique des démarches résolument transversales. L'axe de compétences « appliquer une procédure » ne sous-entend pas des réflexes « condi-

tionnés » en réponse à une consigne. En effet, pour résoudre des équations ou inéquations et représenter les solutions sur le cercle trigonométrique, l'élève devra pouvoir organiser un calcul qui nécessite de mobiliser plusieurs techniques et les combiner. Enfin, pour « résoudre un problème qui requiert de construire et/ou d'interpréter le graphique d'une fonction périodique », l'élève devra, entre autres, choisir les outils adéquats pour traiter le problème, présenter les résultats et les interpréter. L'axe de compétences « résoudre un problème » rassemble donc des compétences transversales. Contrairement au programme élaboré par le réseau du Restode, celui du Segec ne rappelle pas soigneusement l'ensemble des compétences transversales figurant dans le référentiel *Compétences terminales et savoirs requis*. Mais à travers les compétences qu'il rassemble sous trois axes, il met en évidence l'omniprésence du transversal dans un cours des mathématiques ; il inscrit ainsi complètement les contenus de matière dans une logique par compétences.

Cette courte analyse décrit la façon dont les programmes ancrent l'enseignement des mathématiques dans une approche par compétences. Peu importe le réseau, ils orientent l'apprentissage des contenus vers le développement de compétences disciplinaires et souligne l'importance des compétences transversales. Ces dernières sont étroitement liées aux compétences disciplinaires qui les sollicitent à des degrés divers et favorisent ainsi leur développement. Une fois les compétences transversales ou disciplinaires définies, il faut encore spécifier comment les développer concrètement, c'est-à-dire proposer des situations précises d'apprentissage les mettant en jeu. En effet, l'idée de mise en situation est essentielle : la notion de situation évoque l'activité de l'élève en situation et c'est à travers son activité qu'il acquiert des compétences. La compétence peut mettre en jeu tout un ensemble de savoirs, savoir-faire ou attitudes, ce n'est jamais par ces éléments que l'on désigne la compétence, c'est par la tâche à laquelle elle donne lieu. Activité et situation sont donc incontournables dans une logique curriculaire de compétences. Bien que les programmes indiquent des contenus d'apprentissage et fournissent des orientations méthodologiques, les conditions de production des compétences attendues restent à la charge des enseignants. L'approche par compétences appelle donc à une évolution de la relation pédagogique davantage qu'elle ne la standardise *a priori*. Autrement dit, l'approche par compétences est, en première analyse, une technologie de définition des objectifs pédagogiques par l'aval (les compétences transversales et disciplinaires) plus que par l'amont (la construction de ces mêmes compétences transversales et disciplinaires). Toutefois, des outils d'évaluation ont été proposés aux enseignants pour les éclairer sur le type de tâches à présenter aux élèves, en lien avec les compétences des référentiels. Ces outils constituent notre second objet d'étude.

III.2 À la lumière des outils d'évaluation. . .

Depuis 1999, année de publication des référentiels *Socles de compétences* et *Compétences terminales et savoirs requis*, la notion de compétence s'est imposée comme l'unique référence de ce que l'on attend des élèves. Mais en définissant cet « attendu » en termes de compétences, les responsables politiques de la Communauté française ont implicitement choisi le cadre de

l'évaluation comme porte d'entrée à la mise en place de cette notion. En effet, entrer dans une culture de l'évaluation, c'est vouloir mesurer plus précisément les performances des élèves par rapport à ces attentes.

Afin de pouvoir juger du niveau d'acquisition des compétences, des outils d'évaluation ont été diffusés pour tous les réseaux d'enseignement. Ces outils proposent des situations d'évaluation fondées sur les référentiels de compétences et ils sont mis à la disposition des enseignants à titre indicatif : aucune obligation ne pèse sur leur utilisation. Notons aussi que tous les outils d'évaluation diffusés ont fait l'objet d'expérimentation auprès d'élèves dans des classes appartenant aux différents réseaux de la Communauté française. Les outils ont été ajustés à la suite de ces expérimentations et des diverses remarques formulées par les enseignants ayant participé à ces expérimentations.

Nous poursuivons maintenant l'étude de la notion de compétence à travers les brochures officielles en complétant notre travail descriptif par une analyse des outils d'évaluation. Notre démarche consiste à dégager, de manière succincte, la façon dont ils s'accordent à la définition décrétale de compétence. Ajoutons également que nous nous intéressons ici uniquement à l'enseignement secondaire.

Nous distinguons d'une part les outils d'évaluation proposés au premier degré du secondaire, en lien avec les *Socles* et d'autre part les outils proposés aux deuxième et troisième degrés du secondaire, en lien avec les *Compétences terminales*. Cette distinction nous apparaît nécessaire car le type d'évaluation proposé diffère selon le référentiel sur lequel elle s'appuie.

III.2.1 Pour le premier degré du secondaire

La Commission des outils d'évaluation relatifs au *Socles de compétences* a construit des outils d'évaluation qui reposent sur la définition de la compétence dans le décret « Missions » et sur une analyse du contenu des *Socles*. Elle a également mis au service des enseignants un guide d'accompagnement des outils d'évaluation. Celui-ci précise leur statut et détaille leurs principaux constituants.

Chaque outil d'évaluation se rapporte à une compétence du référentiel. Notons d'emblée que toutes les compétences présentées dans ce référentiel ne font pas systématiquement l'objet d'un outil ; l'élaboration des outils d'évaluation étant inachevée. L'outil précise le public visé par l'évaluation, la durée de l'épreuve et les éventuels outils mis à la disposition des élèves. Chaque épreuve confronte les élèves à des situations exigeant la mobilisation de différents savoir-faire et vérifient qu'ils maîtrisent les procédures de base requises par ces situations. L'outil d'évaluation est ainsi composé de deux parties :

- La première partie propose de réaliser une tâche sans guidance. L'élève se retrouve devant « une feuille blanche », il doit choisir et combiner les procédures (savoirs, savoir-faire, attitudes) nécessaires pour effectuer la tâche. L'énoncé ne précise rien sur les ressources et démarches à mettre en œuvre.

- La deuxième partie propose à l'élève une série d'items vérifiant la maîtrise de certains savoirs, savoir-faire et attitudes liés à la tâche présentée dans la première partie.

Ces outils proposent donc des tâches à travers lesquelles l'élève devra mettre en œuvre, en les organisant, plusieurs procédures. En proposant le premier type d'évaluation, ils offrent aux enseignants la possibilité de mesurer la capacité de leurs élèves à résoudre des tâches complexes. Avec le deuxième type d'évaluation, ils permettent de cibler les difficultés éprouvées par chaque élève et d'en comprendre l'origine. L'enseignant pourra ainsi identifier plus précisément les besoins individuels de ses élèves et définir les dispositifs didactiques à mettre en œuvre pour combler leurs éventuelles lacunes. Les outils d'évaluation entrent ainsi dans une démarche d'évaluation diagnostique.

En lien avec l'évaluation proposée, les outils précisent le moment de passation de l'épreuve ; elle peut être envisagée à n'importe quelle période du cursus scolaire à condition que la maîtrise des procédures de base soit effective. Pour faciliter la correction de ces épreuves, l'outil fournit également à l'enseignant la grille d'évaluation pour la première partie de l'épreuve, le guide de correction et un tableau qui reprend l'ensemble des résultats des première et deuxième parties offrant ainsi un regard tant global qu'analytique sur l'évaluation proposée. La grille d'évaluation présente les critères, indicateurs et niveaux de maîtrise propres à l'épreuve. Un critère d'évaluation est une qualité attendue de la production de l'élève et un indicateur d'évaluation est un signe observable à partir duquel on peut percevoir que la qualité exprimée dans le critère est bien rencontrée. La grille d'évaluation pour l'année scolaire 2009-2010 est représentée ci-dessous (les grilles ne sont pas toutes présentées de la même manière, elles continuent toujours d'évoluer au fur et à mesure de la réflexion).

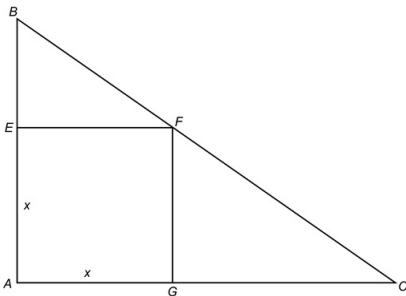
Critères	Indicateurs	Niveaux de maîtrise
Qualités attendues de la production, de la prestation.	Signes observables et/ou mesurables des qualités attendues.	Maximum que l'on peut attendre de l'élève à ce stade de l'apprentissage.
		Minimum que l'on peut attendre de l'élève à ce stade de l'apprentissage.
		Minimum exigible non atteint.
		Production inadéquate ou quasiment aucune production.

Figure III.3 - Grille d'évaluation utilisée en 2009-2010 dans les outils d'évaluation relatifs aux Socles de compétence.

Pour illustrer la façon dont les outils conçoivent une évaluation de compétences, inspirons-nous d'un exemple d'épreuve. L'exemple est tiré de l'outil d'évaluation « Côté du carré » pour le premier degré de l'enseignement secondaire. Cet outil est associé à la compétence du référentiel « construire des expressions littérales où les lettres ont le statut de variables ou d'inconnues ».

La tâche proposée ci-dessous correspond à la première partie de l'épreuve car elle demande de choisir des procédures, de les combiner et de les appliquer :

Dans la figure, ABC est un triangle rectangle en A tel que $|AB| = 16$ et $|AC| = 24$ et $AEFG$ est un carré tel que E est un point de $[AB]$, F est un point de $[BC]$ et G est un point de $[AC]$.



Détermine la mesure de la longueur du côté de ce carré.

L'outil en question présente l'ensemble des compétences du référentiel sollicitées dans cette tâche :

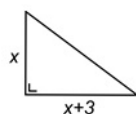
- Utiliser l'égalité en terme de résultat et en terme d'équivalence.
- Transformer des expressions littérales, en respectant la relation d'égalité et en ayant en vue une forme plus commode.
- Construire des expressions littérales où des lettres ont le statut de variables ou d'inconnues.
- Résoudre et vérifier une équation du 1^{er} degré à une inconnue issue d'un problème simple.
- Construire et utiliser des démarches pour calculer des périmètres, des aires et des volumes.

L'outil précise également les différentes procédures requises par la tâche complexe :

- Écrire des expressions littérales pour examiner des relations entre les éléments d'une figure.
- Appliquer les propriétés des opérations pour transformer une expression littérale.
- Calculer des aires par décomposition de figures.
- Appliquer les formules d'aires.
- Résoudre une équation.
- Simplifier des fractions.

Pour vérifier que l'élève maîtrise l'ensemble de ces procédures, différentes tâches sont proposées dans la deuxième partie de l'évaluation. Par exemple, pour tester la procédure « écrire des expressions littérales pour examiner des relations entre les éléments d'une figure », une tâche proposée est :

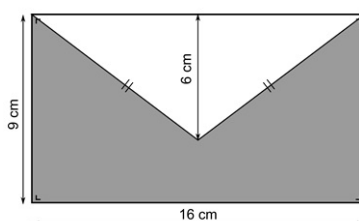
Exprime par une expression littérale l'aire du triangle représenté ci-



dessous :

Autre exemple, pour tester la procédure « calculer des aires par décomposition de figures », une des tâches proposées est :

Calcule l'aire de la figure grisée :



Enfin, dernier exemple : pour tester la procédure « Résoudre une équation », la tâche proposée est :

Résous les équations suivantes :

$$4x - 13 - 2x = 5$$

$$3(x + 4) + x = 21$$

$$2x^2 = (2x - 5)(5 + x)$$

Cette brève description des outils d'évaluation pour le premier degré du secondaire nous pousse à formuler quelques remarques. Premièrement, les outils se trouvent associés à une compétence du référentiel, alors que si nous analysons l'ensemble des compétences visées dans notre exemple et énoncées plus haut, nous remarquons qu'il fait appel à plusieurs compétences du référentiel. Cette première remarque met en évidence l'ambiguïté qui s'installe autour de la notion de compétence : une tâche complexe doit-elle toujours être associée à une compétence ou une tâche peut-elle mettre en œuvre plusieurs compétences ?

Deuxièmement, l'absence de canevas commun et standardisé au sein de ces outils est interpellante : aucun modèle ne permet de préciser la manière de construire d'autres outils d'évaluation.

Or, la réalisation et l'utilisation de tels outils d'évaluation est primordiale dans une approche par compétences. En effet, la qualité première d'un outil d'évaluation doit être sa pertinence par rapport au système dans lequel il s'insère : à quoi servirait-il de déclarer vouloir développer des compétences si l'évaluation des acquis, qu'elle soit formative ou certificative, ne se fonde que sur la maîtrise de savoir-reproduire et/ou de savoir-faire isolés, aussi performants soient les outils utilisés ? Cette deuxième remarque suggère la difficulté des enseignants à élaborer de tels outils d'évaluation et à les intégrer en classe.

III.2.2 Pour les deuxième et troisième degrés du secondaire

Des outils d'évaluation pour les deuxième et troisième degrés de l'enseignement secondaire ont été diffusés par la Commission des outils d'évaluation pour les humanités générales et technologiques. Comme pour le 1^{er} degré du secondaire, la commission fournit aux enseignants un guide d'accompagnement, s'intitulant « présentation générale des outils ». Il précise le statut des outils et détaille leur composition.

À la lecture des différents outils d'évaluation, nous remarquons que le principe de vérifier la maîtrise des procédures de base n'a pas été retenu. De fait, les épreuves construites pour évaluer les *Compétences terminales* confrontent exclusivement les élèves à des situations qui requièrent la mobilisation de plusieurs ressources (savoir-faire). La terminologie utilisée est celle de « tâche complexe » dont la définition est proposée dans les termes suivants⁶ :

Une tâche complexe exige la mobilisation et l'organisation d'une série de ressources (savoirs, savoir-faire, attitudes) acquises précédemment. Elle se définit en outre par :

- *son ouverture : elle peut être effectuée par différentes démarches et/ou éventuellement conduire à différents résultats. Sa réalisation n'est ni automatique, ni algorithmique, elle doit donc faire l'objet d'une analyse, d'un jugement de pertinence de la part de l'élève ;*
- *son caractère inédit : elle présente les mêmes invariants mais pas nécessairement les mêmes paramètres que des tâches réalisées en cours d'apprentissage. Si la tâche a déjà été réalisée précédemment en classe, l'élève est seulement invité à reproduire ce qu'il a déjà fait ;*
- *son caractère non guidé : une consigne ne cite ni les ressources à utiliser ni les démarches à mettre en œuvre ; elle doit seulement expliciter les attentes des concepteurs de l'épreuve et, surtout, fournir les aspects arbitraires de la tâche.*

À la lecture de ces différentes caractéristiques, des précisions sont apportées sur le type de tâches à proposer ; précisions inexistantes dans les outils d'évaluation destinés aux élèves du 1^{er} degré du secondaire. Notons aussi que cette conception de l'évaluation se rapproche davantage de la définition décrétole de compétences, laquelle évoquait non pas l'exécution d'actions élémentaires, mais uniquement la mobilisation de différentes ressources pour accomplir des tâches.

6. Une présentation générale des outils d'évaluation a été diffusée par la Commission des outils d'évaluation. On y retrouve notamment la définition des concepts liés à ces outils.

Comme pour les outils relatifs aux *Socles*, un certain nombre d'éléments propres à l'épreuve est précisé :

- la famille de tâche ;
- le public visé par l'évaluation (degré, niveau, année) ;
- les préalables à l'évaluation, c'est-à-dire les contenus, démarches et modalités spécifiques à l'outil et indispensables à la réalisation de la tâche d'évaluation ;
- les modalités de passation : la durée, la forme du produit attendu, le rappel du (des) support(s) à traiter, du (des) document(s) ou des outils mis à la disposition des élèves ;
- les indices éventuels, visant à « débloquer » un élève confronté à une difficulté dans la résolution de la tâche proposée. Le recours aux indices par les élèves devra évidemment être pris en compte au moment de l'évaluation de leur copie ;
- les compétences, savoirs et savoir-faire évalués à l'aide de cet outil d'évaluation ;
- les critères, indicateurs, niveaux de maîtrise (une pondération est présentée à titre indicatif) ;
- les indications qui permettent de construire des outils d'évaluation similaires appartenant à la même famille.

Outre la nature de la tâche proposée, nous observons une seconde différence entre de tels outils et ceux relatifs aux *Socles de compétences* : le lien avec une « famille de tâches ». En effet, les outils ne sont pas associés, comme pour le premier degré, à une compétence du référentiel mais à une « famille de tâches ». Ce fait s'explique par l'élaboration de familles de tâches dans un souci de structuration : les compétences et savoirs définis dans les référentiels ont fait l'objet de regroupements auxquels nous nous intéressons ci-dessous.

En 2005, la Commission des outils d'évaluation a présenté explicitement les familles de tâches concernant les deuxième et le troisième degrés du secondaire. Elles ont été construites sur la base des différents domaines mathématiques et registres qui répertorient les compétences disciplinaires dans le référentiel *Compétences terminales et savoirs requis*. Pour rappel, quatre domaines et six registres communs régissent l'ensemble des compétences disciplinaires. Le croisement des domaines et des registres aboutit à 24 « familles de tâches ». Pour la Commission, ce nombre de 24 était trop élevé en vue d'une gestion efficace de l'évaluation. Afin d'aboutir à un ensemble plus restreint de familles de tâches, plusieurs regroupements ont été effectués. Premièrement, les domaines disciplinaires ont été regroupés en trois catégories :

1. La catégorie « Grandeurs et fonctions » inclut les domaines « Etude des fonctions », « Algèbre » et la partie des contenus de « Trigonométrie » concernant les fonctions présentés dans le référentiel.
2. La catégorie « Figures géométriques » regroupe « Géométrie » et l'autre partie des contenus « Trigonométrie » du même document.
3. La catégorie « Phénomènes aléatoires » (y compris la statistique) est préféré à « Traitement des données » car il y a traitement de données dans les autres domaines également.

Ensuite, les six registres de compétences présents dans le référentiel ont été rassemblés en quatre registres :

Registres dans le référentiel	Registres retenus pour les familles de tâches
Savoir, connaître, définir	} Organiser des savoirs
Résumer, organiser les savoirs, synthétiser généraliser	
Calculer	} Résoudre un problème
Appliquer, analyser, résoudre des problèmes	
Représenter, modéliser	Modéliser
Démontrer	Démontrer

Douze familles de tâches ont donc été constituées :

	Grandeurs et fonctions	Figures géométriques	Phénomènes aléatoires
Modéliser			
Démontrer			
Résoudre un problème			
Organiser des savoirs			

Table III.1 - Les 12 familles de tâches à exercer pendant les deux derniers degrés de l'enseignement secondaire.

Chacune de ces familles contient des tâches qui sollicitent des compétences se trouvant dans un même répertoire, celui-ci étant défini par le croisement des trois domaines et des quatre registres. Une famille de tâches est donc, selon la Commission, l'ensemble des situations qui ont en commun de mobiliser la même compétence ou des compétences à puiser dans le même répertoire. C'est à partir de ces « familles de tâches » mises en évidence pour le cours de mathématiques que des outils d'évaluation ont pu être conçus. Illustrons ce concept de familles de tâches par deux outils d'évaluation destinés aux élèves de 5^e année appartenant tous deux à la famille « Grandeurs et fonctions / Organiser des savoirs » :

Premier outil : Analyse du graphique d'une fonction

Consigne

Soit f une fonction définie et deux fois dérivable sur \mathbb{R} . Les dérivées première et seconde de la fonction f sont respectivement notées f' et f'' . La courbe représentative de la fonction f , ainsi que ses asymptotes, sont tracées en annexe dans un repère orthogonal.

Remarque : toutes les singularités de la courbe sont parfaitement observables dans la fenêtre graphique ; autrement dit, tout changement de fenêtre n'apporterait aucune information supplémentaire.

Détermine si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses.

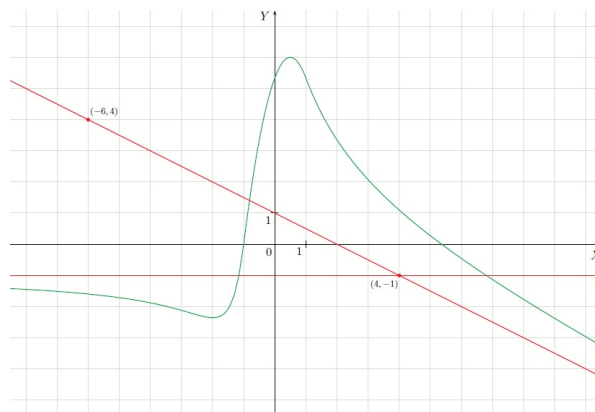
Justifie ta réponse à l'aide d'éléments pertinents (définitions, propriétés, contre-exemples, ...).

Présente ton travail de manière claire, structurée et soignée en utilisant un vocabulaire et des notations mathématiques corrects.

Veille à préciser si tu parles de f , de f' ou de f'' .

1. $f'(1) < 0$.
2. L'équation $f'(x) = 0$ admet deux solutions.
3. $\lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) - 1) = 0$.
4. $f''(x) > 0 \forall x \in \mathbb{R}^+$.
5. L'équation $f''(x) = 0$ admet trois solutions.
6. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = \frac{1}{2}$.
7. $f(x) - 1 + \frac{x}{2} < 0 \forall x \in \mathbb{R}^+$.
8. $\lim_{x \rightarrow \infty} f'(x) = 0$.
9. $\exists a \in \mathbb{R}$ tel que $f(a) = 1000$.

Le graphique de la fonction est le suivant :



Deuxième outil : Analyse du graphique de la dérivée d'une fonction**Consigne**

Soit f une fonction continue sur \mathbb{R} .

Les dérivées première et seconde de la fonction f sont respectivement notées f' et f'' .

La courbe représentative de la dérivée première de f , ainsi que ses asymptotes, sont tracées en annexe dans un repère orthogonal.

Cette courbe comprend le point de coordonnées $(\frac{2}{3}, 0)$.

Remarque : toutes les singularités de la courbe sont parfaitement observables dans la fenêtre graphique ; autrement dit, tout changement de fenêtre n'apporterait aucune information supplémentaire.

Détermine si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses.

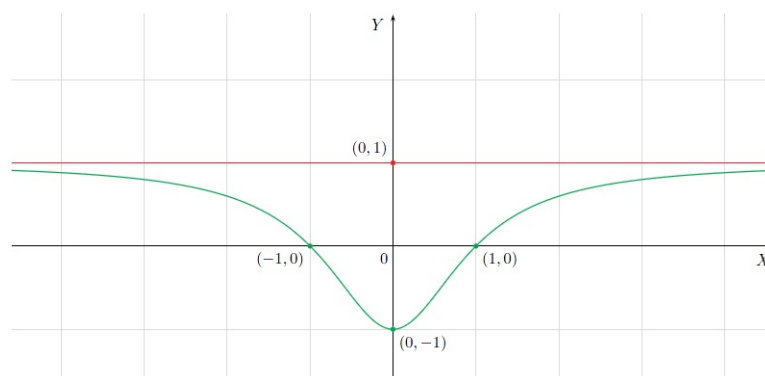
Justifie ta réponse à l'aide d'éléments pertinents (définitions, propriétés, contre-exemples, ...).

Présente ton travail de manière claire, structurée et soignée en utilisant un vocabulaire et des notations mathématiques correctes.

Veille à préciser si tu parles de f , de f' ou de f'' .

1. La fonction f admet un minimum en $\frac{2}{3}$.
2. La fonction f admet un maximum en 0.
3. La fonction f est dérivable sur \mathbb{R} .
4. Le graphique de la fonction f admet un point de rebroussement d'abscisse 0.
5. La fonction f est décroissante sur $]1; +\infty[$.
6. La fonction f'' est positive sur $]0; 1[$.
7. Le coefficient angulaire de la tangente au graphique de f au point d'abscisse $\frac{1}{2}$ est égal à 2.
8. Le graphique de f admet un point d'inflexion à tangente verticale d'abscisse 1.
9. Sachant que le graphique de f admet une asymptote oblique, celui-ci est situé en dessous de cette asymptote pour tout x strictement supérieur à 1.

Le graphique de la fonction est le suivant :



Les outils précisent les compétences du référentiel sollicitées. Elles sont identiques pour chacun des deux outils et elles appartiennent à la famille de tâches « Grandeurs et fonctions / Organiser des savoirs » :

- Synthétiser des informations calculées ou fournies à propos d'une étude de fonction (p. 8).
- Analyser les cas limites (extension, comportement asymptotique, comportement localement linéaire) (p. 8).

Nous voyons que les familles de tâches semblent être bien délimitées par un certain répertoire de compétences. Toutefois, les deux outils ci-dessous, destinés aux élèves de 4^e année, montrent que la famille de tâches à laquelle ils appartiennent (« Grandeurs et fonctions / Résoudre un problème ») n'a pas des contours si précis. Les énoncés sont les suivants :

Premier outil : tennis

Consigne

Sur un court de tennis, les lignes de fond sont distantes de 24 mètres et le filet se trouve, évidemment au milieu.

Un joueur, Eric, se trouve sur sa ligne de fond et son adversaire, Karl, se trouve à 4 mètres du filet face à lui (dans un plan perpendiculaire au filet).

Dans ce plan, Eric frappe la balle à un mètre du sol en tentant un « lob » par une trajectoire parabolique qui atteint un maximum de 6 mètres sur une verticale située à 11 mètres de la ligne de frappe.

Illustre la situation dans ce plan.

Sachant que Karl reste sur sa position, Eric marque-t-il le point ?

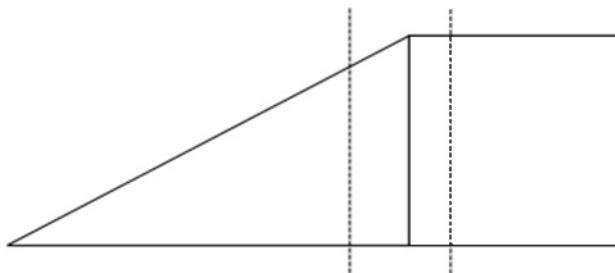
Justifie ta réponse par calculs.

Ta copie doit être soignée et explicite.

Second outil : la nouvelle route**Consigne**

La nouvelle route à construire doit traverser deux champs.

La disposition des lieux est la suivante :



(Sur la figure, les proportions ne sont pas respectées)

Le champ de droite a une forme carrée de $50m$ de côté, celui de gauche a la forme d'un triangle rectangle dont un des côtés de l'angle droit mesure $96m$. La route, large de $9m$, est construite à cheval sur les deux champs et est « parallèle » au côté commun à ces deux champs.

Le fermier souhaite que la route soit placée de telle sorte que les parties restantes des deux champs aient la même aire.

Détermine par calcul la position exacte de la route par rapport au côté commun.

Exprime ce résultat par une phrase cohérente.

Ta copie doit être soignée et montrer la démarche suivie.

Les outils précisent les compétences sollicitées et nous les reprenons ci-dessous en indiquant à quelle famille de tâches elles appartiennent :

Familles de tâches	Compétences du référentiel sollicités par l'outil « tennis »	Compétences du référentiel sollicités par l'outil « la nouvelle route »
Grandeurs et fonctions / Résoudre un problème	Calculer l'ensemble des solutions d'une équation, d'une inéquation (p. 9)	
	Organiser une suite d'opérations conduisant à la résolution du problème (p. 10)	Organiser une suite d'opérations conduisant à la résolution du problème (p. 10)
	Interpréter le résultat des calculs en les replaçant dans le contexte du problème (p. 10)	Interpréter le résultat des calculs en les replaçant dans le contexte du problème (p. 10)
	Présenter les résultats oralement ou par écrit dans une expression claire, concise, exempte d'ambiguïté (p. 10)	Présenter les résultats oralement ou par écrit dans une expression claire, concise, exempte d'ambiguïté (p. 10)
Grandeurs et fonctions / Modéliser	Traduire une situation en langage mathématique sous forme d'équation, d'inéquation ou d'autres formes de conditions (p. 10)	Traduire une situation en langage mathématique sous forme d'équation, d'inéquation ou d'autres formes de conditions. (p. 10).
Grandeurs et fonctions / Organiser des savoirs	Savoir, connaître, définir les propriétés des opérations fondamentales sur les nombres et les formes littérales (p. 9)	Savoir, connaître, définir les propriétés des opérations fondamentales sur les nombres et les formes littérales (p. 9)
	Savoir, connaître, définir les propriétés de compatibilité des opérations avec des égalités, des inégalités (p. 9)	Savoir, connaître, définir les propriétés de compatibilité des opérations avec des égalités, des inégalités (p. 9)
	Savoir, connaître, définir les propriétés des opérations sur les polynômes, incluant celles relatives à l'égalité et à la factorisation (p. 9)	
Figures géométrique / Résoudre un problème		Choisir des propriétés, organiser une démarche en vue de déterminer des éléments d'une figure (p. 13).
		Déterminer une longueur, un angle, une relation entre points, droites, plan, une équation, une propriété de figure, par une méthode routinière (p. 13).
Figures géométrique / Organiser des savoirs		Savoir, connaître, définir les grands théorèmes de la géométrie classique et de la trigonométrie relatifs aux longueurs, aux rapports de longueurs, aux angles, aux aires et aux figures en général (p. 12)

Les deux outils « tennis » et « la nouvelle route » appartiennent à la famille de tâches « Grandeurs et fonctions / Résoudre un problème » mais, par le tableau que nous avons établi ci-dessus, nous constatons qu'ils font intervenir des compétences répertoriées dans d'autres familles de tâches. La façon dont un outil est associé à une famille de tâches nous paraît ainsi bien arbitraire. L'équivalence entre deux outils, au sein d'une même famille de tâches, est également discutable. En effet, l'élève pourrait par exemple réussir la tâche de l'outil « tennis » parce qu'il maîtrise les compétences appartenant au domaine des grandeurs et fonctions mais il pourrait échouer devant la tâche de l'outil « la nouvelle route » parce qu'il ne maîtrise pas certaines

compétences du domaine des figures géométriques.

En plus de préciser la famille de tâches à laquelle ils appartiennent, les outils d'évaluation se différencient une fois de plus de ceux proposés au premier degré du secondaire en présentant des indications qui permettent de construire des outils similaires appartenant à la même famille : l'outil précise les invariants fondamentaux de la famille de tâches. En respectant ces invariants, certaines modulations permettent de créer différentes tâches complexes appartenant à la même famille. Toutefois, vu le manque de délimitation des familles de tâches que nous avons repéré dans l'exemple précédent, l'enseignant ne peut être sûr que l'outil qu'il a construit appartient effectivement à la famille de tâches en question.

Par la création de familles de tâches, les outils d'évaluation sont donc élaborés dans un canevas plus général. Ce dernier contribue à construire ensuite d'autres épreuves d'évaluation appartenant à la même famille. Cependant, à partir de ce concept de « famille de tâches », nous remarquons que l'équivalence des situations, leur appartenance à une même famille de situations, n'est pas évidente au moment de leur construction. En effet, malgré quelques « invariants » précisés par l'outil d'évaluation, il n'y a pas de définition claire et précise des paramètres de la famille de tâches permettant de garantir la meilleure équivalence possible entre les différentes situations. Aussi, il est légitime de nous poser la question suivante : lorsqu'un élève est capable de mettre en œuvre une procédure dans une situation, est-il certain qu'il sera capable, pour autant, de mettre en œuvre la même procédure dans une situation différente appartenant à la même famille de tâches ? Aucun document officiel n'aborde ce problème, couramment appelé problème du « transfert ». Dans le prochain chapitre, nous prendrons appui sur diverses recherches qui apportent quelques éléments de réponses.

III.3 Bilan

Avec l'instauration des référentiels de compétences, l'École et ses acteurs sont en quelque sorte tenus à une obligation de résultats : il ne suffit plus de scolariser, il faut que tous les élèves acquièrent les compétences des *Socles* et des *Compétences terminales et savoirs requis*. Ce ne sont donc plus les programmes qui indiquent ce qu'il convient de maîtriser mais bien les référentiels de compétences. Les programmes qui ont été modifiés par les différents réseaux pour répondre à ces nouvelles exigences, prennent alors le statut « d'outils méthodologiques » susceptibles d'amener les élèves à la maîtrise de ce qui est attendu dans ces nouveaux référentiels.

Au cours de notre analyse des programmes, nous avons remarqué qu'ils permettent de montrer, à travers la spécificité de chaque organe de représentation et de coordination, comment seront construites des stratégies pédagogiques pour atteindre les compétences définies dans les *Socles de compétences* et *Compétences terminales et savoirs requis*. L'enseignement des mathématiques tel qu'il est conçu dans les programmes semble reposer sur un certain équilibre entre une acquisition de connaissances soigneusement sélectionnées, un développement de compétences transversales et un développement de compétences, plus ciblées, centrées sur le ré-

investissement en situation d'acquis de tous types : savoirs, savoir-faire, . . . De tels programmes semblent ainsi tourner le dos aux traditionnelles approches comportementalistes, largement légitimées par une longue tradition pédagogique par objectifs. Les écoles vivant ces réformes se trouvent ainsi sur la ligne de départ de modifications majeures.

Les programmes constituent ainsi de véritables documents d'accompagnement dans le travail des enseignants. Ils peuvent s'y appuyer pour réaliser les changements de curriculum orientés vers le développement de compétences. Les enseignants sont par contre entièrement sollicités pour mettre en œuvre des situations qui pourront attester de la maîtrise ou non d'une compétence. Rappelons que l'approche par compétences est complètement ancrée dans les situations : elles sont, par la définition décrétable de compétence, le point de départ des activités d'apprentissage.

La description des outils d'évaluation nous a permis de constater que les propositions d'évaluation n'aident pas à saisir le sens à attribuer à la notion de compétence. En effet, le choix d'une forme d'épreuve différente pour évaluer les compétences énoncées dans les *Socles* et celles énoncées dans les *Compétences terminales* crée une certaine ambiguïté dans l'usage que les épreuves d'évaluation font de la notion de compétence, engendrant ainsi un risque de grande confusion sur le sens à accorder à cette notion. Aussi, nous avons remarqué le manque de précision apportée sur la façon de construire d'autres outils d'évaluation pour le premier degré du secondaire. En identifiant des familles de tâches, les épreuves d'évaluation pour les deuxième et troisième degrés fournissent davantage d'aide aux enseignants dans leur propre construction d'évaluations. Toutefois, ce nouveau concept soulève des difficultés : rien ne délimite clairement les contours des différentes familles et rien ne justifie que le « transfert » d'une procédure au sein d'une même famille est automatique.

L'usage qui est fait de la notion de compétence dans les programmes et dans les outils d'évaluation n'amène pas à une conception claire de ce nouveau concept. Il n'éclaire pas non plus son mode d'emploi en classe. Face à de telles difficultés pratiques, nous décidons d'éclairer la notion de compétence à la lumière de la littérature. En effet, cette notion a fait et fait encore toujours l'objet d'une vaste littérature pédagogique et didactique. Dans le prochain chapitre, nous nous intéresserons aux différents travaux et ouvrages s'y référant afin mieux cerner la notion de compétence et ses implications dans notre enseignement.

Chapitre IV

L'approche par compétences dans la littérature spécialisée

En éclairant le sens qu'attribuent les documents officiels à la notion de compétence, nous avons vu que les intentions qui président à cette nouvelle réforme sont louables. En effet, comme nous l'avons remarqué dans le premier chapitre, la notion de compétence telle qu'elle est définie dans le décret « Missions » présente plusieurs intérêts que nous pouvons résumer en deux points. Premièrement, en introduisant la notion de tâche dans sa définition, la compétence évite la décomposition et la perte de sens ; elle redonne donc de la finalité et du sens au savoir. Deuxièmement, la compétence appelle à la mobilisation de diverses ressources et, par conséquent, met l'accent sur la capacité qu'a un élève à mobiliser ses connaissances.

Toutefois, malgré les intérêts que représente l'introduction de la notion de compétence en éducation, celle-ci entraîne une série de difficultés : les deuxième et troisième chapitres nous ont permis d'entrevoir la complexité pratique de cette réforme des « compétences ». Tout d'abord, les précisions sur sa mise en œuvre sont quasi inexistantes tant dans les référentiels que dans les programmes d'études. Aussi, l'analyse des outils d'évaluation nous a amené à associer l'appropriation de la compétence dans les pratiques d'évaluation à une réalité très complexe. Face à de telles difficultés, nous proposons de nous tourner ici vers des travaux en didactique et en sciences de l'éducation qui inscrivent leur réflexion dans l'approche par compétences. Bien entendu, nous ne visons pas l'exhaustivité ; rendre compte de l'ensemble de leurs recherches dépasserait largement les limites de ce travail. Notre objectif consiste à présenter quelques réflexions qui sont directement liées aux difficultés que nous avons antérieurement relevées.

Pour engager cette analyse de la littérature, nous partons de la notion même de compétence. À la lecture des différents travaux en sciences de l'éducation, nous remarquons que celle-ci fait l'objet d'un relatif consensus. Pour mettre en évidence cette convergence, nous prenons appui sur quelques exemples de définitions recueillies à partir de plusieurs sources : les approches de certains pédagogues et des interventions effectuées dans le cadre de diverses conférences consacrées à la compétence.

Ce consensus autour de la notion de compétence nous amène ensuite à soulever la lourde question de l'évaluation. En effet, comme nous l'avons déjà développé, la conception de ce qu'est

une compétence conditionne entièrement les pratiques d'évaluation. Nous trouvons, dans la littérature, un certain compromis sur les conditions que devrait respecter toute évaluation. Celui-ci s'inspire d'une conception de compétence quasi unanime au sein des chercheurs.

Toutefois, les critiques de l'école face à ce nouveau concept ne manquent pas. Un des débats les plus visibles concerne la façon dont de nombreux auteurs conçoivent la notion de compétence et son évaluation. Un autre débat, tout aussi virulent, touche aux fondements théoriques du « savoir-mobiliser » au cœur de la notion de compétence. Dans ce relevé des multiples critiques autour de ce concept émergent, nous comptons aussi les nombreuses discussions qui entourent la question de la transversalité. L'ensemble des controverses qui animent la notion de compétence en éducation fait l'objet de la seconde partie de ce chapitre.

Dans ce climat de tensions, Rey et *al.* (2005) proposent alors de recentrer leurs recherches sur certains documents officiels de la Communauté française, à savoir les référentiels de compétences. L'aboutissement de leurs travaux les amène à envisager une certaine classification des compétences présentes dans les référentiels. Celle-ci leur permet également de construire un nouveau modèle d'évaluation. Le développement de leurs recherches constitue la troisième partie de ce chapitre.

IV.1 Une certaine convergence des points de vue

Nous avons vu que la notion de compétence, telle qu'elle est représentée dans les référentiels, les programmes d'études et les outils d'évaluation, ne permet pas d'avoir une conception claire des usages qui sont faits de ce nouveau concept. Nous proposons maintenant de creuser la notion de compétence en nous penchant sur la littérature pédagogique et didactique. Ce premier travail consiste à situer la notion de compétence dans un cadre plus large où non seulement quelques consensus peuvent apparaître mais où sont aussi formulées certaines critiques. En décidant d'ouvrir le débat sur le statut de la notion de compétence tel qu'il est représenté dans la littérature, nous choisissons en effet de mettre en scène les oppositions qui divisent le monde pédagogique face ce nouveau concept.

IV.1.1 Consensus autour de la notion de compétence

La notion de compétence s'est avérée féconde en publications et discussions, et ce, dans de nombreux domaines tels que les sciences de l'éducation, la linguistique et les sciences du travail¹. Nous décidons cependant d'envisager le concept de compétence d'une manière spécifique aux sciences de l'éducation. La raison qui justifie ce choix est double : d'une part, les autres domaines d'études ne sont pas directement liés aux cadres de travail que nous nous sommes fixés et, d'autre part, nous considérons que les sciences de l'éducation bénéficient d'une autonomie certaine par rapport aux approches des linguistes et des spécialistes des sciences du travail. Ce choix étant fait, nous développons maintenant ce que la plupart des auteurs entendent par le

1. Il est généralement admis que la notion de compétence a d'abord été proposée en linguistique, dans le cadre des premiers travaux de Chomsky (linguiste et philosophe américain) au début des années 60. Elle est apparue ensuite dans les milieux du travail et de l'éducation.

concept de « compétence ». Nous constatons d'emblée la présence de nombreuses définitions. Nous présentons ci-dessous les différentes approches qui illustrent bien, selon nous, l'ensemble des conceptions de la notion de compétence véhiculées dans la littérature pédagogique.

Certains auteurs proposent une approche très large de la compétence. Par exemple Rey et al. (2006b) considèrent que la compétence est la « *disposition à accomplir une tâche* ». Mais la plupart des chercheurs approchent de façon plus précise le concept de compétence. Ainsi, pour Jonnaert (2002), « *à travers une compétence, un sujet mobilise, sélectionne et coordonne une série de ressources (dont certaines de ses connaissances, mais aussi une série d'autres ressources qui seraient affectives, sociales, psychomotrices et celles reliées à la situation et à ses contraintes) pour traiter efficacement une situation* » (cité par Jonnaert et M'Batika, 2004, p. 80). En ce sens, la compétence est la combinaison d'un ensemble de ressources qui, coordonnées entre elles, permettent d'appréhender une situation et d'y répondre plus ou moins pertinemment. On pourrait alors penser que la compétence serait spécifique à une situation et à une classe de situations, voire à plusieurs classes de situations présentant des intersections plus ou moins larges. D'autres auteurs proposent des définitions correspondant, à quelques nuances près, à celle de Jonnaert. Chacune d'elles insiste sur trois composants essentiels : un ensemble de ressources au départ de toute compétence, leur mobilisation pertinente, le lien à une famille de situations. En effet, pour Roegiers (2000), une compétence est « *la possibilité, pour un individu, de mobiliser un ensemble intégré de ressources en vue de résoudre une situation-problème qui appartient à une famille de situations* ». Pour Perrenoud (2000), une compétence est « *la faculté de mobiliser un ensemble de ressources cognitives (savoirs, capacités, informations, etc.) pour faire face avec pertinence et efficacité à une famille de situations* ». Et Tardif (2006) la définit comme « *un savoir-agir complexe prenant appui sur la mobilisation et la combinaison efficaces d'une variété de ressources internes et externes à l'intérieur d'une famille de situations* ». Ces différentes conceptions s'accordent également avec la définition de Romainville (2006) qui présente la compétence comme « *un réseau intégré de ressources cognitives, socioaffectives et sensorimotrices que l'élève mobilise dans une "famille de situations"* ». La plupart des éléments de définition sur lesquels un certain accord se dégage sont également présents dans les définitions données par De Ketele et de Scallon. Pour De Ketele (1996), « *la compétence est un ensemble ordonné de capacités (activités) qui s'exerce sur des contenus dans une catégorie donnée de situations pour résoudre des problèmes posés par celles-ci* » (cité par Roegiers et De Ketele, 2004, p. 65) et Scallon (2007) la conçoit comme un « *savoir agir fondé sur la capacité de mobiliser et de combiner diverses ressources, internes et externes, en vue d'accomplir des tâches complexes d'une même famille* » (p. 1).

Même s'il existe de nombreuses compréhensions possibles de la notion de compétence, il ressort de cette courte analyse trois éléments constants qui semblent constitutifs du concept de compétence : elle fait référence à un système intégré de savoirs (au sens large, c'est à dire des savoirs, des savoir-faire, des savoir-être, . . .) ; elle repose sur la mobilisation de ces ressources ; cette mobilisation se fait à propos d'une famille bien déterminée de situations.

Cette conception de la compétence ne semble pas trop s'éloigner de la définition qu'en donne le décret « Missions » c'est-à-dire une « *aptitude à mettre en œuvre un ensemble organisé de*

savoirs, de savoir-faire et d'attitudes permettant d'accomplir un certain nombre de tâches ». Soulignons toutefois que l'identification des tâches à des « familles de situations » représente une certaine nouveauté conceptuelle. Mais, à celle-ci, s'en ajoute une autre. En effet, de nombreux auteurs (Beckers, 2002 ; Roegiers, 2001 ; Rey et al., 2006b) insistent sur le fait qu'une compétence exige non seulement la présence de ressources, de procédures cognitives chez le sujet, mais surtout la mobilisation de celles qui conviennent pour traiter une situation qu'il n'a pas nécessairement rencontrée. Aux yeux de ces auteurs, pour que l'on puisse parler effectivement de compétence, il est nécessaire de présenter aux élèves des tâches *inédites*. Rey précise que « la situation doit être "nouvelle" en ce sens que l'élève ne doit pas avoir été entraîné spécifiquement à répondre à cette situation ; car s'il y a été entraîné, il n'a plus à mobiliser des ressources de sa propre initiative ». Ce certain point d'accord entre ces nombreux chercheurs ajoute une nouvelle composante à la notion de compétence. Mais les auteurs insistent également sur le caractère « complexe » de la tâche que doit effectuer l'élève. Par complexe, ils désignent une situation qui requiert la mise en œuvre de plusieurs éléments (savoirs, savoir-faire, ...). Ainsi, les chercheurs se refusent à nommer « compétence » la simple possession de diverses ressources : « qu'un élève soit capable, quand on lui en fait la demande, d'exécuter une opération à laquelle il a été entraîné ou de répéter un énoncé qu'il a mémorisé, ne constitue pas une compétence au sens propre ». Cette conception « complexe » de la compétence semble en outre conforme à sa définition officielle : la compétence s'appuie sur des éléments préalables (savoirs, savoir-faire, attitudes) que doit posséder le sujet mais pour qu'il y ait compétence, il ne suffit pas qu'il possède ces éléments, il faut encore qu'il soit capable de les « mettre en œuvre » pour accomplir une tâche.

Nous observons ainsi un relatif consensus dans la littérature quant au sens à donner à la conception de la compétence. La plupart des auteurs qui se sont exprimés sur le sujet considèrent qu'il y a compétence lorsque l'élève affronte avec succès une situation nouvelle et complexe. Aussi, nombreux sont ceux qui lui associent une « famille de situations ». Dans cette perspective, l'évaluation des acquis des élèves prend une nouvelle dimension : les épreuves d'évaluation ne peuvent plus se limiter à prélever un échantillon de contenus et/ou d'objectifs spécifiques, mais propose une ou des situations inédites et complexes, appartenant à la famille de situations définie par la compétence. Nous détaillons ci-après la façon dont cette nouvelle dimension est envisagée par de nombreux chercheurs.

IV.1.2 Les implications de la notion de compétence sur l'évaluation

Dans la littérature (Roegiers 2003 ; Beckers 2002 ; De Ketele 2000 ; Rey 2003), nous trouvons un certain compromis sur les conditions que devrait respecter toute évaluation de compétences : trois conditions doivent être respectées si l'on désire évaluer effectivement des compétences.

La première condition est de présenter aux élèves des tâches *inédites*, c'est-à-dire des tâches qu'ils n'auraient pas rencontrées lors de leurs apprentissages. Par tâche, « on entend une activité contextualisée qui présente une finalité et qui a du sens pour les élèves » (Carette, 2009, p. 150). Aussi, l'auteur souligne que « l'important est de présenter une activité inscrite dans

un contexte qui ne soit pas un prétexte à la vérification de procédures, mais fasse partie intégrante de la résolution ». En d'autres termes, une tâche inédite portera réellement ce nom si elle demande à l'élève le « cadrage » de la situation. Par cadrage, Rey (1996) entend la capacité d'un individu à déterminer au sein d'une situation les traits pertinents qui le conduira au choix et à la combinaison des procédures nécessaires à la résolution de la tâche. Sans ce caractère inédit, ce que l'on demanderait aux élèves serait de l'ordre de l'application (Carette, 2009). Remarquons toutefois que ce caractère inédit entraîne une rupture du contrat didactique qui semble nécessaire lorsque l'on désire évaluer des compétences. Le contrat didactique est un concept présenté par Brousseau (1986). Il appelle contrat didactique l'ensemble des comportements de l'enseignant qui sont attendus de l'élève, et l'ensemble des comportements de l'élève qui sont attendus de l'enseignant. Ce contrat est l'ensemble des règles qui déterminent explicitement pour une petite part, mais surtout implicitement, ce que chaque partenaire de la relation didactique va avoir à gérer et dont il sera, d'une manière ou d'une autre, comptable devant l'autre. Les quelques remarques qui suivent éclairent cette définition qui défend l'idée que les élèves ne peuvent être évalués que sur ce que l'enseignant a effectivement enseigné. Il y a en effet rupture du contrat didactique car l'évaluation d'une compétence exige de l'élève qu'il fasse quelque chose à quoi il n'a pas été complètement entraîné (Rey, 2004). Mais ce caractère très particulier d'une évaluation de compétences peut être envisagé d'une manière positive. Viau (2004)² signale en effet que la compétence restreint une perversion inhérente à l'évaluation scolaire : *« la situation d'évaluation incite l'élève à répondre au problème posé par ce qu'il pense que l'enseignant attend, plutôt que d'une manière autonome à ce problème. Or, l'évaluation de compétences, dans la mesure où elle éloigne la tâche proposée de ce qui a été explicitement traité en classe, empêche ou, du moins, réduit cette perversion »*.

La deuxième condition est de proposer aux élèves des tâches *complexes*. Comme nous l'avons déjà précisé, le terme complexe implique le choix et la combinaison de plusieurs procédures. Autrement dit, les élèves doivent « inventer » une démarche qui n'est pas indiquée dans les consignes. La complexité appelle dès lors l'adaptabilité car l'élève ne peut appliquer un algorithme prédéfini, il doit s'adapter et développer une nouvelle stratégie. Il est important, à ce niveau, de préciser que le terme complexe n'est pas synonyme de difficile. Les propos de Roegiers (2003) sont clairs à ce sujet : une situation compliquée (ou difficile) est *« une situation dont la résolution met en jeu des savoirs et des savoir-faire nouveaux, peu connus de celui qui la résout, ou moins bien maîtrisés par lui »* (p. 121) tandis que la complexité *« vient non pas de chaque opération à exécuter, mais de l'articulation de ces opérations entre elles »* (p. 121). Ainsi, *« une situation complexe combine des éléments que l'élève connaît, qu'il maîtrise, qu'il a déjà utilisés plusieurs fois, mais de façon séparée, dans un autre ordre ou dans un autre contexte. Il s'agit donc non seulement d'éléments connus de l'élève, mais qui ont été travaillés par lui, séparément ou conjointement »* (Gérard, 2007, p. 3).

Enfin, la troisième condition est qu'il faut présenter aux élèves des tâches complexes et inédites qui font appel à un ensemble de procédures effectivement apprises. Lorsqu'un enseignant

2. Conférence inaugurale des « Actes du 3^e congrès des chercheurs en éducation », 2004.

souhaite évaluer des compétences à partir d'une situation complexe, il doit s'être assuré préalablement que toutes les ressources à mobiliser pour résoudre la situation ont été non seulement « apprises » par les élèves, mais sont également « maîtrisées ». Sans cette précaution, on ne se situerait plus devant une résolution de problèmes mais plutôt devant une situation-problème utilisée lors d'activités d'apprentissage (la situation-problème est « *un dispositif didactique qui permet la construction d'une notion ou d'une proposition nouvelle* », Carette, 2007, p. 56).

La conception de la compétence largement partagée par les auteurs ainsi que son évaluation sous trois conditions se heurtent cependant à de virulentes critiques. Nous les exposons dans le point suivant.

IV.2 Une vue critique de la notion de compétence

Nous nous intéressons ici au problème de la mobilisation des ressources qu'engendre la notion de compétence. Il devient de plus en plus clair que la notion de compétence pose problème. Il suffit de lire les articles dans les revues scientifiques et non scientifiques pour se rendre compte que cette notion est au cœur de nombreuses controverses. Cette section propose un état des lieux qui sera dressé en organisant les débats selon trois perspectives. Premièrement, nous nous intéressons à l'exigence de la « complexité inédite » critiquée par Crahay, principal initiateur de l'introduction de la notion de compétence en Communauté française, qui se trouve être aujourd'hui l'un de ses principaux détracteurs. Deuxièmement, nous montrons comment l'idée de mobilisation des acquis provoque de réelles tensions. Notre travail se base notamment sur les travaux de chercheurs en sciences de l'Éducation qui interrogent les concepts sous-tendus par la mobilisation des ressources, c'est-à-dire le transfert et les familles de situations. Troisièmement, nous nous intéressons aux compétences transversales. Notre réflexion s'appuie essentiellement sur des articles en didactique des mathématiques (Schneider, 2004, 2006) qui étudient la question des compétences transversales dans l'enseignement de cette discipline, en respectant ses spécificités épistémologiques. Notre démarche de travail nous amènera à relever certains aspects de la transversalité qui provoquent de nombreux débats dans la littérature.

IV.2.1 Une attaque explicite contre la norme de la « complexité inédite »

Crahay (2006) avance un ensemble d'arguments repris régulièrement dans les débats qui remettent en cause les intérêts supposés de la notion de compétence. Ces arguments poussent l'auteur à appeler à « *la contestation de la doxa de compétence* » (p. 108). Cette prise de position rigoureuse se fonde principalement sur une conception fortement répandue de la notion de compétence dans la littérature : la mobilisation des ressources face à une tâche complexe et inédite. Selon Crahay, au regard cette définition, la notion de compétence telle qu'elle est présentée aujourd'hui érige la complexité en norme. Dans cette perspective, Crahay estime que cette conception de la compétence implique que ni une action (ou un composite d'actions)

adaptée(s) à une situation « simple » ne peut recevoir le titre de compétence, ni la mobilisation automatisée d'une architecture de connaissances. Ainsi, ironise Crahay (2006), « *un chirurgien qui réussit pour la quarantième fois une transplantation cardiaque ne fait pas preuve de compétence* » (p. 99). Si la compétence n'est que le traitement de la complexité inédite comme le suggèrent de nombreux auteurs, c'est que l'on prend le parti pris « *d'isoler un quelque chose de tout effet direct d'apprentissage et d'enseignement* ». Crahay estime que les adeptes de la logique de la compétence renoncent à affronter le problème de l'inventaire des ressources cognitives d'un sujet, pour en aborder un autre : l'évaluation du savoir-mobiliser. Cette évaluation du savoir-mobiliser consacre d'après lui la résurrection du savoir-transférer dont le nom le plus usité est l'intelligence, conçue comme l'aptitude à s'adapter aux situations nouvelles.

En filigrane, Crahay pense que le concept de compétence est un réintroduction de l'évaluation de l'intelligence que véhicule « *l'idolâtrie de la flexibilité* ». Son souci, face à la notion de complexité inédite, se précise lorsque qu'il aborde la notion de l'évaluation. Il défend l'idée que la complexité inédite que l'on devra obligatoirement évaluer renforcera les inégalités entre les élèves qui seront jugés, non sur ce qu'ils ont effectivement appris, mais sur un savoir-mobiliser bien mystérieux. Nous reviendrons davantage sur ce savoir-mobiliser plus loin dans cette section.

Aussi, Crahay estime que l'approche par compétences, telle qu'elle se popularise dans les milieux pédagogiques, véhicule un modèle de l'expertise qui, au travers de la complexité inédite, érige en fonctionnement normal le traitement des situations de crise. L'auteur défend l'idée que, dans la vie courante, nous sommes le plus souvent - et fort heureusement rajoute-t-il - tenus de gérer des situations coutumières. Certes, il arrive à l'individu de devoir affronter des situations extrêmes, mais comme le précise d'ailleurs Perrenoud (1997), ces situations sortent par définition de l'ordinaire et ne se reproduisent pas nécessairement. Si tel est le cas, Crahay ne comprend pas pourquoi l'évaluation des compétences devrait se concentrer sur les situations à la fois complexes et inédites pour l'élève. Pourquoi faire de l'exceptionnel la norme de la vraie compétence ? Pourquoi évaluer les élèves dans des situations qui ne se reproduiront pas nécessairement ? Pareille exigence paraît injustifiée aux yeux de l'auteur.

Enfin, Crahay souligne le risque maximal de confusion entre situations d'apprentissage et situations d'évaluation. Pour lui, la dérive est un seuil de cette pédagogie par compétences. Pour évaluer le savoir-mobiliser, il faut placer l'élève en situation de résolutions de problèmes nouveaux, ce qui est exactement la situation que l'on recommande pour susciter l'apprentissage. Dès lors, « *on ne voit pas dès lors pourquoi on s'abstiendrait d'évaluer l'élève de façon permanente en situation d'apprentissage. Or, ce faisant, on lui retire le droit à l'erreur en phase de construction des compétences* » (p. 103).

Nous avons vu précédemment que les conceptions de ce qu'est une compétence sont très remarquablement convergentes dans la littérature : on se refuse à nommer « compétence » la simple possession des savoirs et savoir-faire, et seules doivent être considérées comme telles les capacités à mobiliser des ressources cognitives diverses pour affronter des problèmes complexes et inédits. Mais ce relatif consensus qui entoure la notion de compétence n'abolit pas pour autant

les débats. Crahay voit, à travers cette nouvelle formulation de la compétence, des « *glissements conceptuels lourds de conséquences* » (p. 98). Il s'oppose donc à une évaluation de compétence face à des tâches inédites et complexes. Selon lui, puisqu'il faut trouver des situations qui soient complexes et inédites afin d'évaluer les compétences de l'élève, on exclut de ce fait les situations quotidiennes, répétitives. On en arrive alors à une « *pédagogie de l'extrême* » en omettant les situations courantes. Apparaît alors un second débat qui anime la notion de compétence : le processus de mobilisation des ressources cognitives. En effet, « *pour qu'un élève soit compétent, il ne suffit pas qu'il "sache des choses", il faut aussi qu'il puisse les utiliser, autrement dit, qu'il puisse mobiliser les ressources en sa possession à bon escient et en temps utile. Il ne suffit donc pas que ces ressources soient disponibles, mais il faut en outre pouvoir les connecter en interprétant la situation, en tranchant et en choisissant la démarche à adopter. Et là, quelques incertitudes demeurent !* » (Rey et al., 2006a, p. 3). Dans une logique d'évaluation par compétence, les enseignants sont alors confrontés à la question suivante : comment apprendre à l'élève à mobiliser les savoirs acquis ? Le point suivant se consacre à décrire quelques résultats de différentes recherches concernant le processus mental de mobilisation impliqué dans la notion de compétence.

IV.2.2 La question du « savoir-mobiliser »

La focalisation des textes officiels sur les compétences tend à recentrer l'attention sur l'apprentissage des élèves. À ce sujet, Kahn (2011) insiste sur la difficulté présente au cœur de la mobilisation des ressources dans des situations complexes et inédites : « *il ne suffit pas que les élèves apprennent des "savoirs", "savoir-faire" et "attitudes", il faut également qu'ils puissent les mobiliser. Or cette mobilisation ne va pas de soi. Il ne suffit pas de maîtriser les procédures incriminées dans la réalisation d'une tâche complexe, encore faut-il repérer celles qui sont nécessaires à la résolution d'une situation ; encore faut-il savoir les combiner entre elles de façon adéquate* » (p. 20). En effet, si les ressources sont présentes mais ne sont pas mobilisées en temps utile et à bon escient, tout se passe comme si elles n'existaient pas. Mais comment faire en sorte que l'élève utilise avec pertinence les savoirs et savoir-faire qu'il a automatisés ? Comment peut-on faire acquérir ce sens du « bon escient » aux élèves ? Cela ne semble pas évident.

Nous prenons maintenant appui sur différents travaux en sciences de l'éducation afin de nous pencher sur le problème de la mobilisation des acquis chez l'élève. Pour ce faire, nous nous concentrons uniquement sur deux questions majeures. D'une part, nous interrogeons les différentes variables intervenant dans la réussite ou non d'une résolution de tâches complexes et inédites. Notre investigation se base sur une recherche menée par Crahay et Detheux (2005). D'autre part, nous questionnons la littérature sur les fondements théoriques du processus de mobilisation.

Maîtriser les procédures de base : un bagage insuffisant

La notion de compétence a l'intérêt d'attirer l'attention sur une difficulté scolaire qui préexistait et existe toujours : l'usage à bon escient de ce que l'élève a appris, de ce à quoi l'élève

a été entraîné. Comme le soulignent Rey et al. (2006b), « l'école a toujours eu comme but que les élèves utilisent dans des situations inédites les "savoirs" et les "savoir-faire" qu'ils y avaient appris. Mais elle ne se préoccupait pas systématiquement de former les élèves à cette mobilisation, ni de vérifier qu'ils en étaient capables. Le monde éducatif avait et a encore tendance à "faire le pari du transfert des apprentissages", c'est-à-dire à faire acquérir des énoncés et des procédures en présumant que, par ce seul fait, les élèves sauront par eux-mêmes les mobiliser quand il faut » (p 36). L'idée de renforcer l'automatisation de procédures pour rendre l'élève plus apte à les utiliser à bon escient est donc insuffisante. Certes, si l'élève n'automatise pas certaines procédures de base, il ne pourra pas les mobiliser de façon pertinente. Crahay et Detheux prétendent, à ce sujet, que la maîtrise des procédures est une condition nécessaire mais pas suffisante pour résoudre une tâche complexe et inédite. Leur raisonnement se base sur une de leurs recherches relative à l'évaluation de compétences en mathématiques (2005). Ils ont constaté la difficulté des élèves à élaborer des procédures complexes. Face aux faibles taux de réussite, les auteurs identifient alors la nature des difficultés des élèves. Premièrement, une difficulté majeure à laquelle l'élève est confronté est la construction d'une représentation adéquate du problème. Selon Crahay et Detheux, nombreux sont les auteurs qui considèrent la phase de représentation du problème comme le point critique de la performance de l'individu. Citons, par exemple, Gagné (1985) pour qui cette étape est déterminante car, c'est en fonction de la représentation qu'il s'est faite du problème que le sujet détermine les connaissances à activer dans sa mémoire pour être mises à la disposition de la recherche de solutions. Ainsi, Crahay et Detheux formulent l'hypothèse qu'il est possible que des élèves échouent à la résolution de certains problèmes non pas parce qu'ils ne maîtrisent pas les procédures requises, mais parce que leur décodage de la situation n'évoque pas la ou les procédure(s) appropriée(s).

Par ailleurs, le décodage correct de la situation ne conduit pas forcément à la solution correcte, même lorsque les compétences requises sont maîtrisées. Dans un bon nombre de cas, ce sont évidemment les erreurs de procédures qui sont en cause mais celles-ci sont d'autant plus fréquentes que la nature du problème est complexe. En effet, si on questionne les élèves sur une procédure simple (calculer une distance entre deux points, par exemple), les taux de bonnes réponses sont beaucoup plus élevés que si la question est indirecte et participe à une procédure complexe (du type : « les enfants veulent partir à 9h de l'école. Il faut 20 minutes au bus scolaire pour les déposer au début de la promenade. Ils marcheront à 3,5 km/h et comptent s'arrêter 1/2 h en chemin pour se reposer. À quelle heure les élèves arriveront-ils à la fin de la promenade dans les bois si tout se passe comme prévu ? » (p. 64). Ce constat les autorise à évoquer le concept de « surcharge cognitive » : « vu la lourdeur des démarches mentales à maîtriser en mémoire du travail, celle-ci risque à n'importe quel moment la surcharge. Ce dernier point est, à nos yeux, crucial et trop souvent négligé par les enseignants et pédagogues » (p. 62). Les auteurs constatent donc que la capacité qu'ont les élèves à coordonner diverses procédures est affectée par le risque de surcharge cognitive dès lors que la résolution du problème demande l'acquisition préalable d'un grand nombre de procédures.

En plus de l'éventuelle maîtrise imparfaite des procédures de base, nous avons donc relevé deux autres obstacles qui, selon les auteurs, se posent à la résolution de problèmes complexes et inédits : le risque d'une représentation partiellement erronée du problème et celui d'un phénomène de saturation de la mémoire de travail.

Les travaux de Crahay et Detheux nous ont ainsi montré que la maîtrise de procédures ne suffit pas pour résoudre des problèmes complexes. La logique de la compétence a donc le mérite de rappeler que l'appropriation de savoirs formalisés n'est pas suffisante pour préjuger des actions efficaces. En d'autres termes, elle a cet intérêt de souligner une exigence propre, de longue date, aux tâches scolaires : on demande aux élèves non pas seulement de répéter des opérations stéréotypées auxquelles on les a entraînés, mais d'interpréter des situations nouvelles et, pour y répondre, de mobiliser à bon escient les ressources nécessaires.

Ainsi, adopter pour critère d'évaluation la résolution de problèmes à la fois complexes et inédits, c'est confronter les élèves à un niveau d'exigences extrêmement élevé ; conséquence directe des obstacles qui se posent à la résolution. Crahay (2006) affirme d'ailleurs que la grande majorité des élèves n'atteindra pas ce haut niveau d'exigences. Selon lui, évaluer les élèves en les confrontant à des tâches complexes et inédites conduit à élever considérablement, et de manière inacceptable, les normes de réussite. Il dénonce cette approche par compétences comme une pédagogie élitiste, réservée aux plus forts. Au travers de ses arguments décrits jusqu'ici, nous pouvons déduire que la grande crainte de Crahay est sans aucun doute l'aspect élitiste qu'induit ce type d'évaluation. Ainsi écrit-il : « *c'est au nom de la lutte contre l'échec scolaire qu'il convient de rompre une lance contre la complexité inédite* » (p. 103). Il nous paraît important de préciser, à ce stade de notre analyse, que la question de l'efficacité de l'enseignement est effectivement préoccupante en Communauté française. L'échec scolaire atteint des taux très importants (Crahay, 2003) et dans les études internationales de rendement³, les résultats des élèves belges présentent des faiblesses.

L'approche par compétences a le mérite de signaler la difficulté du choix, de la sélection pertinente des procédures. A-t-elle également le mérite de la faire disparaître ? Nous pouvons saisir des éléments de réponses à travers le cadre conceptuel que s'offre l'approche par compétences. Celui-ci prend forme autour de deux principaux concepts : celui des « familles de situations » et celui du « transfert ». Ainsi, en interrogeant ces deux notions clés associées à l'approche par compétences, nous nous offrons les moyens de comprendre comment elle prétend surmonter les difficultés qu'engendre l'évaluation en situation complexe et inédite.

Autour des concepts de familles de situations et de transfert

Nous avons déjà abordé dans ce chapitre le concept de famille de situations mais nous n'avons pas encore développé la question de son opérationnalité. C'est donc le travail que nous réalisons maintenant.

Un certain nombre de chercheurs avancent l'idée que les situations qu'une même compétence permet de traiter doivent avoir, de ce fait, quelque chose en commun ; par-là elles constituent

3. Depuis la création de l'IEA (International Association for the Evaluation of Educational Achievement) au début des années 1960, la Belgique francophone, puis la Communauté française ont régulièrement participé aux enquêtes organisées par cette association scientifique. Cette dernière participe également aux enquêtes initiées par l'OCDE (PISA notamment).

une « famille de situations » (ou une « famille de tâches »). On rencontre clairement cette idée dans les communications de Letor (2004) et Roegiers (2004). Une telle hypothèse n'a, à première vue, rien d'illégitime. Mais le débat commence lorsqu'on se demande s'il est possible de dégager ce qui est commun à une famille de situations, si on peut faire connaître aux élèves cet élément commun et si cela peut les aider à aborder des tâches nouvelles relevant de cette famille. Nous abordons cette problématique tout au long de cette section.

Les familles de tâches suggèrent que, dès que l'on a pu établir ce qu'il y a de commun entre les tâches d'une même famille (une compétence ou un ensemble de compétences), on espère que l'élève sera capable d'opérer un transfert d'une de ces tâches à une autre. En d'autres termes, une fois cet élément commun établi, on s'attend à ce que l'élève, exercé à accomplir une des tâches de la famille, saura par là même accomplir les autres. L'enjeu des familles de tâches est donc primordial.

Rappelons que la Commission des outils d'évaluation a présenté explicitement les familles de tâches concernant les quatre dernières années du secondaire (c'est-à-dire, le deuxième et le troisième degré). Elles ont été construites sur la base des différents domaines et registres qui répertorient les compétences disciplinaires dans le référentiel *Compétences terminales et savoirs requis*. Chacune des familles contient des tâches qui sollicitent des compétences se trouvant dans un même répertoire, celui-ci étant défini par le croisement des domaines et des registres. Une famille de tâches est donc, selon la Commission, l'ensemble des situations qui ont en commun de mobiliser la même compétence ou des compétences à puiser dans le même répertoire. Cette définition ne fait toutefois pas consensus dans la littérature. En effet, à en croire les écrits de Rey et al. (2006b), les choses ne sont pas si simples. Selon eux, « même si des tâches ont en commun de mobiliser la même procédure ou des procédures à puiser dans le même répertoire, l'interprétation de chacune de ces tâches requiert à chaque fois d'une opération mentale singulière [...] Ainsi, pour que l'élément commun aux tâches d'une famille puisse assurer que l'élève pourra transférer la compétence de l'une à l'autre, il faudrait que cet élément commun soit une même opération mentale ou une même suite d'opérations mentales ». Or, on n'est jamais sûr qu'il en soit ainsi, même quand une même expression « organiser des savoirs » est utilisée pour désigner l'opération à effectuer. Car si nous considérons le domaine « grandeurs et fonctions », les compétences « synthétiser des informations calculées ou fournies à propos d'une étude de fonction » (*Compétences terminales*, p. 8) et « reconnaître une structure de groupe dans des ensembles numériques » (*Compétences terminales*, p. 10) sont des opérations à la fois complexes et spécifiques et il y a tout lieu de penser que la démarche mentale est différente d'un cas à l'autre. Pour être complet quant à la nature de ce qui est commun à une même famille de situation, Rey et al. (2006b) ont montré que celle-ci a des caractéristiques fort différentes : « parfois la présence d'une même procédure, parfois l'éventualité d'un ensemble de procédures, parfois une même méthodologie, parfois un même processus mental ». Par conséquent, la notion de famille de situations nous apparaît assez arbitraire.

Mais il y a plus : une grande incertitude règne sur les phénomènes de transfert. Est-ce qu'un élève qui a pu mettre en œuvre une opération mentale, une démarche ou une procédure

dans l'accomplissement d'une tâche, sera d'emblée capable de la mettre en œuvre dans une tâche d'apparence différente ? Rien ne nous le dit. Comme le remarquent Rey et *al.* (2006b), les travaux de psychologie cognitive vont très largement dans ce sens, « *un sujet possédant une démarche qui convient à une situation, n'est pas toujours capable pour autant de l'appliquer à une situation différente qui relève pourtant de la même démarche* ». Ainsi, ce n'est pas parce qu'on a fait correspondre la compétence avec la famille de tâches qu'elle permet d'accomplir, qu'on est par là certain que le transfert s'effectuera. La mise à jour d'un élément commun aux tâches ou aux situations appartenant à la famille ne garantit pas que cet élément sera présent et agira dans le fonctionnement mental de l'élève. Comme le font apparaître des analyses déjà anciennes (Rey, 1996 ; Tardif, 1999), le transfert n'a rien d'automatique.

Or, c'est justement dans l'optique de préparer les élèves au transfert que certains auteurs ont introduit, dès le début des années 90, cette notion de famille de situations. Ainsi, Meirieu et Develay (1992) ont proposé que les enseignants, dès qu'ils entraînent leurs élèves à une procédure, leur fasse découvrir en même temps la famille de situations à laquelle cette procédure est associée. Mais ils ont aussitôt fait remarquer qu'il est souvent compliqué pour le novice de percevoir d'une manière adéquate l'étendue de cette famille de situations, c'est-à-dire le champ d'application de cette procédure. Ils prennent alors l'exemple du théorème de Pythagore. Parmi les élèves du secondaire qui ne sont pas encore complètement familiers avec cette matière, certains ont tendance à vouloir l'utiliser chaque fois que, dans un problème de géométrie, il est question d'un triangle rectangle (même s'il n'y a parfois pas lieu de l'utiliser, par exemple pour déterminer l'aire d'un triangle rectangle dont la longueur des deux petits côtés est donnée). En revanche, des élèves (parfois les mêmes) peuvent ne pas voir quand il y a lieu d'utiliser le théorème de Pythagore (par exemple, lorsqu'on leur demande de calculer la longueur de la diagonale d'un carré dont on connaît le côté). Selon Meirieu et Develay, il y a, dans le premier cas, une « *surestimation* » du champ d'application du théorème et une « *sous-estimation* » dans le second. Préciser aux élèves quel est le champ d'application d'une procédure à laquelle on les a entraînés est à l'évidence une précaution pédagogique utile, intéressante et serait certainement un progrès que les enseignants le fassent systématiquement. Mais, comme on le voit sur l'exemple du théorème de Pythagore, cette pratique pédagogique ne résoudra pas toutes les difficultés d'application pour les élèves. Car même si l'élève connaît la famille de situations à laquelle convient une procédure (en ayant identifiés quelques-uns de leurs caractères spécifiques), il lui restera à saisir en quoi une situation qui est nouvelle pour lui appartient ou n'appartient pas à cette famille. Et comme le précisent Meirieu et Develay, « *il est très difficile à l'élève novice, qui découvre une situation non familière, de discerner les indices qui font qu'elle appartient à une famille qu'il est censé connaître* » (cité par Rey et *al.*, 2006b, p. 135).

La seule façon de contourner cette difficulté serait de présenter à l'élève la liste exhaustive des situations dans lesquelles telle procédure s'applique et, bien entendu, de la lui faire apprendre. Mais comme le remarquent Rey et *al.* (2006b) « *il est clair que cela est impossible. En outre, même si ça l'était, ce ne serait pas souhaitable, car l'ambition d'un enseignement digne de ce nom est que l'élève soit capable de déterminer par lui-même dans quelle situation il doit mettre en œuvre une opération* » (p. 135).

La notion de « familles de situations » semble ainsi manquer d'assise théorique. C'est également la position qui se dessine dans les contributions de Beckers et Voos (2008). Selon les auteurs, l'identification des familles de situations est loin d'être aisée dans le champ scolaire. Bien qu'il leur paraît indispensable, si on veut vraiment orienter un curriculum vers la construction de compétences, d'identifier des familles de tâches, « *on aurait grand besoin que des spécialistes de l'épistémologie d'une discipline se penchent sur cette question mais leur réflexion devrait être complétée par des repères développementaux relatifs aux élèves du niveau concerné* » (p. 57).

Il y a dans la mise en œuvre des compétences un problème de « mobilisation ». La notion de compétence, en interrogeant le concept du « savoir-mobiliser » pose ainsi une question pertinente. Mais, à ce stade de notre analyse, nous constatons qu'elle n'apporte pas de vraies réponses. Comme semble l'indiquer la littérature sur le transfert et les familles de situations, l'école se trouve aujourd'hui fortement démunie vis-à-vis de ce que l'on appelle le « savoir-mobiliser ». Mais aussi, la confrontation de certains construits théoriques autour de la compétence n'a pas pu mettre en évidence les conditions d'enseignement susceptibles de former des élèves compétents. En effet, comme le rapporte Carette (2009), les études réalisées sur cette problématique aussi bien dans les paradigmes cognitivistes que constructivistes ou contextualistes soulignent notre méconnaissance sur l'activité cognitive qui consiste à utiliser un ensemble d'acquis dans de nouvelles circonstances.

IV.2.3 Deux paradoxes au centre la notion de compétence

L'approche par compétences a soulevé un grand nombre de critiques que nous résumons ici. L'ensemble des critiques prend forme autour de deux paradoxes majeurs qui marquent fortement le travail enseignant et les apprentissages des élèves. Premièrement, la notion de compétence présente une augmentation des exigences et cette augmentation des exigences peut sembler paradoxale dans un contexte de lutte contre l'échec scolaire. Le second paradoxe tient à l'opacité de cette notion. On demande aux enseignants d'amener les élèves à devenir compétents, c'est-à-dire à mobiliser leurs connaissances en situation complexe et inédite, alors que nous avons une méconnaissance totale sur cet acte cognitif de mobilisation. Personne ne sait expliquer, de manière scientifique, pourquoi des élèves sont capables de mobiliser leurs acquis et d'autres pas ; pourquoi des élèves sont capables de mobiliser leurs acquis dans une certaine situation et ne sont plus capables de le faire dans une autre... Le paradoxe est que l'on demande aux enseignants de former des élèves compétents alors qu'on ne sait pas véritablement comment cela se construit.

Pour clôturer le panorama des débats parfois vigoureux que la notion de compétence suscite aujourd'hui dans les milieux éducatifs, nous mettons maintenant en évidence les discussions qu'engendre la transversalité de certaines compétences.

IV.2.4 L'épineuse question de la transversalité

Au stade de notre travail, nous ne nous sommes pas désintéressée de la transversalité, mais nous n'avons guère fait apparaître de réflexions globales sur les concepts qui sous-tendent cette notion. Or, il nous semble qu'il vaut maintenant la peine de terminer notre analyse par une réflexion conceptuelle des compétences transversales. Pour ce faire, nous visitons différents travaux présentés dans la littérature qui exposent quelques points de tensions.

Au deuxième chapitre, nous avons vu que le « virage » vers les compétences transversales provient de la nécessité d'une retombée des apprentissages scolaires dans la vie sociale et professionnelle ou, au sein de l'école, d'une discipline à l'autre. Malgré que l'on comprenne la prétention que se donnent de telles compétences, le concept de compétence transversale reste sans doute le moins stabilisé de tous ceux qui organisent le paysage des compétences en éducation (Carette, 2009). Nombreuses sont en effet les ambiguïtés qui remettent en cause l'hypothèse de la transversalité.

Par leur caractère « transdisciplinaire », les compétences transversales seraient comme existantes « hors contexte » et possèderaient cette qualité de prendre place à l'intérieur de diverses disciplines. Par conséquent, elles se rapporteraient davantage à l'ordre du « générique » (en comparaison avec les compétences disciplinaires qui seraient, quant à elles, de l'ordre du « spécifique »). Fourez (2005) caractérise cette conception des compétences transversales en termes d'« universel surplombant » : « on devrait les enseigner comme telles en supposant que quelqu'un qui maîtrise la compétence générale pourra l'appliquer aux situations particulières ». Mais en faisant cela, nous perdons de vue le rôle central que jouent les particularités disciplinaires dans les processus de mobilisation des compétences transversales. En effet, Schneider (2004) montre que les compétences transversales ne peuvent pas évoluer indépendamment des spécificités épistémologiques des disciplines. Avec l'exemple de la compétence *communiquer*, nous allons développer comment Schneider illustre les formes particulières qu'elle présente en mathématiques, excluant ainsi le fait que les compétences transversales puissent se développer de manière abstraite et décontextualisée.

La communication est présentée comme centrale dans les référentiels mais Schneider (2004) s'interroge sur sa légitimité dans toutes les disciplines. En effet, il semble justifié que cette compétence occupe une place importante au sein du cours de langues mais des tâches telles que « faire une affiche ou un exposé sur tel sujet à l'adresse de tel public » ne semblent pas fondamentales pour la formation mathématique ou scientifique (sans pour autant, bien-sûr, qu'elles doivent y être exclues). Comme le remarque Schneider, ce type de compétences présente, au sein des mathématiques, une fonction particulière, principalement didactique : dans le cadre de l'évaluation (par exemple, « un élève sera invité à expliquer tel concept au professeur dans le but de lui prouver qu'il a bien compris ») ou dans le but de construire collectivement un concept. Ainsi, cette spécificité de la communication au sein des mathématiques semble être niée par le concept de transversalité. En effet, « depuis la réforme des compétences, les situations de communication ont envahi la plupart des cours, mais l'objectif d'apprentissage d'un savoir spécifique à la discipline a tendance à disparaître pour être remplacé par un autre

objectif : l'acte de communication lui-même, en un sens large, et tout ce qu'il suppose tel que la prise en compte de la spécificité du public-cible, etc. Cela me semble a priori dommageable dans certaines disciplines pour lesquelles la communication n'est pas centrale » (p. 62). À ce sujet, il nous semble important de rappeler que la compétence transversale « communiquer » occupe une place de choix dans le référentiel *Compétences terminales et savoirs requis*. Mais il y a plus important encore. Schneider (2004) montre que le langage mathématique n'est pas prioritairement un langage de communication mais avant tout, pour s'en tenir ici au seul registre algébrique, un assemblage de symboles dont la manipulation permet, moyennant le respect de certaines règles, un traitement automatique de l'information, une économie de pensée et la validation d'une généralisation.

Avec cet exemple de la compétence *communiquer* (bien que l'auteur se soit appuyée sur d'autres exemples tout aussi explicites), Schneider illustre à quel point les compétences dites transversales ne peuvent faire l'économie des contextes dans lesquelles elles sont mises en œuvre et sont construites.

En plus de sacrifier l'épistémologie propre des différentes disciplines, Schneider (2006) souligne que la transversalité risque de conduire à un phénomène de « décatégorisation » des questions étudiées à l'école. Elle base son argumentation sur la résolution de problèmes. Cette finalité du cours de mathématiques a toujours été considérée comme importante mais l'approche par compétences a élargi sa dimension au point que Schneider affirme (2006) : « *on assiste à une structuration de l'enseignement des mathématiques par des problèmes* ». Notons que cela va de pair avec l'ensemble des compétences transversales développé au second chapitre qui vise clairement la résolution de problèmes. Mais cette approche de la résolution de problèmes sous l'angle du transversal fonde l'apprentissage sur des stratégies générales qui sont constituées des différentes étapes propres à la résolution de problèmes et énoncées également au deuxième chapitre : « examen et traduction de données », « modélisation mathématique », « traitement de la modélisation » et « rédaction du problème ». Et comme le souligne Schneider (2006), « *la résolution de problèmes, basée sur les stratégies générales, s'accommode mal d'une catégorisation des problèmes* » (p. 87). En effet, dans cette logique transversale, « *chacun de ces problèmes doit se résoudre presque indépendamment des autres, le progrès ne pouvant venir que de l'exercice même de la démarche de résolution de problèmes* » (p. 87).

Mais pourquoi un tel intérêt pour des enseignements par stratégies générales ? Selon les défenseurs des compétences transversales, ce serait pour éviter de voir les problèmes se convertir en exercices « répétitifs » et leur résolution en « recettes ». En effet, selon eux, la résolution de problèmes est ou n'est pas et tout enseignement, c'est-à-dire, tout catégorisation, pollue en quelque sorte la pureté de la démarche. On comprend ainsi qu'en ne spécifiant pas aux élèves les structures fonctionnelles sous-jacentes aux problèmes, on évite de classer ceux-ci selon l'un ou l'autre critère.

Pourtant, les mathématiques se divisent en rubriques qui rassemblent des problèmes proches en ce sens qu'ils se résolvent au moyen de mêmes techniques : l'algèbre linéaire élémentaire, la géométrie des transformations. . . Et comme le remarque Schneider (2006), l'adaptation des quatre phases de la résolution de problème à des problèmes issus tant de la géométrie que de l'algèbre semble soulever bien des difficultés. À ce propos, Tardif (1992 et 1999) conclut que

tout enseignement basé sur les stratégies générales, indépendantes des contenus disciplinaires, sont inefficaces pour la résolution de problèmes.

Cet écrasement des spécificités épistémologiques des disciplines et cet évitement presque délibéré d'une certaine catégorisation des problèmes proposés aux élèves s'expliquent par une volonté de « transfert ». Qu'il s'agisse de compétences disciplinaires, exigeant la mobilisation « à bon escient » de procédures ou qu'il s'agisse de compétences transversales, exigeant d'être réinvesties « à bon escient » dans des situations et disciplines variées, tout repose sur le principe du transfert ; principe qui demeure fortement hypothétique. En effet, comme évoqué précédemment et comme le souligne Schneider (2006), « *les recherches en psychologie cognitive n'autorisent guère d'optimisme en matière de transfert, pas plus en ce qui concerne les transferts d'une activité à l'autre au sein d'une même discipline que pour ce qui est des transferts d'une discipline à l'autre* » (p. 92). Ainsi, le concept de compétence transversale, sous-tendu par celui du transfert, relève selon Rey (1996) d'un « mythe » qu'il décrit en ces termes significatifs : « *l'idée de compétence transversale n'est qu'une idée de didacticien qui souhaite optimiser les effets de l'enseignement et qui voudrait que les acquis des élèves s'étendent bien au-delà de leur domaine d'apprentissage* » (cité par Schneider, 2006, p. 91).

Toutefois, il souligne la part d'illusion dont le concept de compétence transversale est porteur : « *il ne suffit pas qu'un élève possède une compétence particulière pour qu'il l'utilise à bon escient dans une situation donnée. Il faut surtout que le sens qu'il attribue à cette situation permette d'envisager de mettre en œuvre cette compétence* ». En ce sens, Rey (1996) développe que la transversalité n'est pas de l'ordre de la compétence mais celui de l'intention car, selon lui, la similitude entre deux situations est révélée par une intention. Pour illustrer ce nouveau « lieu de transfert », Schneider (2004) s'est intéressée à la compétence transversale « formuler des hypothèses » que l'on retrouve, par exemple, dans le cours de mathématiques et le cours de latin, en se demandant si savoir formuler des hypothèses au cours de mathématiques aide l'élève à le faire au cours de latin, et vice-versa. Probablement que non, tant ces hypothèses mobilisent des savoirs différents d'une discipline à l'autre. Toutefois elle montre que le transfert se trouve ailleurs, au niveau des « intentions » : l'intention d'« *analyser la situation, méthodiquement, quitte à en différer l'éclaircissement, plutôt que de se ruer sur la première réponse venue* » (p. 67).

Ainsi, selon Rey, l'école n'a pas à fonctionner en référence aux capacités transversales, mais elle se doit de s'articuler sur des intentions transversales. Il ne suffit donc pas de posséder une compétence pour systématiquement la transférer, il faut en avoir l'intention.

Mais comment favoriser chez l'élève les intentions transversales dont parle Rey ? Il faudrait que les enseignants manifestent devant leurs élèves leurs intentions cognitives, c'est-à-dire celles qu'ils ont spontanément sur le monde pour nourrir les savoirs qu'ils présentent. Il s'agit donc de dire, d'explicitier et de mettre en œuvre le « pour quoi » de tel ou tel savoir. Ainsi, « *il faut que l'élève cesse de voir la vérité comme dépendante d'une forme de rapport à autrui. Il faut que, dans sa relation au savoir, il passe de l'obéissance à une règle saisie comme arbitraire à la compréhension de la nécessité. Ce n'est donc plus un problème de compétence, mais d'intention* » (Rey, 1996 ; cité par Schneider, 2004, p. 67).

Les tensions que nous avons relevées autour des compétences transversales mettent en doute l'existence même de la transversalité. Ainsi, paradoxes et incertitudes accompagnent la mise en œuvre de la réforme qui introduit l'approche par compétences. Mais ceux-ci discréditent-ils totalement cette idée de compétence ? Tous les auteurs ne sont pas du même avis. Rey et *al.* (2006b) proposent d'informer clairement les enseignants de l'incertitude de cette activité de mobilisation et de les inclure dans le processus de sa compréhension. Dans cette perspective, ils ont construit un modèle d'évaluation en trois phases. Celui-ci propose des épreuves diagnostiques, c'est-à-dire des épreuves qui ne se limitent pas, d'une part, à l'évaluation de tâches complexes et inédites et qui, d'autre part, offrent aux enseignants un outil intéressant qui désirent se prononcer sur la capacité de mobilisation de leurs élèves. Le développement de ce nouveau modèle d'évaluation compose la section suivante.

IV.3 Des réponses aux critiques : la gestion des paradoxes

Si un modèle d'évaluation peut être considéré comme un moyen de définir correctement auprès des enseignants ce que l'on attend des élèves, il s'avère nécessaire que ce modèle tienne compte des deux paradoxes induits par la notion de compétence. En vue de décrire le modèle d'évaluation construit par Rey et *al.* (2006b), il est nécessaire de partir d'une analyse de référentiels de compétences qu'ils ont eux-mêmes réalisée. Dans cette section, nous allons donc travailler en deux temps : nous présentons d'abord les conclusions des auteurs sur cette analyse de référentiels pour pouvoir décrire ensuite le type d'évaluation qu'ils préconisent dans une approche par compétences.

IV.3.1 Vers une certaine classification des compétences

La confusion autour du concept de « compétence » a amené Rey et *al.* (2005) à analyser en profondeur les référentiels de compétences. Cette analyse a montré que l'ensemble des compétences dites « disciplinaires » proposées dans ces référentiels ne présentait pas le même niveau d'exigences et que l'on pouvait dégager plusieurs degrés de compétences. Concrètement, nous retrouvons explicitement trois degrés différents que les auteurs définissent en ces termes :

- *Savoir exécuter une opération (ou une suite prédéterminée d'opérations) en réponse à un signal (qui peut être, à l'école, une question, une consigne ou une situation connue et identifiable sans difficulté ni ambiguïté).* Ces compétences sont appelées « procédures de base » ou « compétences élémentaires » ou encore « compétences de premier degré ».
- *Posséder toute une gamme de ces compétences élémentaires et savoir, dans une situation inédite, choisir celle qui convient ; là une interprétation de la situation est nécessaire.* On parle alors de « compétence élémentaire avec cadrage » ou de « compétence de deuxième degré ».

- *Savoir choisir et combiner correctement plusieurs compétences élémentaires pour traiter une situation nouvelles et complexe.* Ce type de compétence est qualifié de « compétence complexe » ou « compétence de troisième degré ».

Pour éviter toute ambiguïté, précisons d'emblée que ces trois degrés d'exigences sont complètement indépendants des trois degrés de l'enseignement secondaire. À chaque niveau de l'enseignement obligatoire, l'élève doit acquérir des compétences de premier, de deuxième et de troisième degrés. Aussi, les auteurs soulignent que la formulation donnée de certaines compétences des référentiels induit d'emblée le degré auquel elles renvoient. Illustrons ce fait sur la base d'exemples de compétences prises dans l'ensemble des référentiels. Cela nous permettra de saisir davantage la nature des compétences derrière la classification qui en est faite.

Nous trouvons d'une part des compétences renvoyant à des tâches standardisées, exigeant une opération ou un ensemble d'opérations toujours identiques. C'est le cas pour des compétences telles que « *calculer des pourcentages* » (Socles, p. 29), « *calculer les éléments caractéristiques liés à une fonction (limites, dérivées, intégrales, . . .)* » (*Compétences terminales*, p. 6). Les actions évoquées ici peuvent être « automatisées ». Elles font alors référence aux compétences de premier degré. En effet, pour chacune de ces actions, « *un algorithme conduisant à la réponse correcte peut être défini et il est possible d'entraîner les élèves à cette suite d'opérations* » (Rey et al., 2005, p. 7). Ainsi, après entraînement, nous pouvons obtenir d'eux, lorsqu'on leur demande explicitement, qu'ils calculent un pourcentage, une limite, une dérivée ou une intégrale. Même si l'entraînement peut être plus long pour certains élèves, une automatisation est toujours possible car il ne semble pas y avoir d'obstacle majeur à l'apprentissage de telles compétences. D'autre part, nous découvrons, dans les référentiels, des compétences qui exigent davantage que l'exécution d'une procédure de base quand on en reçoit la consigne. Il faut également pouvoir, en autres, « *choisir et utiliser avec pertinence le calcul mental, le calcul écrit ou la calculatrice en fonction de la situation* » (Socles, p. 25). Ici, l'interprétation est indispensable pour l'élève car elle seule lui permettra de savoir quelle opération spécifique est à appliquer. De telles compétences - de par la formulation qui en est faite - s'ouvrent sur une quantité très importante, voire potentiellement infinie, de situations différentes les unes des autres. Selon les auteurs, « *il devient difficile de trouver un ensemble d'opérations ou de démarches qui s'appliqueraient à toutes ces situations. Il subsiste une part d'interprétation de la situation ; interprétation nécessaire pour connaître la procédure de base qu'il sera nécessaire de mobiliser dans cette situation* » (p. 7). Nous sommes alors confrontés à des « compétences de deuxième degré ».

Enfin, il y a des situations où ce n'est pas une seule procédure de base qu'il faut choisir parmi celles qu'on maîtrise, il faut en choisir plusieurs et savoir les combiner. Il s'agit des compétences de troisième degré. Les auteurs soulignent qu'il y a alors « *nécessité d'un cadrage de la situation et d'un choix des procédures adéquates, mais aussi de leur combinaison. Dans certains cas, il faut penser à toutes les procédures simultanément ; dans d'autres cas, il faut établir un ordre chronologique dans lequel on va les exécuter (une démarche)* » (p. 6).

En examinant de près les compétences que trouvées dans les référentiels, les auteurs ont remarqué qu'elles affichent des différences considérables quant à leur niveau de complexité.

Cette hétérogénéité les a donc amenés à classer les compétences en trois degrés d'exigences : les compétences de premier degré, de deuxième degré et de troisième degré. Les auteurs soulignent toutefois que « *jusqu'à un certain point, la distinction entre ces trois degrés est propre aux élèves concernés. Ce qui est une compétence de deuxième degré pour un sujet - parce qu'il doit choisir par lui-même ce qu'il doit faire pour répondre à une situation nouvelle pour lui - peut-être une compétence de premier degré ou procédure de base pour un autre* ». Ainsi, la compétence « choisir et utiliser avec pertinence le calcul mental, le calcul écrit ou la calculatrice en fonction de la situation » n'engage, pour la plupart des adultes, qu'une procédure automatisée, car chacun sait d'emblée qu'on utilisera une calculatrice pour calculer $\frac{2,576}{3,932}$. En revanche, un élève d'une dizaine d'années pourrait avoir à réfléchir à chacune des situations avant de décider quel est la manière de calculer la plus adéquate. Selon la même logique, nous pouvons imaginer qu'une tâche est complexe et requiert une compétence de troisième degré pour un individu novice, alors que pour un expert dans le domaine considéré, il pourra s'agir d'une procédure automatisée. Ce dernier pourra en effet avoir automatisé une séquence d'opérations élémentaires correspondant à un type de situations qu'il a fréquemment rencontré. À cet égard, Bastien (1997) formule : « *plus on est expert, moins on raisonne et plus on active des connaissances pertinentes et fonctionnellement structurées* » (cité par Crahay, 2006, p 102).

Il est encore important de préciser, comme le font les auteurs, que nous retrouvons ces trois degrés d'exigences dans des proportions différentes. En effet, la majorité des compétences présentées dans les *Socles* sont de deuxième et troisième degrés. Par conséquent, « *tout se passe comme si les auteurs avaient considéré que l'acquisition des procédures élémentaires allait de soi et qu'il était inutile de les rappeler : c'est ainsi que la maîtrise des opérations arithmétiques élémentaires n'est pas mentionnée explicitement. Le texte passe le plus souvent directement à la mise en œuvre de ces procédures de base dans des situations pour lesquelles il s'agit de reconnaître l'opportunité de leur usage* ». Quant au document *Compétences terminales et savoirs requis*, il indique explicitement, de par sa structure, la nature des compétences qui y figurent. En effet, les compétences figurant dans les registres « savoir, connaître, définir » ou « calculer » impliquent généralement des compétences de premier degré. Et les quatre autres registres (appliquer, analyser, résoudre des problèmes ; représenter, modéliser ; démontrer ; résumer, organiser les savoirs, synthétiser, généraliser) induisent des compétences de deuxième et troisième degrés.

L'analyse des référentiels menée par Rey et *al.* a donc révélé que la notion de compétence recouvre des conceptions diverses. Nous pouvons en effet dégager plusieurs degrés de compétences en fonction, d'une part, du caractère simple ou complexe de la tâche et d'autre part, la plus ou moins grande nouveauté de la tâche pour l'élève. Si le troisième degré de compétence correspond mieux à la définition telle qu'énoncée dans le décret « Missions », il reste que cette classification en trois degrés d'exigences inclut, dans la définition des compétences, des procédures élémentaires qui peuvent être totalement routinières.

Le cadre théorique construit au regard d'une analyse des référentiels montre que la complexité inédite ne s'impose pas comme norme. Si ces référentiels reprennent les compétences que

les élèves doivent maîtriser à certains moments de leur cursus, il est légitime de pouvoir toutes les évaluer. De fait, les compétences de troisième degré qui demandent aux élèves une maîtrise de la complexité inédite ne sont pas les seules proposées. D'autres compétences, sans doute plus accessibles, vu leur présence dans les référentiels, peuvent (doivent) également donner lieu à des tâches « automatisées ».

Signalons que Kahn (2011) établit une certaine analogie entre la définition décrétale de compétence qui est l'« *aptitude à mettre en œuvre un ensemble organisé de savoirs, de savoir-faire et d'attitudes permettant d'accomplir un certain nombre de tâches* » et les différents niveaux de complexité de compétences :

- d'une part, ce que le décret nomme « savoirs », « savoir-faire » et « attitudes » semble proche de ce que Rey et *al.* appellent « procédures » ;
- d'autre part, le décret met l'accent sur la maîtrise de ce qu'ils ont nommé « compétences complexes » ;
- enfin, l'acte de « mise en œuvre » nommée par le décret correspond à ce qu'ils désignent comme « mobilisation ».

Sur la base de cette classification, Rey et *al.* (2006b) ont alors construit un modèle d'évaluation dont la description compose dans le point suivant.

IV.3.2 Proposition d'évaluation : une évaluation en trois phases

Rappelons tout d'abord les trois caractéristiques majeures d'une évaluation des compétences, telles qu'elles apparaissent dans la littérature spécialisée :

- l'élève doit être placé devant une situation nouvelle ;
- l'élève doit être placé devant une situation complexe (il doit choisir et organiser plusieurs procédures pour parvenir à la solution) ;
- la résolution de la tâche, complexe et inédite, doit faire appel à un ensemble de procédures effectivement apprises dans le cadre scolaire.

Si l'on trouve dans la littérature un relatif consensus sur ces trois conditions, il apparaît que leur stricte application ne permet pas de répondre aux paradoxes engendrés par la notion de compétence définis précédemment. En effet, proposer uniquement des tâches complexes et inédites qui font appel à la mobilisation de procédures normalement apprises risque de mettre de nombreux élèves en difficulté et n'offre pas, d'après Rey et *al.*, un outil intéressant aux enseignants qui désirent se prononcer sur la capacité de mobilisation de leurs élèves. De fait, ils font apparaître une quatrième condition, nécessaire si l'on veut évaluer des compétences en ne se limitant pas à une évaluation qui risquerait d'ériger en norme la « complexité inédite » et d'accentuer les différences entre les élèves. La quatrième condition qu'ils mettent en évidence est de proposer des épreuves diagnostiques, c'est-à-dire proposer des épreuves qui ne se limitent pas, d'une part, à l'évaluation de tâches complexes et inédites et d'autre part, offrent aux

enseignants un outil d'analyse du savoir-mobiliser de leurs élèves.

Le modèle résultant de ces quatre conditions se décline en trois phases :

- Phase 1 : on demande aux élèves d'accomplir une tâche complexe, exigeant le choix et la combinaison d'un nombre significatif de procédures qu'ils sont censés posséder à la fin d'un cycle.
- Phase 2 : on propose à nouveau aux élèves la même tâche. Mais cette fois, la tâche complexe est découpée en tâches élémentaires dont les consignes sont explicites et qui sont présentées dans l'ordre où elles doivent être accomplies pour parvenir à la réalisation de la tâche complexe globale. Mais il appartient à l'élève, pour chacune de ces tâches élémentaires, de déterminer la procédure à mettre en œuvre parmi celles qu'il est censé posséder.
- Phase 3 : on propose aux élèves une série de tâches simples décontextualisées, dont les consignes sont celles qui sont utilisées ordinairement dans l'apprentissage des procédures élémentaires qu'on propose à l'école : effectuer une soustraction, . . . Ces tâches correspondent aux procédures élémentaires qui ont dû être mobilisées pour accomplir la tâche complexe de la phase 1.

Il est aisé de remarquer que ces trois phases renvoient aux trois degrés de complexité des compétences développés plus haut. En effet, la phase 1 évalue la compétence au sens plein, c'est-à-dire l'aptitude à saisir, dans une situation nouvelle et complexe, les traits pertinents qui indiquent qu'il y a lieu de choisir et de combiner d'une manière originale des procédures connues. Il s'agit donc d'une « compétence complexe », au sens que nous avons donné à cette expression. En d'autres termes, il s'agit d'une résolution de problèmes. La phase 2 évalue l'aptitude à choisir la procédure qui correspond à une tâche simple mais inédite ; il s'agit là de ce que nous avons appelé « compétence élémentaire avec cadrage de la situation ». Enfin, la phase 3 permet d'évaluer des procédures de base et leur degré d'automatisation chez les élèves.

Un intérêt de ce modèle d'évaluation est d'offrir un outil diagnostique qui permet aux enseignants de s'interroger sur le « savoir-mobiliser ». La recherche actuelle, comme nous l'avons déjà développé, apporte peu de réponses à la question du « savoir-mobiliser » et il est donc intéressant de construire des outils d'évaluation qui permettront aux enseignants de se prononcer sur la capacité de leurs élèves à mobiliser leurs acquis. Sur ce deuxième point, Carette (2007) ajoute que « *notre méconnaissance des processus qui conduisent les élèves à pouvoir mobiliser leurs acquis dans des nouvelles circonstances fait qu'il est important d'associer tous les enseignants dans la recherche des facteurs qui interviennent dans cette activité complexe* [...] *Les confronter et les responsabiliser à la question du "savoir-mobiliser", c'est arrêter de leur faire croire que l'on connaît la manière de rendre les élèves compétents et les associer à l'étude des hypothèses susceptibles de les y amener* » (p. 58).

IV.4 Bilan

Avec des arguments qui vont en faveur de la notion, de son sens sur le plan conceptuel comme pour les pratiques pédagogiques, ou à l'inverse, avec une argumentation critique de la notion, tous les auteurs sont d'accord sur un point : la compétence nous confronte à un ensemble de paradoxes, tant conceptuels que pratiques. La richesse des débats réside bien dans la mise en évidence de la difficulté à clarifier ce qui pourrait devenir un concept circonscrit et reconnu pour la pédagogie et pour ses champs de pratique. Les paradoxes sont inhérents aux glissements conceptuels potentiels et à la remise en question des pratiques pédagogiques.

De tels paradoxes sont issus des nombreuses critiques dont la notion de compétence a fait l'objet. Une des premières critiques relevées dans ce chapitre vient de Crahay. Il considère que le manque de fondement théorique de la notion de compétence, son ambition démesurée et élitiste, la confusion qu'elle entretient entre l'apprentissage et l'évaluation et sa propension à élever la complexité inédite en norme témoignent clairement des dangers, des incertitudes et de l'incomplétude de la logique de compétence. Les critiques de Crahay ont le mérite de mettre en débat la notion de compétence dans le champ scolaire. Le second débat vient de la question principale que pose la notion de compétence : comment amener les élèves à utiliser à bon escient ce qu'ils ont effectivement appris ? Notre travail nous a amenée à conclure que la notion de compétence a le mérite d'avoir renouvelé la question du transfert des apprentissages et celle de la formation en situation, mais elle demeure un concept flou, régulièrement remis en cause pour son manque d'assise théorique. Les moyens pour arriver à rendre les élèves « compétents » restent bien mystérieux et sont donc laissés à l'appréciation des enseignants. Une troisième controverse vient du concept de transversalité des compétences. En effet, les disciplines scolaires offrent des ancrages spécifiques qui permettent d'interroger, de définir ou de situer la notion de compétence. Dans ce sens, les appropriations spécifiques à chaque discipline et leurs spécificités épistémologiques sont autant d'éléments qui tendent à mettre en cause la notion de compétence dans toute sa variabilité, autrement dit, dans toute sa transversalité.

Face aux critiques, Rey et *al.* ont mené une analyse qui repose sur la lecture des référentiels de compétences. Celle-ci nuance considérablement la notion de complexité inédite : « *si ce qui est recherché lorsqu'on parle d'une approche par compétences, c'est de former les élèves susceptibles de résoudre des tâches inédites et complexes, il serait dangereux, et nous rejoignons ici les craintes de Crahay, de limiter l'objet d'évaluation à ce seul critère (...)* Lorsque l'on analyse entre autres les référentiels de la Communauté française, l'idée de résolution de tâches inédites peut être présentée comme un idéal ou un "tendre vers" qui implique d'autres niveaux d'activités moins exigeants et également évaluables ». Aussi, Rey et *al.* propose, via une évaluation diagnostique, d'offrir un outil d'analyse qui aide les enseignants à mieux comprendre les mécanismes de la mobilisation. Ils soutiennent que le monde éducatif doit pouvoir réfléchir sur les moyens d'amener les élèves à devenir compétents. Pour les auteurs, le mystère autour du savoir-mobiliser n'est pas une raison légitime pour ne pas essayer d'y arriver.

Bien que les travaux de Rey et *al.* proposent un outil diagnostique aux enseignants, ces

derniers restent démunis pour proposer dans leur classe des tâches permettant le développement des compétences préconisées par les programmes. Il nous paraît important de mettre en avant les pratiques enseignantes en termes de compétences au niveau de l'apprentissage mais également au niveau de l'évaluation. Aussi, les incertitudes liées aux compétences transversales nous poussent à approfondir la question des outils disponibles pour favoriser leur apprentissage. Ces deux points guideront notre travail de recherche dans les prochains chapitres.

Chapitre V

L'approche par compétences : des aspects encore inexplorés

En nous interrogeant sur l'approche par compétences à travers les documents officiels et à travers les différents travaux de recherche, nous avons constaté la confusion autour des moyens à mettre en œuvre pour rendre les élèves « compétents ». Nous avons aussi souligné le « mystère » régnant autour des compétences transversales.

Au delà de ces aspects, un manque méthodologique apparaît à ce stade du travail pour mieux comprendre ce qui relève des compétences dans l'enseignement des mathématiques : aller sur le terrain pour recueillir l'avis des enseignants sur le sujet. Ce premier choix méthodologique pour appréhender le développement de compétences se justifie par une volonté de croiser nos recherches pédagogiques déjà réalisées sur l'approche par compétences avec l'expérience des enseignants. Cette composante « du terrain » nous permettra de comprendre les impacts de cette réforme sur les pratiques de la classe.

Au fil de cette première partie du travail, nous avons aussi montré la difficulté de développer les compétences préconisées par les programmes à partir des outils à la disposition des enseignants. Se pose donc la question cruciale de savoir ce que l'enseignant peut proposer dans sa classe pour développer des compétences appropriées aux programmes chez ses élèves. Ce second choix méthodologique qui a trait à la transversalité des savoir-faire est motivé par la question de la place accordée aux savoirs « transversaux » dans notre enseignement des mathématiques. Nous avons vu au chapitre III que l'apprentissage des compétences transversales est lié au potentiel d'action que peut développer un élève face à une situation-problème. Rappelons que, face à un problème, l'élève doit « s'approprier une situation », « formuler une conjecture », « argumenter », « communiquer »,... Le problème posé à l'élève l'engage donc dans une réelle démarche de recherche. L'étude que nous réalisons dans la suite de ce travail porte sur les moyens mis en œuvre pour favoriser l'activité de recherche dans nos classes.

La façon dont l'approche par compétences a été perçue et intégrée par le corps enseignant ainsi que la place accordée à la démarche de recherche dans notre enseignement sont donc les préoccupations qui nous importent dans les prochains chapitres de ce travail. Nous les détaillons davantage dans les points suivants.

V.1 Le point de vue des enseignants sur l'approche par compétences : méthodologie

Les documents officiels ne précisant pas explicitement le cadre qui devrait permettre de travailler au développement des différentes compétences, nous choisissons d'aborder notre questionnement de l'approche par compétences sous l'angle de l'expérience enseignante.

L'objectif que nous poursuivons dans le prochain chapitre est de mettre en avant la conception qu'ont les enseignants de l'approche par compétences ainsi que la façon dont ils l'intègrent dans leur cours. À cette fin, nous avons choisi d'élaborer un questionnaire portant sur des questions assez générales sur l'approche par compétences. Le public visé par ce questionnaire est le corps professoral, enseignant au niveau du secondaire général et technique de transition. En continuité avec notre choix initial de nous intéresser uniquement aux humanités générales et technologiques, nous n'avons pas inclus dans notre étude l'enseignement en technique de qualification et professionnel. Toutefois, nous n'avons pas tenu compte du fait que certains professeurs enseignent à la fois en humanités générales et technologiques et en humanités techniques et professionnelles. Étant donné l'aspect général des questions posées, nous avons en effet considéré que cela ne pouvait pas altérer la légitimité de nos résultats. Aussi, nous n'avons pas restreint la diffusion du questionnaire à un degré ou un cycle d'enseignement particulier car il nous a semblé nécessaire d'obtenir un point de vue le plus vaste possible.

Le questionnaire que nous avons élaboré a été diffusé auprès de 60 professeurs de mathématiques. Les questions posées se rapportent à trois points centraux de l'approche par compétences : les documents officiels de la Communauté française, la mise en place de l'approche par compétences dans les pratiques enseignantes et les outils d'évaluation. Ce choix de questions se justifie par les raisons suivantes. Premièrement, l'attention que les enseignants portent aux brochures officielles nous donnera des informations d'une part sur l'importance qu'ils accordent à cette réforme et d'autre part, sur la conception qu'ils se sont faits de sa mise en œuvre dans leur pratiques de classe. Ensuite, en nous intéressant à l'intégration de l'approche par compétences dans les pratiques scolaires tant du point de vue de l'apprentissage que de l'évaluation, nous nous donnons les moyens de saisir les impacts de la réforme depuis les situations-problèmes précédant l'apprentissage de nouvelles matières jusqu'aux phases d'évaluation. Cela nous permettra aussi de confirmer ou d'infirmer la confusion entretenue entre apprentissage et évaluation que nous avons relevée dans le chapitre IV.

Le chapitre suivant nous offrira donc une vue d'ensemble de la mise en œuvre de l'approche par compétences dans les classes. Les résultats de la diffusion du questionnaire nous permettront aussi de pointer les possibles tendances communes aux enseignants interrogés.

V.2 Les compétences transversales à travers l'activité de recherche

Les compétences dont la maîtrise assure à l'élève l'aptitude à résoudre des problèmes sont qualifiées de « transversales ». Mais l'analyse conceptuelle des compétences transversales que nous avons menée dans le chapitre IV a relevé des ambiguïtés qui remettent en cause l'hypothèse de la transversalité. De telles ambiguïtés entretiennent l'incertitude liée à leur apprentissage en classe. Cela nous amène à nous interroger sur les moyens mis en œuvre par les organisations didactiques actuelles en Communauté française pour favoriser l'apprentissage des compétences transversales. Aussi, l'apprentissage de telles compétences chez l'élève s'inscrit dans des activités de « recherche ». En effet, lorsque l'élève expérimente, étudie des cas particuliers, modélise, énonce des conjectures ou prouve, son travail constitue une véritable activité de recherche. Ce questionnement autour des compétences transversales qui guidera notre travail au chapitre VII sera donc étudié à la lumière de l'activité du chercheur en mathématiques.

Le travail que nous réalisons au chapitre VII est porteur d'une réflexion sur l'activité de recherche dans nos classes. Nous inscrivons cette réflexion dans l'enseignement de deux compétences transversales dont le développement est préconisé par les programmes : « modéliser » et « prouver ». Ce choix peut paraître arbitraire néanmoins il a été motivé par plusieurs raisons. Tout d'abord, parce que la modélisation est une pratique scientifique majeure, qui concerne un nombre croissant de domaines : il est important de « *construire au moins un modèle spécifique de chaque domaine mathématique étudié, construction qui constitue un instrument indispensable pour l'étude des phénomènes relatifs à l'enseignement et à l'apprentissage de ce domaine* » (Gascón, 1995, p. 44). Ensuite parce que la preuve joue un rôle essentiel dans l'apprentissage des mathématiques et parce que « *ce concept est transposable à l'ensemble des démarches scientifiques* » (Grenier et Payan, 1998, p. 75).

Pour aborder la problématique du développement des compétences « modéliser » et « prouver », nous présentons d'abord des travaux de didactique en lien avec ces savoir-faire. Pour engager notre réflexion autour des activités de modélisation et de preuve, nous nous appuyons respectivement sur les travaux de Coulange (1997), de Balacheff (1987) et Gandit (2004). Ensuite, nous nous intéressons à certains outils de la théorie didactique tels que l'écologie des savoirs (Chevallard, 1994) et le contrat didactique (Brousseau, 1998). En basant principalement nos recherches sur quelques manuels scolaires, nous articulons l'approche écologique et celle du contrat didactique en vue d'analyser la mise en œuvre des compétences « modéliser » et « prouver » dans l'enseignement des mathématiques.

En lien avec l'apprentissage des compétences transversales, nous étudions au chapitre VIII quelques situations de recherche pour la classe (SiRC), situations qui ont comme vocation de mettre en œuvre des savoir-faire transversaux que nous décrirons. Sur la base des travaux de Grenier et Payan (2003), nous caractérisons dans la première partie du chapitre les situations de recherche pour la classe. Nous présentons ensuite deux exemples de SiRC dont nous développons

des stratégies de résolution, des apports en termes d'apprentissages transversaux ainsi que des éléments concernant l'organisation en classe. À partir de notre questionnement dans l'activité de recherche, nous tentons d'inférer quelques éléments de réponse concernant l'apprentissage chez l'élève des savoir-faire transversaux préconisés par les programmes.

Chapitre VI

L'avis des enseignants sur l'approche par compétences

Conformément à nos choix méthodologiques, nous étudions dans ce chapitre la réforme des compétences du point de vue des enseignants. Comme déjà annoncé, nous avons choisi d'élaborer un questionnaire en vue d'analyser l'avis des enseignants sur cette réforme. Sur la base des résultats de la diffusion du questionnaire, nous pointons dans ce chapitre les possibles convergences de points de vue parmi les enseignants interrogés, tant au niveau de leur conception de la réforme que de son intégration en classe. Ces résultats constitueront ainsi des outils essentiels pour relever les différents avantages que présente l'approche par compétences mais aussi les éventuels défis et limites de son intégration dans les pratiques enseignantes. Dans un premier temps, nous précisons les questions posées dans le questionnaire tout en présentant les résultats globaux de chaque question. Ceux-ci sont ensuite détaillés selon les nuances et les positions affichées. Enfin, nous reviendrons brièvement sur les conclusions faites au chapitre IV en les confrontant à nos résultats.

Parmi les 60 professeurs ayant participé à notre enquête, 23% d'entre eux enseignent dans le secondaire inférieur et 77% dans le secondaire supérieur. Quatre questions composent le questionnaire que nous avons élaboré. Nous les présentons ci-dessous en affichant, pour chacune d'elles, les tendances globales. Notons que la dernière question qui s'intéresse aux éventuelles remarques des enseignants a un aspect trop général pour que nous puissions la traiter comme une question spécifique. Nous décidons alors d'associer judicieusement les réponses à cette question aux différentes thématiques abordées par le questionnaire. Aussi, au fil de ce chapitre nous agrémentons nos résultats de quelques exemples de réponses données par les enseignants.

Question 1 – *Les documents diffusés par la Communauté française sur l'approche par compétences (le décret Missions, le référentiel Compétences terminales et savoirs requis, ...) vous semblent-ils suffisamment explicites quant à la façon de concevoir un enseignement des mathématiques par compétences ?*

- Oui*
- Non*
- Je n'ai pas connaissance de ces documents*

Commentaire :

Réponses :	Oui	41%
	Non	51%
	Pas connaissance	8%

Parmi les professeurs interrogés, seulement 41% d'entre eux considèrent que les documents officiels sont suffisamment explicites en termes de conception d'un enseignement par compétences : « *les documents sont clairs et précis* » ; « *la répartition de la matière est bien formulée, on sait ce qu'on doit voir ou pas de manière précise* ». Pour 51% des enseignants, les brochures officielles ne donnent pas suffisamment d'indications sur la façon de concevoir un tel enseignement. Ils trouvent par exemple que « *l'intitulé des phrases n'est pas assez explicite* » ou que les documents ne sont « *pas toujours très clairs, parfois vastes et imprécis* ». Nous constatons également que 8% des enseignants n'ont pas connaissance de ces documents ou ne les ont pas consultés.

Aussi, les commentaires formulés par les enseignants au sujet des documents officiels rapportent un nombre élevé de points négatifs. Ceux-ci concernent principalement la conception des documents et leurs aspects méthodologique et pratique. En effet, certains enseignants regrettent le « *manque flagrant d'accompagnement pédagogique* » et d'autres considèrent que les documents sont « *trop flous quant à l'aspect pratique des choses* ».

La seconde question porte sur la façon dont les enseignants intègrent la réforme des compétences dans leur cours :

Question 2 – *Comment intégrez-vous le développement des compétences préconisées par les programmes dans votre enseignement ?*

Pour évoquer la façon de concevoir leur enseignement selon une approche par compétences, presque 20% des enseignants commencent leur description par « *j'essaie* », « *du mieux que je peux* », « *dans la mesure du possible* » voire « *assez difficilement* ». Cela montre d'emblée les difficultés auxquelles ils sont confrontés. Nous constatons que les enseignants du réseau libre semblent moins désorientés que les professeurs des autres réseaux. Une raison peut être liée

à la classification des compétences en trois axes (« expliciter les savoirs et les procédures » / « appliquer une procédure » / « résoudre un problème ») présentée dans le programme du Segec. Celle-ci semble en effet favoriser une conception plus ou moins claire d'un enseignement par compétences : « *comme il n'y en a que trois, ce n'est pas compliqué !* »

Aussi, 67% des enseignants soulignent l'importance des situations-problèmes pour permettre le développement des compétences préconisées par les programmes. Ces situations sont principalement mises en place en début d'apprentissage et en fin de chapitre. Ainsi, pour intégrer les compétences dans son cours, l'enseignant « *essaie autant que possible d'introduire les matières avec une situation découverte et de clôturer un chapitre en utilisant un problème* ». Aussi, les situations-problèmes sont intégrées dans les interrogations et examens ce qui permet de « *diversifier les types de questions et les difficultés des exercices lors de l'évaluation* ».

En lien avec la conception d'un cours selon l'approche par compétences, nous relevons également un nombre important de critiques qui peuvent être regroupées en différents points. Celles-ci ont trait d'une part au manque de formation qui n'encouragerait pas les enseignants à adopter une approche par compétences dans leurs cours : « *j'attends d'abord une formation digne de ce nom pour, peut-être, travailler de cette façon* ». D'autre part, certaines critiques sont liées à la contrainte temporelle à laquelle est soumis tout enseignant. En effet, « *le programme de math est trop chargé. Si on veut adopter les compétences comme les inspecteurs le voudraient, on ne le pourrait pas par manque de temps* ». Enfin, les professeurs interrogés évoquent les nombreuses lacunes des élèves que l'approche par compétences ne semble pas avoir les moyens de combler : « *ce n'est pas ça qui va donner l'envie de travailler aux élèves, n'y de remédier au nombre d'échecs* ».

L'enquête que nous avons menée s'attache aussi à mesurer l'utilisation des outils d'évaluation diffusés par la Communauté française :

Question 3 – *Utilisez-vous les outils d'évaluation mis à la disposition des enseignants ?*

- Oui*
- Non*
- Je n'ai pas connaissance de ces documents*

Commentaire :

Réponses :	Oui	55%
	Non	38%
	Pas connaissance	7%

Nous constatons que 55% des professeurs interrogés utilisent parfois les outils d'évaluation, s'en inspirent ou les modifient. Cependant, 38% des enseignants n'ont jamais eu recours aux

outils d'évaluation dans leur classe et 7% n'en ont pas connaissance. Il est intéressant de noter que seulement 8% des enseignants interrogés ont un avis positif sur les outils proposés. Ils soulignent en effet l'aide appréciable que les outils leur fournissent dans leur conception d'évaluations : « *je les trouve bien faits et au moins cela donne des exemples en fonction de certaines compétences* ». Les outils les aident également dans leur choix de critères de correction car « *pour un enseignant, il est difficile de concevoir un tel outil avec un découpage extrême des critères d'évaluation (on n'a pas le temps)* ».

La plupart des enseignants regrettent toutefois la faible quantité d'outils disponibles ainsi que leur présentation peu pratique : « *les dossiers sont trop gros, ceux-ci pourraient aisément être condensés* ». Ils évoquent aussi le temps trop important nécessaire pour la mise en place de tels outils en classe. En effet, « *ils prennent beaucoup de temps si on veut les exploiter à fond* » et, par conséquent, l'enseignant « *manque de temps pour tous les traiter* ». Les enseignants soulignent aussi le niveau de difficulté trop élevé des tâches proposées. Les problèmes sont « *trop difficiles et découragent les élèves!* »

Nous détaillons maintenant les réponses de chaque question en les regroupant selon les différentes tendances affichées et en présentant à nouveau certaines réponses données par les enseignants.

VI.1 La clarté des brochures officielles

Les résultats globaux de la première question ont rapporté des pourcentages de réponses selon les trois choix proposés (« oui », « non », « je n'ai pas connaissance de ces documents »). Nous n'avons pas fait apparaître les positions des enseignants se dégageant de leurs nombreux commentaires. En analysant l'ensemble des remarques formulées sur les documents officiels, un premier constat apparaît : parmi les 41% des enseignants ayant répondu « oui » à la question, un seul enseignant a un avis entièrement positif sur les brochures officielles. De tels chiffres annoncent d'emblée la position des enseignants vis-à-vis de ces documents. Afin d'éclairer davantage le point de vue des enseignants par rapport aux différentes brochures de la Communauté française, nous analysons maintenant, tout choix de réponses confondu, l'ensemble des remarques formulées.

Les commentaires des enseignants portent principalement sur les référentiels de compétences et les programmes officiels. En effet, le décret « Missions » n'est cité que par deux enseignants - l'un considère qu'il est indigeste à la lecture - l'autre évoque son manque de réalisme. Quant aux différents référentiels, nous constatons que 20% des enseignants trouvent les intitulés des compétences imprécis. Ceux-ci soulignent en effet les difficultés à associer les exercices qu'ils proposent aux élèves aux compétences formulées dans les référentiels : « *savoir dans quelle compétence on doit mettre une question est parfois très difficile* ».

Une deuxième tendance apparaît à la lecture des différents commentaires émis sur ces documents : 17% des remarques portent sur l'aspect pédagogique des référentiels. Les enseignants regrettent en effet le manque d'accompagnement didactique : « *nous devrions avoir beaucoup*

plus de support didactique sur le sujet ». Certains sont parfois plus catégoriques : « *je n'ai pas envie de consacrer mon temps à lire ces documents Je pense qu'on ferait mieux de nous écrire de bons manuels pédagogiques* ».

L'absence de guide méthodologique ainsi que le manque de précision dans les intitulés ne poussent pas les enseignants à se baser sur les référentiels de compétences pour concevoir leur cours. 12% des enseignants affirment explicitement ne pas tenir compte des référentiels et s'appuyer principalement sur les programmes : d'une part les compétences à atteindre y sont décrites plus clairement et d'autre part, les programmes proposent des pistes à suivre pour introduire les contenus d'enseignement. Toutefois, les programmes du Segec semblent faire l'objet de quelques critiques en termes de « classification » de compétences. En effet, 9% des commentaires soulignent la subjectivité des frontières entre les trois axes de compétences « Expliciter les savoirs et les procédures », « Appliquer une procédure » et « Résoudre un problème », plus couramment appelés « C1 », « C2 » et « C3 ». La séparation entre les compétences « C2 » et « C3 » leur semble bien souvent artificielle car un exercice difficile ou un problème facile pourrait selon eux être associé à la fois à une compétence « C2 » et à une compétence « C3 ». Enfin, 6% des enseignants ayant formulé des remarques à propos des documents officiels regrettent les différences de programmes entre les réseaux.

Dans le point suivant, nous nous intéressons à la façon dont les enseignants inscrivent leurs cours dans une approche par compétences en détaillant les convergences de points de vue annoncés plus haut. Nous enrichissons une fois encore nos résultats par quelques exemples de réponses données par les enseignants.

VI.2 L'intégration des compétences dans les pratiques de classe

« Cette approche n'est pas très claire pour moi... Je ne suis toujours pas sûre de savoir vraiment de quoi il s'agit »

Les résultats généraux de la deuxième question ont fait apparaître la résolution de situations-problèmes comme un élément central à l'intégration du développement des compétences. 67% des enseignants interrogés voient effectivement à travers l'approche par compétences une intensification de résolution de problèmes ainsi qu'une diversification des problèmes posés.

Pour certains enseignants, les situations-problèmes ont surtout une place de choix dans l'introduction d'une nouvelle matière. En effet, 9 enseignants sur les 60 interrogés intègrent davantage de situations-problèmes pour aborder des concepts nouveaux. Aussi, 3 enseignants intègrent surtout des exercices pratiques qui touchent à d'autres domaines que les mathématiques comme la physique, la biologie et l'économie.

L'intégration des compétences semble donc se faire au niveau des situations-problèmes proposées. Quant à la façon générale de concevoir leur cours, 31% des enseignants affirment opter pour une progression en trois phases : « *synthèse de théorie, exercices d'application pure et on va un peu plus loin avec des problèmes de réflexion* ». Aussi, 3% des enseignants précisent que

ces applications complexes sont décortiquées petit à petit pour dégager les différentes procédures mises en œuvre. Notons que ce travail en trois étapes découle directement des trois axes de compétences imposés par le programme du Segec (« C1 », « C2 » et « C3 »). Pour les enseignants du réseau libre, l'augmentation des exercices de type « problèmes » trouve donc sa justification dans les proportions d'exercices proposés aux élèves dans les évaluations : les exercices de type « C3 » doivent intervenir pour minimum 25% des points.

Les résultats dégagés ci-dessus contrastent toutefois avec une autre conception de l'approche par compétences partagée par 8% des enseignants interrogés. Ceux-ci affirment présenter uniquement des tâches complexes lors d'interrogations ou examens. Nous constatons aussi que 4% des enseignants intègrent le développement des compétences en proposant uniquement des travaux de groupes. Une telle conception de l'approche par compétences diffère donc également de celle adoptée par 67% des enseignants.

Enfin, 20% des enseignants interrogés affirment que l'approche par compétences n'a pas modifié leur façon d'enseigner. Certains affirment que les compétences sont naturellement présentes dans leur cours : « *nous avons toujours travaillé par compétence (un tel exercice pour savoir si l'élève connaît sa matière; un autre pour voir s'il sait utiliser ses savoirs) donc, en réalité, rien n'a changé* ». D'autres, par contre, ne se soucient pas de savoir si elles y sont intégrées ou non : « *je ne me pose pas la question* » ; « *peut-être qu'après plus de 30 ans de carrière, je les intègre, comme M. Jourdain, sans le savoir* ». Toutefois, le vocable utilisé étant différent, les enseignants se préoccupent du mot « compétence » dans les objectifs de cours et dans les évaluations, « *puisque'il le faut!* » Rien n'a donc changé dans leur conception de leur cours si ce n'est qu'il leur faut maintenant fournir un travail rédactionnel supplémentaire.

« Compétence = mettre des mots (et un aspect légal) sur ce que l'on fait depuis longtemps »

Nous observons ainsi les diverses tendances au sein du corps enseignant en termes d'intégration des compétences dans les pratiques scolaires. Nous nous intéressons maintenant aux nombreuses critiques formulées que nous détaillons dans les points suivants selon les principaux sujets abordés.

L'absence de formation

« Des réformes inscrites sur le papier mais qui ont eu peu de moyens pour leurs mises en application. Quand avons-nous eu accès à une formation ? On peut être de bonne volonté, mais cela reste très difficile »

Parmi les enseignants ayant participé à notre enquête, 11% d'entre eux considèrent que la mise en place de l'approche par compétences dans notre enseignement a échoué par manque de formation et de communication. Le fait que cette approche leur a été imposée sans être expliquée ne les pousse d'ailleurs pas à changer leur façon de travailler. Aussi, 13% des enseignants dénoncent les explications différentes parfois même contradictoires sur l'approche par

compétences fournies par différentes instances (inspecteurs, conseillers pédagogiques, . . .).

« Même les inspecteurs ne s'y retrouvent pas toujours dans les compétences. . . Ils n'ont pas deux fois le même avis sur le même document »

Ils soutiennent alors que l'exemple doit venir « d'en haut » et être suffisamment développé pour que chaque enseignant puisse comprendre clairement ce qui est demandé à travers cette réforme des « compétences ».

Le manque de temps

« L'approche par compétences demande un temps que la lourdeur des programmes ne permet que difficilement »

9% des enseignants affirment que la contrainte temporelle rend l'approche par compétences difficile à mettre en place dans leurs cours : la lourdeur des programmes de mathématiques et le nombre d'heures insuffisant consacré à ce cours handicapent les enseignants dans l'intégration du développement des compétences préconisées par les directives officielles.

Plus assez de « drill »

« Avant de pratiquer des compétences, il reste des savoir-faire à maîtriser »

15% des enseignants regrettent que, dans un contexte de compétences, il n'est plus suffisamment demandé aux élèves de restituer des savoirs et savoir-faire. La réalisation de tâches complexes ne peut pourtant être réalisée que lorsque l'élève possède des techniques de calcul appropriées. C'est pourquoi il leur semble indispensable d'intégrer dans l'apprentissage des phases de « drill » de calcul, de mise au point d'utilisation de procédures. Notons que maintenir du « drill » est surtout important pour les élèves en difficulté. Dans cette optique, 7% des enseignants interrogés soulignent l'aspect élitiste propre à l'approche par compétences.

« Il faut l'intégrer mais ne pas en faire une priorité. Les élèves aisés s'en sortent toujours, les autres seraient submergés »

La réforme des « compétences » représente aux yeux des enseignants un danger si les compétences occupent une place trop importante : l'enseignement peut devenir élitiste, c'est-à-dire favoriser exagérément les élèves « doués » et peu travailleurs au détriment des autres. Ils soutiennent donc qu'enseigner selon une logique par compétences ne pourra pas remédier au nombre d'échecs déjà très élevé en Belgique francophone et continuera à décourager les élèves en renforçant l'idée qu'ils ne sont pas capables de « résoudre un problème ».

Les principales remarques formulées par les enseignants sont ainsi centrées autour de trois thématiques : la formation des enseignants, le temps disponible en classe et le niveau des élèves. Face aux nombreuses critiques, 5% des enseignants interrogés avancent toutefois que l'approche

par compétences présentent deux avantages : elle oblige les enseignants à proposer davantage de situations-problèmes dans leurs classes et elle permet de cerner la nature des difficultés de l'élève (manque d'étude, manque de compréhension, . . .).

VI.3 Quid des outils d'évaluation ?

Très peu d'enseignants ont prononcé un avis favorable sur les outils d'évaluation. En effet, seulement 8% des enseignants interrogés voient, à travers ces outils, des exemples intéressants sur lesquels ils peuvent s'appuyer, tant au niveau des tâches proposées que des critères d'évaluation. Toutefois, comme déjà annoncé, les critiques formulées autour de ces outils sont nombreuses. Nous les traitons ci-dessous selon quatre thématiques ; celles-ci ont été choisies sur la base des tendances dégagées. Aussi, pour que les résultats affichés soient significatifs, les pourcentages cités ne tiennent compte que des enseignants ayant formulé des remarques sur les outils d'évaluation, c'est-à-dire 37 enseignants sur les 60 interrogés.

Quantité

« Peu de documents alors que des groupes de travail ont travaillé plusieurs années sur le sujet »

16% des enseignants dénoncent le nombre peu élevé d'exercices conçus par la Commission des outils d'évaluation. Ils considèrent en effet que les outils sont trop peu nombreux pour chaque niveau d'enseignement et qu'ils ne couvrent pas tous les thèmes du cours de mathématiques. Notons que les enseignants sont conscients qu'ils peuvent en créer d'autres sur la base des invariants présentés dans chaque outil mais cela ne leur semble pas clair : ils ne savent où aller puiser ces nouveaux exercices.

Présentation

« Plus de dix pages pour un exercice ! »

Les outils ont une présentation peu pratique pour 13% enseignants : les énoncés sont trop longs et la formulation perturbe les élèves. Selon eux, les tâches pourraient être facilement condensées ; ce qui éviterait que les élèves soient perdus par la longueur et la formulation des énoncés.

Niveau de difficulté

« Penser que la plupart des élèves puissent réaliser seuls certains exercices proposés est simplement utopique »

Le niveau de difficulté des outils est jugé inaccessible pour les élèves par 16% des enseignants. Ils trouvent en effet que les outils sont trop compliqués pour les élèves et comme les

consignes « bannissent » toute aide, ils se retrouvent vite découragés.

Contrainte temporelle

« Je ne joue le jeu qu'une fois par an »

Pour 18% des enseignants, le temps nécessaire pour mettre en œuvre les outils d'évaluation en classe est trop important. Certains d'entre eux précisent même qu'un outil d'évaluation demande une heure de cours et une moyenne de 2h30 de temps de correction.

Au vu des résultats présentés, nous comprenons que les outils servent rarement d'objets d'évaluation. Par ailleurs, 21% des enseignants affirment les utiliser en classe comme exercice de synthèse, souvent en les modifiant. Mais ils sont conscients que, par manque de temps, exploiter entièrement les outils en classe n'est pas réalisable.

« Je les utilise à ma sauce et en partie infime »

Au terme de cette analyse des différentes réponses et remarques associées aux trois questions que nous avons posées aux enseignants, nous présentons maintenant une dernière convergence de points de vue qui apparaît générale à l'approche par compétences. 15% des enseignants interrogés considèrent que la réforme des « compétences » est une idée excellente en soi mais qu'elle est complètement utopique : elle serait vraiment applicable dans un monde « parfait » avec des élèves « parfaits ». En effet, en plus du manque de temps disponible pour mettre en pratique une telle approche, ils considèrent qu'elle impose une implication des élèves beaucoup plus importante qu'ils ne sont pas prêts à donner et ce, à tous niveaux et sections confondus. D'où l'impression que les personnes à l'origine de la réforme des « compétences » n'ont jamais enseigné et que « ces penseurs en chambre ne connaissent pas les difficultés des élèves et surtout les difficultés des professeurs ».

« Comme tous les textes de loi en la matière, ils partent d'intentions louables et sont mus par des valeurs importantes de notre enseignement (égalité des chances, notamment), mais sont souvent édictés par des gens hors de la réalité et manquent de réalisme ou de pragmatisme »

VI.4 Bilan

Les résultats de la diffusion du questionnaire nous ont permis de pointer le principal avantage que présente, selon les enseignants, l'approche par compétences : elle met l'accent sur la résolution de problèmes. Cet argument en faveur d'une réforme des « compétences » se trouve toutefois fort mince par rapport aux nombreuses critiques liées à son intégration en classe. En plus des contraintes institutionnelles (le nombre d'heures de mathématiques par semaine et la lourdeur des programmes), les enseignants dénoncent d'une part le manque de formation reçue

en insistant sur le fait que la simple distribution de documents, aussi clairs soient-ils, ne suffit pas à faire passer une idée. D'autre part, ils contestent le manque de « drill » autorisé dans les classes : un minimum de connaissances pratiques leur paraît indispensable pour mettre en œuvre des compétences. Enfin, ils regrettent que l'approche par compétences leur ait été imposée par des autorités supérieures n'ayant aucun sens des réalités enseignantes.

Nous avons aussi relevé que 8% des enseignants proposent des tâches complexes uniquement lors d'interrogations ou examens. Cela nous renvoie directement à la « norme de la complexité inédite » dénoncée par Crahay (2006). Cette « pédagogie de l'extrême » renforce les inégalités entre les élèves et le niveau de difficulté élevé des outils d'évaluation ne pourra qu'accentuer cette réalité.

Le travail réalisé ici présente toutefois certaines limites méthodologiques en raison de la généralité des questions posées. En nous intéressant à la façon dont les enseignants intègrent le développement des compétences dans leurs cours, nous avons eu difficilement accès aux spécificités des problèmes proposés aux élèves. Nous n'avons en effet pas de connaissance précise sur ce que les enseignants entendent par « situations-problèmes ». Nous n'avons pas non plus d'information sur leur façon de choisir des problèmes complexes en classe et lors d'évaluation. Par exemple, nous ne savons pas si les enseignants s'inspirent des exercices proposés dans différents manuels et/ou se basent sur les familles de tâches construites par la Commission des outils d'évaluations.

En ce sens, certains aspects liés à notre recherche n'ont pas émergé de nos résultats. La notion de famille de tâches n'a en effet jamais été évoquée. Cette notion, directement liée à une volonté de « savoir-transférer » ou « savoir-mobiliser » chez l'élève, ne semble pas avoir autant d'écho chez les enseignants que dans la littérature spécialisée. Les enseignants s'arrêtent en effet au constat que la plupart des élèves ne maîtrisent pas suffisamment les procédures requises pour développer *in fine* des compétences mais ne semblent pas s'interroger sur ce processus de mobilisation.

Ce dernier constat nous amène à souligner la contrainte de temps à laquelle est soumis l'enseignant. En effet, s'intéresser au processus du « savoir-mobiliser » en réalisant, par exemple, des évaluations diagnostiques telles qu'elles ont été proposées par Rey et *al.* (2006b), ne semble pas compatible avec la lourdeur des programmes et le nombre d'heures insuffisant consacré au cours de mathématiques. Nous soulignons cependant que seulement 9% des enseignants interrogés voient à travers cette contrainte temporelle un obstacle à la mise en place de l'approche par compétences dans leurs cours.

Nous terminons ce chapitre en relevant certains points positifs qui se dégagent de nos résultats. D'une part, une petite majorité des enseignants (55%) ont revisité leurs méthodes d'évaluation suite à l'élaboration des outils d'évaluation dont l'utilisation est pourtant facultative. Cela montre de toute évidence leur volonté de rapprocher leurs pratiques de l'approche par compétences. D'autre part, seulement 8% des enseignants n'ont pas connaissance des documents officiels diffusés par la Communauté française. Bien que pouvant uniquement se référer

aux programmes pour préparer leurs cours, de nombreux enseignants se sont donc intéressés aux textes officiels. Enfin, de nombreux enseignants (67%) semblent avoir compris que le développement de compétences transversales passe en grande partie par la résolution de problèmes complexes.

La deuxième question de notre questionnaire portant sur l'intégration des compétences dans les pratiques scolaires n'a pas débouché sur une réflexion fructueuse en termes de tâches proposées aux élèves. Seule a été évoquée l'importance de la résolution de situations-problèmes en début et fin d'apprentissage d'une nouvelle matière. Dans le chapitre suivant, nous nous intéressons davantage à la façon dont le développement des compétences préconisées par les programmes est mis en œuvre.

Chapitre VII

Comment le développement des compétences peut-il être pris en charge par l'enseignant ?

Au chapitre III, nous avons étudié les nouveaux programmes scolaires s'inscrivant dans la logique de l'approche par compétences. Nous y avons relevé l'importance accordée au développement de compétences transversales : celui-ci vise chez l'élève la mise en œuvre d'une démarche de résolution de problèmes. Pour résoudre des problèmes, l'élève doit notamment être capable de « *conjecturer, vérifier, tester, argumenter,...* ». De tels savoir-faire « transversaux », mis en avant par les programmes scolaires, sont constitutifs d'un véritable travail de recherche. Cet intérêt qui se dessine autour de l'activité de recherche est une conséquence évidente du poids donné aux compétences transversales dans les instructions officielles de la Communauté française.

Dans ce chapitre, nous nous interrogeons sur la place accordée à une véritable activité de recherche dans l'enseignement des mathématiques. Nous articulons notre travail autour de la question suivante : de quelle manière le développement des compétences transversales est-il mis en œuvre ? Prenant comme point de départ de notre travail deux compétences largement déclarées « transversales », à savoir « modéliser » et « prouver », nous nous interrogeons sur la présence de réelles démarches de modélisation et de preuve dans notre enseignement. Cela nous amène à travailler en deux temps. Dans un premier temps, nous présentons brièvement des approches de définitions des démarches de modélisation et de preuve, en prenant appui sur quelques travaux antérieurs. Dans un second temps, nous organisons notre étude autour de deux grandes perspectives théoriques : le point de vue de l'écologie des savoirs et celui du contrat didactique. L'analyse écologique qui s'inscrit dans une étude des programmes scolaires et de quelques manuels, permettra de dégager certaines hypothèses de règles du contrat didactique en lien avec les activités de modélisation et de preuve. Le recours préalable aux définitions, l'approche écologique et le relevé de quelques hypothèses de règles du contrat didactique nous permettront de revenir ensuite sur la préoccupation centrale qui guide notre cheminement de travail dans ce chapitre : l'apprentissage de compétences transversales dans l'enseignement des

mathématiques.

VII.1 La démarche de recherche dans les classes

Les programmes scolaires mettent en avant le développement de compétences transversales telles qu'expérimenter, conjecturer, argumenter, modéliser, prouver, . . . L'extrait ci-dessous des instructions des programmes des 2^e et 3^e degrés du réseau de la Communauté française montre en effet qu'une place importante est laissée à de telles compétences :

Le programme met l'accent sur les compétences à acquérir et veut promouvoir une construction progressive du savoir. Des activités, des situations-problèmes, conduisent à une structuration théorique qui éclaire, explicite, organise et généralise les notions.

Une telle construction du savoir développe de multiples compétences chez l'élève : entretenir une relation dynamique au savoir, conjecturer, vérifier, tester, argumenter, améliorer ses outils de communications orale et écrite, . . .

Les sujets d'étude retenus trouvent un ancrage dans des intuitions et des connaissances des élèves, et se prêtent à des activités de recherche, de conjecture et de démonstration.

Ce point de vue est confirmé dans les commentaires des programmes des 2^e et 3^e degrés du réseau libre :

Le travail mathématique apprend à argumenter dans un cadre de pensée et avec un langage qui lui sont propres. Ces compétences s'acquièrent pendant les cours eux-mêmes, par exemple lorsque le professeur incite l'élève à dire ce qu'il fait, à énoncer les principes, les règles qu'il applique, à repérer pourquoi il factorise, développe. . . , mais aussi lorsqu'il structure ses notes, assimile, produit et rédige une démonstration.

Conformément à nos choix méthodologiques, nous examinons maintenant comment sont transposées ces injonctions dans les manuels scolaires, en focalisant nos recherches sur deux compétences transversales : modéliser et prouver.

Le point suivant s'intéresse au processus de modélisation dans les pratiques de classe. Nous en proposons d'abord une définition et nous adoptons ensuite le double point de vue de l'écologie des savoirs et du contrat didactique afin d'établir des hypothèses sur la place accordée à la modélisation dans nos classes. Plus loin dans cette section, nous adoptons le même cheminement de travail pour analyser l'apprentissage de la preuve chez l'élève.

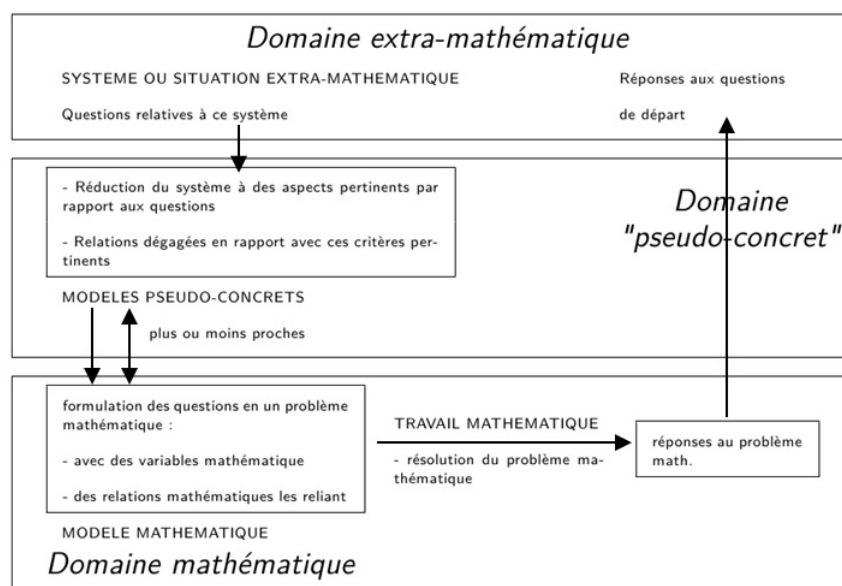
VII.1.1 Le processus de modélisation

L'objectif que nous poursuivons dans cette partie est d'étudier l'apprentissage de la modélisation dans l'enseignement actuel des mathématiques. En préambule à une étude sur le sujet, il

nous paraît indispensable d'éclaircir ce qui se cache derrière l'expression « modélisation mathématique ». Celle-ci représente cependant un thème trop vaste pour l'aborder ici dans toute sa spécificité. Nous décidons donc de nous restreindre à la démarche de modélisation mathématique à partir d'une situation « réelle ». Il s'agit d'un point de vue particulier qui nous servira de référence pour étudier les faits observés au niveau d'enseignement que nous considérons. Par modélisation à partir d'une situation « réelle », nous entendons, comme Coulange (1997), « une interprétation mathématique liée à une situation "réelle" ou à sa description en langage naturel, relativement à des questions que l'on se pose sur cette situation » (p. 35). Elle permet donc de se détacher de la situation concrète pour entrer dans sa résolution via les outils propres aux mathématiques. Nous empruntons également le schéma de la démarche de modélisation mathématique établi par Coulange. Cette schématisation qui s'inspire des travaux de Chevallard (1989) et d'Henry (1997), est constituée de quatre étapes en interrelation les unes avec les autres :

- **Étape 1** : passage de la situation réelle de départ à un modèle pseudo-concret. La notion de modèle pseudo-concret, introduite par Henry, est un modèle intermédiaire entre la situation réelle et le modèle mathématique à résoudre. C'est en quelque sorte un premier niveau d'abstraction de la « réalité » (un modèle pseudo-concret peut être plus ou moins proche de la situation réelle considérée ou du modèle mathématique) ;
- **Étape 2** : passage du modèle pseudo-concret au modèle mathématique ;
- **Étape 3** : phase de travail purement mathématique dans le modèle mathématique ;
- **Étape 4** : retour à la situation étudiée.

Ces quatre étapes décrivant le processus de modélisation mathématique sont schématisées par Coulange (1997) dans le tableau suivant :



Deux questions en rapport avec l'apprentissage chez l'élève de la modélisation mathématique découlent de ce modèle :

- Où dans l'enseignement des mathématiques en secondaire peut-on éventuellement repérer l'existence d'objets de savoir en rapport avec la construction de modèles mathématiques ?
- Quelles activités en rapport avec une démarche de modélisation mathématique sont proposées aux enseignants ?

Ces questions sont directement liées à la place accordée dans notre enseignement au développement de la compétence « modéliser ». Mais avant d'apporter des éléments de réponses, nous choisissons d'introduire deux grandes perspectives théoriques de la didactique des mathématiques qui nous guideront dans notre travail : le point de vue de l'écologie des savoirs et celui du contrat didactique. Ce choix est justifié par la nature des questions que nous nous sommes posées. D'une part, la première question se centre sur la « vie » d'objets de savoir enseignés en rapport avec la démarche de modélisation mathématique. D'où notre intérêt de considérer une perspective écologique qui mettra à notre disposition des outils d'analyse pour mener à bien l'étude de la « vie » de la modélisation mathématique. D'autre part, la seconde question est centrée sur les comportements d'élèves et d'enseignants vis-à-vis des activités de modélisation mathématique. Le point de vue du contrat didactique nous paraît judicieux car il nous permettra de décrire ces comportements en les inscrivant dans les règles « contractuelles » reconnues par les enseignants et les élèves. Pour dégager d'éventuelles hypothèses sur ces règles du contrat didactique, nous suivons la démarche qui consiste à les dégager de l'analyse des programmes et manuels, c'est-à-dire d'une préalable analyse écologique. Cette articulation de deux points de vue théoriques s'inspire notamment des travaux de Coulange (1997) mais elle a aussi été établie par d'autres auteurs ; nous citons en particulier Assude (1996). Notre point de départ est donc une analyse écologique des programmes officiels et de trois manuels d'édition récente. Le premier niveau d'enseignement considéré est celui de la 3^e année du secondaire. Ce choix s'appuie sur la présence, dans les programmes de 3^e, de matières se prêtant à des activités de modélisation à partir d'une situation « réelle ».

Chevallard a été le premier à parler de la théorie de l'écologie des savoirs. L'idée générale est de considérer que les objets de savoir enseignés occupent des places différentes et jouent différents rôles les uns par rapport aux autres. Les objets de savoir sont en quelque sorte considérés comme des objets « vivants » et les savoirs « *doivent être regardés comme des objets susceptibles de se transformer sous la contrainte des autres objets avec lesquels ils interagissent* » (Chevallard, 1994). Chevallard appelle écologie du savoir l'ensemble des « *conditions qui permettent l'existence de ce savoir, ou de tel ou tel de ses éléments, qui en expliquent les modalités d'apparition, de fonctionnement, de changement et de disparition* » (p. 176). L'auteur théorise ces phénomènes avec des notions qu'il emprunte à l'écologie ; nous en reprenons deux : la notion d'« habitat » et celle de « niche » :

- L'habitat dans l'écologie des savoirs est caractérisé par les lieux de vie d'un objet de savoir (« où peut-on le trouver ? »).
- La niche est définie comme la fonction que remplit l'objet dans le système d'objets dans lesquels il interagit (« quel rôle joue-t-il ? »).

La modélisation en classe de 3^e

Nous entamons notre analyse écologique par l'étude des programmes officiels de 3^e année. En consultant le programme du réseau du Segec, nous remarquons que la modélisation occupe une place importante dans l'enseignement des mathématiques en 3^e année. Dans l'axe de compétences « résoudre un problème », l'accent est mis sur la démarche de modélisation : « *ce qu'il importe d'évaluer ici, c'est le travail de modélisation qui consiste à dégager, dans un énoncé, les aspects qui se prêtent à un traitement mathématique. Le "problème" place l'élève dans un contexte qui n'est pas déjà mathématisé* » (p. 8).

À première vue, les auteurs du programme semblent accorder un habitat vaste et une niche confortable à la modélisation mathématique. Précisons que le commentaire du programme énoncé ci-dessus est également présent dans les programmes de 4^e année et du 3^e degré du secondaire.

En allant plus loin dans notre analyse, nous remarquons que le terme « modélisation » n'apparaît qu'une seule fois, dans le chapitre « Étude des fonctions ». Illustrons nos propos par l'extrait suivant :

Contenus	Directives et commentaires
Modélisation de quelques situations physiques, économiques, géométriques ou autres.	À partir de situations telles que l'espace parcouru en fonction du temps par un mobile se déplaçant avec une vitesse constante, le côté d'un carré en fonction de son aire, la hauteur d'un rectangle d'aire donnée en fonction de la base... on établira des tableaux de nombres, des formules, des graphiques.

La démarche de mobilisation est ainsi associée à un travail de représentation, par des formules, des tableaux de nombres ou des graphiques. Dans le programme du réseau du Restode, nous observons le même phénomène :

Compétences à atteindre	Matières	Conseils méthodologiques
À partir d'une situation décrite en langage courant ou à partir d'une formule, construire un tableau et un graphique.	Modélisation de quelques situations géométriques, physiques, économiques ou autres.	À partir de situations telles que l'espace parcouru par un mobile se déplaçant avec une vitesse constante en fonction du temps, le côté d'un carré en fonction de son aire, la hauteur d'un rectangle d'aire donnée en fonction de la base... on établira des tableaux de nombres, des formules, des graphiques. On montrera comment passer d'une de ces représentations aux autres.

Cette étude de programmes nous fournit donc un premier habitat pour la modélisation mathématique : les fonctions du premier degré. Elle nous précise aussi le rôle joué par cet

objet de savoir ; il réside dans la recherche de formules et dans la construction de tableaux de nombres et de graphiques. Pour en savoir davantage sur l'activité de l'élève dans une telle démarche de modélisation, nous poursuivons notre analyse écologique par l'étude de manuels. Nous reprenons donc à notre compte la position adoptée par Menssourri :

« *Les manuels scolaires constituent aussi une réalisation effective et "objectivée" des enseignements donnés en classe. Réalisation soumise au regard et au jugement public, et qui se veut représentative de la réalité de la classe* » (Menssourri, 1994 ; cité par Jorrand, 2004, p. 59).

Les trois manuels suivants ont fait l'objet d'une analyse :

- *Maths Manuel 3* ;
- *Astro-math 3* ;
- *Espace math 3*.

Les manuels ont une structure similaire composée de trois parties : une partie composée d'activités, une autre consacrée à la théorie et une troisième partie réservée aux exercices. En rapport avec l'habitat que nous avons trouvé pour la modélisation mathématique, nous nous intéressons dans chacun des manuels au chapitre sur les fonctions du premier degré. Les activités préparatoires présentées étant similaires aux exercices proposés, nous analysons la place accordée à la démarche de modélisation uniquement dans la partie théorique et dans la partie consacrée aux exercices.

- **Théorie :**

Nous nous intéressons ici aux outils théoriques liés à la modélisation d'une situation « réelle ». Un premier constat apparaît rapidement : aucun des trois manuels cités ne présente une méthode de modélisation par la recherche de formule ou par la construction de tableaux ou de graphiques. Seul le lien entre la notion de correspondance ou relation avec ces trois types de représentation est évoqué.

- **Exercices :**

Les exercices proposés dans les trois manuels en rapport avec la modélisation d'une situation « réelle » ont un schéma de résolution assez similaire. En effet, l'élève est très souvent amené à déterminer, à partir d'une situation de la vie courante, une fonction donnant l'expression d'une grandeur y en fonction d'une autre grandeur x . L'activité de modélisation à partir d'une situation « réelle » réside donc dans l'activité de recherche de fonction. Analysons cette activité à la lumière des exercices proposés.

Pour établir une formule donnant y en fonction de x , l'élève doit trouver le type de fonction qui modélise la situation « réelle ». Nous constatons alors que les exercices proposés amènent toujours à une modélisation par une fonction du premier degré (les exercices

appartiennent en effet au chapitre consacré à l'étude de telles fonctions). La tâche laissée à l'élève consiste donc à trouver les coefficients de la fonction du premier degré. Toutefois, il semble exister des contraintes sur les énoncés permettant à l'élève de réaliser cette tâche. En effet, les coefficients apparaissent clairement dans l'énoncé et la présence d'une ou de deux valeurs dans l'énoncé implique directement la nature de la fonction recherchée (fonction linéaire ou affine). Observons ces contraintes sur les exemples suivants :

Une agence propose deux types de contrat de location d'une voiture pour une journée :

- *Premier type de contrat : 30€ de forfait et 0,2€ par kilomètre parcouru.*
 - *Deuxième type de contrat : 15€ de forfait et 0,4€ par kilomètre parcouru.*
- Soit P_1 et P_2 les prix à payer si on choisit respectivement le premier type de contrat ou le second type de contrat et x le nombre de kilomètres parcourus. Écris P_1 et P_2 en fonction de x .*

(Astro-math)

Calcule le montant de la TVA (21%) et le montant TVA comprise (TVAC) d'une série de produits dont les prix hors TVA (HTVA) sont 100€, 180€, 200€, 240€ et 300€. Énonce une fonction qui donne le prix TVAC au départ du prix HTVA.

(Maths)

Le premier exercice tiré d'*Astro-math* demande de trouver deux fonctions qui modélisent deux situations « réelles ». Pour chacune d'elles, deux grandeurs sont présentes dans l'énoncé et la fonction recherchée est donc une fonction affine. Le second énoncé ne contient qu'une seule grandeur (21%) et la fonction recherchée est donc une fonction linéaire.

Le travail à la charge de l'élève est donc de faire correspondre les grandeurs présentes dans l'énoncé avec les valeurs du coefficient de direction et de l'ordonnée à l'origine.

Si nous nous référons à la schématisation de la démarche de modélisation à partir d'une situation « réelle », nous ne retrouvons pas, dans les exercices proposés par les trois manuels, l'équivalent d'un passage par un modèle pseudo-concret. Au terme de cette première analyse de programmes et de manuels, nous constatons donc que la démarche de modélisation mathématique en 3^e année du secondaire ne s'inscrit pas dans une réelle construction de modèles mathématiques à partir d'une situation « réelle ». Avant d'adopter le point de vue du contrat didactique, nous décidons d'enrichir nos constats par une analyse plus approfondie des programmes. En effet, nous trouvons dans le chapitre « Algèbre » de chaque programme la description d'une méthode de mise en équations à appliquer pour résoudre des problèmes « concrets » qui paraît se rapprocher d'une démarche de modélisation mathématique. Les directives des programmes présentent explicitement une démarche ou une méthode en rapport avec la modélisation comme un réel enjeu d'apprentissage. Voici un extrait du programme du réseau du Restode présentant une démarche spécifique de modélisation mathématique :

Compétences à atteindre	Matières	Conseils méthodologiques
Résoudre un problème en précisant les différentes étapes. Interpréter le résultat d'un problème en le replaçant dans son contexte.	Résolution de problèmes par la méthode algébrique faisant intervenir un système de deux équations du premier degré à deux inconnues.	On décomposera la résolution d'un problème en différentes étapes : - choix d'inconnue(s) et mise en équation(s), - résolution algébrique ou graphique de l'équation (ou du système d'équations) et vérification de la solution obtenue, - validation de cette solution comme solution du problème, - présentation rédigée de la solution du problème. La calculatrice et les ordinateurs permettent de traiter des problèmes dont les données ne sont pas arbitrairement simplifiées.

Le programme du réseau du Segec décrit de manière similaire cette démarche de modélisation :

Contenus	Directives et commentaires
Problèmes conduisant à un système de deux équations à deux inconnues.	La résolution d'un problème comporte les étapes suivantes : - choix d'inconnue(s) et mise en équation(s) - résolution algébrique ou graphique de l'équation (ou du système d'équations) et vérification de la solution obtenue (retour à l'équation initiale) - validation de cette solution comme solution du problème (retour à l'énoncé) - présentation rédigée de la solution du problème.

Comme précédemment, nous poursuivons notre analyse écologique par l'étude de manuels. L'analyse des manuels apparaît ici complémentaire à l'analyse des programmes. En effet, les pratiques à propos des savoirs ne sont jamais entièrement citées dans les programmes alors que le manuel peut être considéré comme une réalisation effective assez représentative des réalisations possibles (Assude, 1996).

Pour en savoir plus sur la mise en œuvre par les élèves de la méthode de résolution présentée ci-dessus, nous prenons comme références les trois manuels déjà cités. En lien avec l'analyse de programmes que nous avons menée, nous décidons d'étudier dans ces ouvrages la partie consacrée aux « systèmes linéaires ». En effet, les systèmes linéaires représentent l'habitat d'un objet de savoir enseigné en rapport avec la modélisation mathématique : la méthode de mise en équations de problèmes « concrets ». Nous analysons donc les activités préparatoires, la théorie et les exercices en lien avec la résolution de tels problèmes.

• Activités préparatoires

Le manuel *Maths* introduit la résolution de problèmes « concrets » en guidant l'élève dans sa démarche de résolution :

Emma et Jennifer ont chacune plusieurs bracelets. Emma dit : « si tu me donnes la moitié de tes bracelets, j'en aurais alors deux fois plus que toi ». Jennifer lui répond : « oui, mais si tu m'en donnais un, j'en aurais trois fois plus que toi ».

Combien de bracelets ont-elles chacune ?

Soit x le nombre de bracelets d'Emma et y celui de Jennifer.

1. *Mets en équation le problème énoncé par Emma.*
2. *Mets en équation le problème énoncé par Jennifer.*
3. *Ces deux équations forment-elles un système ? Pourquoi ? Si oui, écris-le et résous-le algébriquement par une des méthodes découvertes dans les activités.*
4. *Dans un plan cartésien, représente graphiquement ces deux équations.*
5. *Réponds à la question posée dans le problème.*

Astro-math aide aussi l'élève dans sa démarche de résolution de systèmes linéaires :

1. *Nomme les deux inconnues et désigne-les par x et par y .*
2. *Traduis la première phrase par une équation du premier degré à deux inconnues.*
3. *Traduis la deuxième phrase par une équation du premier degré à deux inconnues.*
4. *Résous le système.*

• Théorie

Dans chacun des trois manuels, la partie théorique est constituée de connaissances sur la résolution de systèmes linéaires :

- définition ;
- interprétation graphique ;
- méthodes numériques de résolution (substitution et combinaison linéaire).

Alors que *Astro-math* ne dit rien sur la résolution de problèmes « concrets », *Maths* présente une démarche de résolution de problèmes :

Comment résoudre un problème à deux inconnues ?

1. *on désigne les deux inconnues ;*
2. *on traduit les données du problème en deux équations ;*
3. *on résout le système formé par ces deux équations ;*

4. *on vérifie algébriquement ou graphiquement que la réponse trouvée est la solution du système et qu'elle convient au problème ;*
5. *on énonce la solution du problème.*

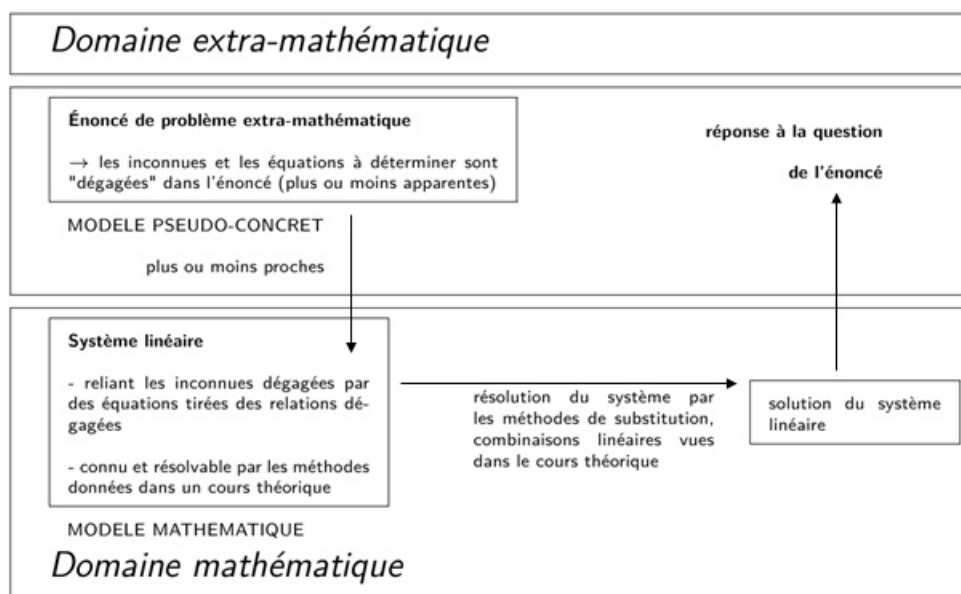
Espace math présente également des techniques de résolution de systèmes d'équations à deux inconnues permettant de résoudre des problèmes de la vie courante :

1. *choix des inconnues ;*
2. *mise en équation du problème ;*
3. *résolution du système ;*
4. *vérification ;*

Ces deux démarches de résolution de problème sont sensiblement identiques à celle présentée dans les programmes du Restode et du Segec. La troisième phase de résolution mathématique est clairement outillée par les connaissances introduites dans la partie du cours théorique. Par contre, le choix des inconnues et la mise en équations semblent vivre indépendamment de tout outil du cours théorique. Mais il semble exister des contraintes sur les énoncés de problèmes concrets permettant aux élèves d'appliquer la méthode de mises en équations :

- Les inconnues à choisir correspondent aux grandeurs cherchées ;
- La mise en équations est directement suivie par la résolution du système : l'énoncé cache toujours un système linéaire « connu » (un système de deux équations du premier degré à deux inconnues) et peut donc être résolu par les méthodes vues au cours.

Le schéma ci-dessous met en évidence, si nous nous référons à notre schématisation de la démarche de modélisation mathématique à partir d'une situation « réelle », qu'il ne semble pas y avoir non plus, dans la méthode de mise en équations décrite dans les manuels, l'équivalent d'un passage par l'intermédiaire d'un modèle pseudo-concret :



Nos hypothèses sur l'existence de contraintes sur les exercices de mise en équations nous amènent à avancer que ces énoncés de problèmes « concrets » ne représentent pas des situations réelles dans toute leur complexité mais plutôt des modèles pseudo-concrets assez proches du modèle mathématique à construire. En vue de confirmer nos hypothèses, nous examinons maintenant la partie réservée aux exercices.

• Exercices

La plupart des énoncés de problèmes concrets à mettre en équations semblent bien respecter les contraintes énoncées et représenter des modèles pseudo-concrets quasi-mathématiques de situations réelles. Appuyons nos affirmations par deux exercices « type » que nous retrouvons dans les manuels :

- *Deux nombres sont tels que le double du premier, augmenté du triple du deuxième donne 12, et que le triple du deuxième, diminué du double du premier donne aussi 12. Quels sont ces deux nombres ?* (Astro-math)
- *Quand on enlève le double de l'âge de Marc au triple de l'âge de Paul, on trouve 83 ans. Quand on additionne l'âge de Marc à celui de Paul, on trouve 31 ans. Quel est l'âge de chacun ?* (Maths)

Les inconnues correspondent effectivement aux grandeurs cherchées et elles apparaissent même souvent dans la question à la fin de l'énoncé. Le système à écrire comporte deux équations à deux inconnues et il peut donc être résolu par une méthode vue au cours. Nous constatons aussi que quelques énoncés de problèmes « concrets » proposés pourraient être résolus par des techniques arithmétiques. Citons par exemple un exercice tiré de *Maths manuel* :

Le voisin d'un professeur de mathématiques a un grand jardin qu'il voudrait aménager. Le professeur propose de venir avec quelques-uns de ses élèves afin de réaliser ce travail pour lequel ils conviennent d'un prix. Le travail terminé, le professeur dit : « si je donne 38€ à chaque élève, il me reste 49€. Mais si je donne 48€, j'aurai 21€ trop peu. Combien d'élèves ont travaillé dans le jardin et quel était le prix convenu ? »

En réponse à cet exercice, nous pouvons donner la solution de type arithmétique suivante : en donnant 48€ à chacun, il manque 21€, c'est-à-dire que 2 élèves n'ont que 38€ et il reste 1€. Mais si on donne 38€ à chacun, il y a 49€ en trop, c'est-à-dire que 5 élèves ont rendu 10€ sur les 48€ qu'ils avaient dans le premier scénario et il reste 1€. On en déduit qu'il y a 7 élèves (les deux qui n'avaient que 38€ plus les 5 qui ont rendu 10€). Le prix convenu pour chaque élève correspond à la somme des 38€ à laquelle on ajoute les 49€ restants que l'on divise par le nombre d'élèves. Le prix convenu est donc de $38 + \frac{49}{7} = 45\text{€}$. Cette possibilité de résoudre certains problèmes par l'arithmétique n'est pas du tout évoquée. L'outil mis à la disposition des élèves pour résoudre les problèmes « concrets » de ce type est alors tout désigné : c'est le système linéaire. Nous ne mettons donc jamais l'élève dans « la position où il doit se poser la question du choix de l'outil mathématique le plus performant » (Coulange, 2004, p. 42).

Au terme d'une analyse écologique s'inscrivant dans l'étude de programmes et de manuels, nous sommes maintenant en mesure de répondre à la première question que nous nous sommes posée : la « vie » de la modélisation mathématique en 3^e année du secondaire semble se réduire d'une part à une recherche de coefficients numériques de fonction dans l'habitat relatif aux fonctions du premier degré et d'autre part, à une méthode de « mise en équations » dans l'habitat relatif aux systèmes linéaires. Cela nous amène à nous interroger sur le travail restant à la charge de l'élève. Nous entamons alors notre réflexion sur les activités à la charge de l'élève en adoptant un autre point de vue, celui du contrat didactique. Nous avons en effet choisi d'articuler les approches théoriques de l'écologie et du contrat didactique en vue de dégager, à partir de l'analyse que nous menons, des hypothèses de règles du contrat didactique décrivant les comportements respectifs des élèves et des enseignants en rapport avec la démarche de modélisation.

Les termes de « contrat didactique » ont déjà été évoqués dans ce travail. Rappelons brièvement les idées sous-jacentes à ce concept. Du point de vue de la didactique, l'enseignant et les élèves occupent des positions asymétriques vis-à-vis du savoir. Les responsabilités de chacun d'eux dans une situation d'enseignement ne sont donc pas les mêmes : il y a ce que l'enseignant doit enseigner et comment il doit l'enseigner et il y a ce que l'élève doit savoir et comment il doit le savoir. Ce que chacun a le droit de faire ou de ne pas faire repose sur un ensemble de règles (explicites mais souvent implicites) que Brousseau (1998) nomme contrat didactique. Celui-ci est en fait une modélisation des droits et des devoirs implicites des élèves et de l'enseignant à propos d'un savoir mathématique à enseigner.

Dans l'habitat relatif aux fonctions du premier degré, nous relevons trois hypothèses de règles du contrat didactique :

- il faut recourir à une fonction du premier degré pour modéliser la situation « réelle » ;
- le type de fonction à utiliser (linéaire ou affine) se déduit du nombre de grandeurs présentes dans l'énoncé ;
- les coefficients numériques de la fonction apparaissent explicitement dans l'énoncé.

À la lueur de notre analyse de la partie consacrée aux systèmes linéaires dans les manuels, une première hypothèse de règle du contrat didactique apparaît : il faut résoudre le problème en utilisant un système linéaire. Les éventuelles résolutions de type algébrique sont en effet « passées sous silence ». Aussi, nous avons remarqué qu'une seule tâche est laissée à l'élève dans la mise en équations de problèmes « concrets » : l'écriture correcte du système à partir de l'énoncé. Nous pouvons alors supposer un ensemble de règles du contrat didactique qui permettront à l'élève d'accomplir la tâche avec succès :

- les grandeurs à choisir comme inconnues apparaissent explicitement dans l'énoncé ;
- le système à écrire à partir de l'énoncé peut être résolu par les méthodes vues au cours, c'est-à-dire qu'il comporte deux équations à deux inconnues.

La seule tâche laissée à l'élève dans la recherche de fonction est donc d'associer les coefficients numériques de la fonction aux grandeurs présentes dans l'énoncé. Quant à la résolution de problèmes « concrets » en rapport avec la modélisation mathématique, le seul travail à la charge de l'élève est de procéder à l'écriture d'un « bon » système linéaire à partir de l'énoncé. Nous complétons aussi notre étude par l'analyse des outils d'évaluation s'inscrivant dans une démarche de modélisation en 3^e année : aucun outil n'amène un travail de modélisation à partir d'une situation « réelle ». Toutefois, l'étude de l'outil pédagogique « Algèbre » diffusé par le réseau du Segec a enrichi nos constats. Cet outil présente quelques exemples de savoirs, savoir-faire et compétences sur différentes thématiques algébriques dans l'enseignement général de la première à la quatrième année. Trois exercices portant sur une mise en équations de problèmes « concrets » y sont proposés. Nous constatons que ceux-ci présentent les mêmes hypothèses de règles du contrat didactique. Citons par exemple l'exercice suivant où les inconnues à choisir apparaissent dans la question à la fin de l'énoncé et où la mise en équations amène un système de deux équations à deux inconnues :

Des pièces contre des billets

Un commerçant se rend à la banque pour échanger des pièces contre des billets. Il apporte 270€ et souhaite recevoir des billets de 5€ et de 20€. On lui donne 30 billets au total. Combien de billets de chaque sorte a-t-il reçus ?

Même si l'importance donnée aux fonctions du premier degré et aux systèmes linéaires comme outils de modélisation dans les directives des programmes paraît donner une « vie » et un habitat à la modélisation, l'étude des manuels nous permet de conclure que les exercices proposés ne débouchent pas vraiment sur une construction de modèles mathématiques à partir de

situations réelles. Nous pouvons même dire que les problèmes à résoudre sont « habillés » sous forme de situation concrète qui est associée à un modèle ; l'élève n'a donc plus qu'à faire fonctionner correctement ce modèle. Bien que le travail restant à la charge de l'élève soit un espace de liberté qu'il ne faut pas négliger, nous ne pouvons pas parler de réelle activité de modélisation.

Au niveau de la 3^e année, la compétence « modéliser » n'est donc pas mise en œuvre de la même façon que le stipulent les programmes. Il est maintenant intéressant de regarder en continuité de cette étude, l'enseignement de la modélisation mathématique à partir d'une situation « réelle » en classes de quatrième, cinquième et sixième années. C'est le travail que nous réalisons maintenant.

La modélisation en classe de 4^e

Pour étudier la place accordée en 4^e année à des activités de modélisation à partir de situations « réelles », nous adoptons à nouveau le double point de vue de l'écologie des savoirs et du contrat didactique. Nous entamons l'analyse écologique par une étude des programmes.

Dans le programme de 4^e année du Segec, nous trouvons dans le chapitre « La fonction du deuxième degré » la référence à des problèmes d'optimisation qui se rapprochent d'une démarche de modélisation à partir d'une situation « réelle » :

<i>Contenus</i>	<i>Directives et commentaires</i>
<i>Problèmes d'optimisation à propos d'une fonction du deuxième degré.</i>	<i>Privilégier des situations relevant de domaines physiques, économiques ou géométriques.</i>

Précisons que le programme du réseau du Restode de 4^e année ne mentionne pas les problèmes d'optimisation dans les contenus d'enseignement.

Le programme du Segec présente donc un habitat pour la modélisation mathématique en 4^e année - les fonctions du deuxième degré - ainsi qu'une niche - la résolution de problèmes d'optimisation. Pour obtenir des observables relatifs au contrat didactique qui vont nous permettre de dégager certaines hypothèses sur les règles du contrat didactique, nous suivons à nouveau la démarche qui consiste à dégager ces règles de l'analyse des manuels. Cette étude de manuels nous permettra en effet d'explicitier les caractéristiques d'un contrat didactique spécifique aux problèmes d'optimisation. Nous prenons comme référence les trois manuels suivants :

- *Mathématiques, des situations pour apprendre 4 ;*
- *Astro-math 4 ;*
- *Espace math 4.*

Nous analysons dans chacun des manuels les activités préparatoires, contenus théoriques et exercices en lien avec la résolution de problèmes d'optimisation à partir d'une situation « réelle ». Au vu de l'analyse de programmes que nous avons menée, nous consacrons notre

étude aux chapitres portant sur les fonctions du deuxième degré.

- **Activités préparatoires**

Les manuels ne proposent aucune activité de découverte en rapport avec une activité de modélisation mathématique.

- **Théorie**

En lien avec la résolution de problèmes d'optimisation, chacun des trois manuels énonce la propriété donnant les coordonnées du sommet d'une fonction du second degré. Aussi, le manuel *Mathématiques* présente sur la base d'un exemple une résolution de problème d'optimisation :

On aimerait construire un enclos pour mettre des poules à l'aide de 20 m de clôture. On peut de plus utiliser une clôture existante sur une des longueurs.

Quelles doivent être les dimensions de l'enclos pour que l'aire soit maximum ? Que vaut alors l'aire ?

On considère que y est la longueur de l'enclos et x sa largeur. On peut écrire $20 = y + 2x$. L'aire vaut alors $\mathcal{A} = xy$ ou $\mathcal{A} = x(20 - 2x)$ ou $\mathcal{A} = -2x^2 + 20x$. Le maximum est atteint pour $x = \frac{-20}{-4}$ ou 5 et vaut $\frac{-400}{-8}$ ou 50. L'enclos aura donc une largeur de 5 m et une longueur de $20 - 2 \cdot 5 = 10$ m. L'aire de l'enclos égale alors $\mathcal{A} = 50 \text{ m}^2$.

Astro-math procède de la même façon pour présenter à l'élève les problèmes d'optimisation :

Un cultivateur veut construire un enclos rectangulaire le long d'un côté de son étable. Sa clôture est longue de 80 m. Trouve l'aire maximale qu'il peut obtenir et les dimensions de son enclos.

Soient x la largeur et y la longueur de l'enclos. D'où, $2x + y = 80 \Rightarrow y = 80 - 2x$. L'aire de l'enclos est donnée par la relation : $f(x) = x(80 - 2x) \Rightarrow f(x) = -2x^2 + 80x$. Le maximum de la parabole est donc $S(20, 800)$. L'aire maximale de l'enclos est 800 m^2 et les dimensions de l'enclos sont 20 m et 40 m.

Notons qu'*Espace math* est le seul manuel qui n'évoque pas la résolution de problèmes d'optimisation.

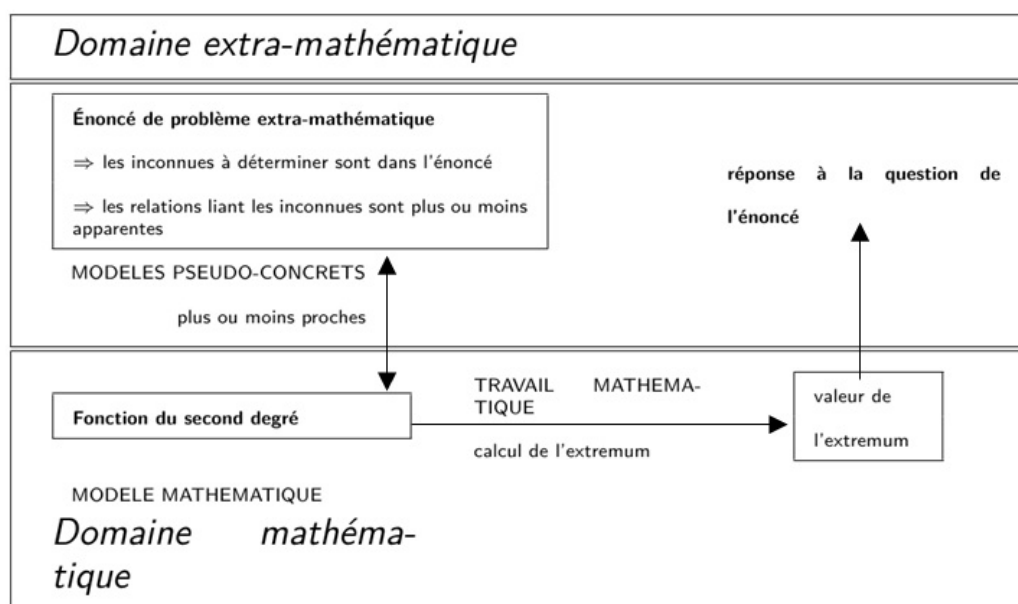
À la lumière des démarches de résolution présentées dans *Mathématiques* et *Astro-math*, nous distinguons plusieurs étapes de résolution que nous énonçons :

1. choix des inconnues ;
2. modélisation du problème par une fonction ;
3. recherche de l'extremum ;
4. présentation de la solution.

La troisième phase de recherche d'extremum est complètement outillée par la théorie sur les fonctions du second degré (par la propriété donnant les coordonnées du sommet de telles fonctions). Toutefois, nous ne trouvons aucun outil théorique pour aider l'élève dans le choix des inconnues et dans l'écriture de la fonction à maximiser ou à minimiser. Mais comme pour les problèmes « concrets » rencontrés en 3^e année, il existe ici aussi des contraintes sur les énoncés des problèmes d'optimisation :

- il y a toujours deux inconnues dans l'énoncé ;
- les inconnues à choisir correspondent aux grandeurs cherchées ;
- l'énoncé « cache » toujours une fonction du second degré : la grandeur à maximiser dans l'énoncé est toujours dépendante des deux inconnues mais l'énoncé présente une relation entre ces deux inconnues.

En lien avec la schématisation de la démarche de modélisation proposée par Coulange, il ne semble toujours pas y avoir, dans la méthode de résolution de problèmes d'optimisation décrite dans les manuels, l'équivalent d'un passage par un modèle pseudo-concret :



Nous examinons maintenant la partie consacrée aux exercices afin de confirmer l'existence de contraintes sur les énoncés.

- Exercices

L'examen de la partie réservée aux exercices confirme ces suppositions. En effet, la plupart des problèmes d'optimisation proposés dans les exercices semblent respecter les contraintes énoncées et représenter des modèles pseudo-concrets quasi-mathématiques de situations réelles. Illustrons nos propos par deux exercices tirés de deux manuels différents :

Détermine deux nombres dont la somme est 29 et dont le produit est maximal ? (Mathématiques).

Imaginons que tu disposes de 100 mètres de clôture pour un champ rectangulaire. Quelles dimensions dois-tu prendre pour obtenir une aire maximale ? (Astro-math).

Les deux inconnues à choisir apparaissent explicitement dans la question de l'énoncé. Aussi, la fonction à maximiser est toujours une fonction du second degré. L'extremum se calcule donc par un outil théorique du cours.

La « vie » de la modélisation dans la classe de 4^e a son habitat dans le chapitre dédié à l'étude des fonctions du second degré. Mais nous avons vu que les problèmes présents dans les manuels appartiennent plutôt au domaine pseudo-concret et le travail laissé à la charge de l'élève *a priori* n'est pas tout à fait en accord avec notre démarche de modélisation. Il lui reste en effet à écrire correctement l'expression de la fonction du second degré et cette tâche paraît très modeste par rapport à une activité de modélisation mathématique. Nous complétons maintenant notre réflexion sur ces activités à la charge de l'élève en adoptant le point de vue du contrat didactique. Nous mettons ainsi en avant les hypothèses de règles du contrat didactique relatif à la démarche de résolution de problèmes d'optimisation.

À la lumière de l'analyse écologique réalisée sur la base d'une étude de manuels, nous relevons une première hypothèse quant aux règles du contrat didactique : il faut résoudre le problème d'optimisation en utilisant la propriété donnant les coordonnées du sommet d'une fonction du second degré. Aussi, nous avons constaté qu'une seule tâche est laissée à l'élève dans le problème d'optimisation : l'écriture correcte de la fonction à partir de l'énoncé. Cette tâche est toutefois soumise à un ensemble de règles du contrat didactique :

- l'énoncé présente toujours une relation entre les deux inconnues ;
- la grandeur à maximiser ou à minimiser s'écrit par une fonction du second degré et elle s'obtient en utilisant la relation entre les deux inconnues.

Pour résoudre un problème d'optimisation à partir d'une situation « réelle », l'élève est donc exposé à un énoncé qui appartient déjà à un domaine pseudo-concret. Il n'y a donc pas de construction de modèles mathématiques à partir de situations réelles. Comme pour la résolution de problèmes « concrets » en 3^e année, le travail à la charge de l'élève est un espace de liberté

non négligeable mais il ne s'inscrit pas dans une réelle activité de modélisation mathématique.

Enrichissons maintenant nos constats sur le processus de modélisation en classe de 4^e année par une analyse des outils d'évaluation. Parmi l'ensemble des outils destinés aux élèves de 4^e, un seul est associé au registre « modéliser ». Il s'agit de l'outil « le jet » appartenant à la famille de tâches « Grandeurs et fonctions / Modéliser ». La tâche proposée à l'élève est la suivante :

Consigne

Un professeur de mathématique a filmé avec une caméra numérique son fils en train de lancer un ballon. En regardant cet enregistrement avec arrêts sur image, il recueille les données présentées dans le tableau ci-dessous.

On te demande :

- de reporter les données du tableau dans le repère fourni,
- puis de déterminer une fonction qui modélise le phénomène observé,
- ensuite de confronter ton modèle aux données fournies (comparer les hauteurs calculées à l'aide de ton modèle aux hauteurs mesurées),
- enfin de tirer une conclusion sur la validité de ta modélisation.

Présente ton travail de manière structurée et soignée.

Tu peux utiliser une calculatrice.

Documentation :

Tableau : Hauteur du ballon par rapport au sol.

Temps en secondes	Hauteurs du ballon en centimètres
0	84
0,1	121
0,2	149
0,3	167
0,4	175
0,5	174
0,6	163
0,7	143
0,8	114
0,9	75

En lien avec l'activité de modélisation, le travail demandé à l'élève est de trouver la fonction qui modélise le phénomène. Toutefois, le problème tel qu'il est présenté dans cet outil ne

demande aucun passage par l'intermédiaire d'un modèle pseudo-concret. En effet, le problème est déjà mathématisé car l'élève a préalablement tracé la fonction qui représente le phénomène observé sur base des données du tableau. Le modèle mathématique étant déjà construit, le travail à la charge de l'élève est d'associer le graphique à l'expression d'une fonction vue au cours. Cette tâche requiert l'utilisation d'outils théoriques mais ne s'inscrit pas dans une activité de modélisation.

Précisons aussi que nous ne trouvons pas d'outil en lien avec une démarche de modélisation en 4^e année dans les documents d'accompagnement diffusés par le Segec.

Nous poursuivons ce travail sur la place accordée à l'activité de modélisation dans l'enseignement des mathématiques en considérant un autre niveau d'enseignement, à savoir celui de 5^e année.

La modélisation en classe de 5^e

Pour étudier les activités de modélisation dans l'enseignement des mathématiques en 5^e année, nous articulons encore notre travail autour de l'écologie des savoirs et du contrat didactique. Pour ce faire, nous procédons d'abord à l'analyse des programmes.

À la lecture des programmes de 5^e année, nous retrouvons des activités de modélisation dans deux chapitres différents :

- **Calcul matriciel, déterminants, systèmes d'équations du premier degré**

Programme du Segec :

Résoudre un problème : modéliser une situation en faisant appel à un système d'équations linéaires et résoudre celui-ci.

Programme du Restode :

Utiliser une matrice pour décrire une transformation élémentaire et pour modéliser une situation.

- **Dérivées**

Programme du Segec :

Recherche d'extremums dans le cadre de problèmes d'optimisation. Résoudre un problème : dans un contexte qui requiert un travail de modélisation, comparer des modes de croissance, déterminer un extremum.

Programme du Restode :

*Utiliser les propriétés des dérivées dans des applications diverses.
Applications diverses : problèmes d'optimisation.*

Nous complétons maintenant cette brève analyse de programmes par une étude de manuels, d'outils d'évaluation et d'outils pédagogiques diffusés par le Segec. Le manuel *Espace math 5* a fait l'objet de notre analyse.

Nous nous concentrons d'abord sur les activités de modélisation à partir d'une situation « réelle » dans l'habitat relatif au calcul matriciel, aux déterminants et aux systèmes d'équations du premier degré. En lien avec de telles activités, nous étudions chacune des trois parties du manuel (activités préparatoires - théorie - exercices).

• Activités préparatoires

Des activités préparatoires introduisent une méthode de résolution de problèmes. Nous les illustrons par l'extrait suivant :

*Un lundi matin, à la boulangerie Padvag & Lengtsukré :
Ernest paie 5,1€ pour 4 croissants, 6 sandwiches et 3 baguettes ;
Jeanne débourse 1,6€ pour 2 croissants et 4 sandwiches ;
Claudine donne 0.9€ pour 3 croissants.*

- 1. Utilise les inconnues x , y et z pour désigner le prix unitaire de chacun des trois produits.
Veille à préciser ce que désigne x , y et z .*
- 2. Traduis le prix payé par chacun par une équation utilisant les inconnues.*
- 3. Résous le système rassemblant ces trois équations et donne le prix de chacun des produits. N'oublie pas de vérifier.*

Il s'agit donc de problèmes de la « vie courante » conduisant à un système de trois équations à trois inconnues qui présentent une même démarche de résolution que les problèmes « concrets » rencontrés en 3^e année :

- choix des inconnues ;
- mise en équation du problème ;
- résolution du système ;
- vérification.

- **Théorie**

La partie théorique du chapitre « Systèmes linéaires » est constituée de connaissances sur la résolution de systèmes linéaires :

- vocabulaire et notations ;
- propriétés ;
- interprétation géométrique ;
- méthodes de résolution (méthode de substitution, méthode de Gauss, système de Cramer).

Au vu des outils théoriques disponibles, nous constatons que seule la troisième phase de résolution du système énoncée ci-dessus est outillée par les connaissances du cours. Mais comme pour les problèmes « concrets » analysés précédemment, l'analyse des exercices révèle que les inconnues à choisir correspondent aux grandeurs cherchées et que l'énoncé « cache » toujours un système linéaire à trois équations à trois inconnues. Ce dernier peut donc être résolu par une méthode du cours. Appuyons nos propos par les deux exercices suivants :

Trois flibustiers Courtecuisse, Failonfeu et Jolle-Borgne doivent se répartir le fruit de leurs rapines : 500 louis d'or. Trouve les parts de chacun d'eux si l'on te dit que Courtecuisse ne reçoit que le quart de la somme des parts de ses deux comparses, que Failonfeu exige une part égale à la différence des deux autres.

Trois financiers, Mr Sœur, Mme Cousin et Mr Tante, se portent acquéreurs du célèbre vignoble bordelais, le Château Jument Noire pour la coquette somme de 2 230 000€.

Mr Tante prétend qu'il pourrait le payer seul si Mme Cousin lui donnait la moitié du montant en sa possession ; cette dernière serait disposer à le financer seule si, du moins, Mr Sœur lui cédait le tiers de son avoir ; ce dernier ne souhaite que le quart de la fortune de Mr Tante pour l'acquérir seul. Quelle somme d'argent possède chacun des financiers pour acheter cette propriété ?

L'analyse des exercices proposés nous amènent ainsi aux mêmes hypothèses de règles du contrat didactique que nous avons énoncées pour les problèmes « concrets » rencontrés en 3^e année :

- il faut résoudre le problème en utilisant un système linéaire ;
- les grandeurs à choisir comme inconnues apparaissent explicitement dans l'énoncé ;
- le système à écrire à partir de l'énoncé comporte trois équations à trois inconnues et peut donc être résolu par les méthodes vues au cours.

Dans la continuité de notre étude, nous constatons que l'objet « système linéaire » qui fait son apparition au niveau de la 3^e année est lié de manière forte à une méthode de mise en équations de problèmes « concrets » et que cette méthode est similaire à celle qui rencontrée en 5^e année. Nous constatons aussi que l'enseignement des systèmes linéaires à ce niveau ne vise pas non plus l'apprentissage de la modélisation : la situation est associée à un modèle qu'il suffit de faire fonctionner correctement. Il ne s'agit donc pas d'une réelle activité de modélisation.

Nous nous intéressons maintenant aux problèmes d'optimisation en classe de 5^e. Pour rappel, nous avons étudié les problèmes d'optimisation en 4^e année et nos analyses ont révélé que de tels problèmes n'amènent pas une réelle activité de modélisation car il suffit à l'élève de faire fonctionner le modèle déjà associé à la situation. Nous cherchons donc à prolonger nos recherches pour l'enseignement de la modélisation en 5^e année. En lien avec l'analyse des programmes que nous avons menée, nous consacrons notre étude au chapitre « Applications des dérivées ». Dans les contenus théoriques du manuel est décrite une méthode de résolution de problèmes d'optimisation :

Pour résoudre un problème d'optimisation,

1. *on distingue dans l'énoncé les données des inconnues ;*
2. *parmi les grandeurs inconnues, on choisit la variable et ses bornes de variation ; on exprime les autres grandeurs inconnues en fonction de cette variable ;*
3. *on exprime la fonction de la variable choisie que l'on doit maximiser (recherche de la valeur maximale) ou minimiser (recherche de la valeur minimale) ;*
4. *on calcule la dérivée de la fonction ;*
5. *on recherche les racines de cette dérivée ;*
6. *on les confronte avec les conditions exigées dans l'énoncé ;*
7. *on vérifie pour la (ou les) valeur(s) retenue(s) que la fonction est bien maximisée ou minimisée ;*
8. *on conclut !*

Les quatrième et cinquième phases de résolution sont largement outillées par les connaissances du cours théorique. Toutefois, comme pour les problèmes d'optimisation dans l'habitat relatif aux fonctions du second degré, nous ne trouvons aucun outil théorique pour aider l'élève dans le choix des inconnues et dans l'écriture de la fonction à maximiser ou à minimiser. Mais il semble à nouveau exister des contraintes sur les énoncés des problèmes d'optimisation :

- les inconnues à choisir correspondent aux grandeurs cherchées ;
- la grandeur à maximiser dans l'énoncé est toujours dépendante des inconnues mais l'énoncé présente une ou des relation(s) entre ces inconnues.

Nous examinons maintenant la partie consacrée aux exercices afin de confirmer l'existence de telles contraintes sur les énoncés.

• Exercices

La plupart des problèmes d'optimisation proposés dans les exercices semblent respecter les contraintes énoncées et représenter des modèles pseudo-concrets quasi-mathématiques de situations réelles. Illustrons nos propos par deux exercices :

Le chien de Camille est fugueur ! Aussi, elle souhaite construire dans son jardin un enclos rectangulaire. Pour le bonheur de l'animal, il faudrait un rectangle d'aire la plus vaste possible. Quelles devraient être ses dimensions si le grillage mesure 60 mètres de longueur ?

Il est parfois pénible d'avoir un tonton féru de mathématiques. En effet, dernièrement, il annonce fièrement à son neveu : « Je voudrais partager 35€ entre toi et ton petit frère, de telle manière que... le produit du cube de ta part par celle de ton frère soit le plus grand possible ». Aide-le à trouver les deux parts sinon ils ne recevront rien !

Nous constatons que les deux inconnues à choisir apparaissent explicitement dans la question de l'énoncé. Aussi, l'énoncé présente clairement une relation entre ces inconnues :

- « *le grillage mesure 60 mètres de longueur* » (les inconnues sont les dimensions du grillage) ;
- « *je voudrais partager 35€ entre toi et ton petit frère* » (les inconnues sont les montants des parts de chacun).

Enfin, la grandeur à maximiser est dépendantes de ces deux inconnues.

À la lueur de l'analyse écologique que nous avons menée, nous dégageons une première règle du contrat didactique : il faut résoudre le problème d'optimisation en utilisant une méthode de dérivation. Aussi, la tâche laissée à la charge de l'élève consiste en l'écriture correcte de l'expression de la fonction à minimiser ou à maximiser. Cette tâche est soumise aux règles du contrat didactique énoncées ci-dessous, proches de celles établies pour les problèmes d'optimisation rencontrés en 4^e année :

- l'énoncé présente toujours une relation entre les deux inconnues ;
- la grandeur à maximiser ou à minimiser s'écrit par une fonction qui s'obtient en utilisant la relation entre les deux inconnues.

La résolution de problèmes d'optimisation à partir d'une situation « réelle » ne semble donc pas s'inscrire dans une réelle démarche de modélisation mathématique tant au niveau de la 4^e année que de la 5^e année. Les énoncés sont en effet « habillés » sous forme de situation concrète qui est associée à un modèle ; l'élève n'a donc plus qu'à faire fonctionner correctement ce modèle. Encore une fois, bien que le travail restant à la charge de l'élève soit un espace de liberté qu'il ne faut pas négliger, il ne s'agit pas d'une réelle activité de modélisation.

Complétons maintenant nos recherches sur le processus de modélisation en classe de 5^e année par une analyse des outils d'évaluation. Parmi l'ensemble des outils destinés aux élèves de 5^e, deux outils sont associés au registre « modéliser ». Il s'agit des outils « les marrés » et « Ottawa » appartenant à la famille de tâches « Grandeurs et fonctions / Modéliser ». Les tâches proposées étant similaires, nous présentons uniquement celle de l'outil « Ottawa » :

Consigne

Tu l'as étudié en géographie, la température d'un lieu donné à un moment donné varie en fonction de nombreux facteurs (altitude et latitude, notamment). Elle varie aussi en fonction du temps (saisons). La variation de la température mensuelle moyenne à Ottawa peut être modélisée par une équation d'une fonction que tu as étudiée. Le tableau ci-dessous te présente, par mois, les valeurs moyennes des températures à Ottawa calculées sur 30 ans (de 1961 à 1991).

On te demande :

- de construire le graphique à partir des données du tableau,
- puis de déterminer une équation de la fonction qui correspond le mieux aux données (qui modélise le phénomène),
- ensuite de comparer l'équation que tu as obtenue aux données fournies en au moins 4 points,
- enfin, de tirer une conclusion de cette comparaison pour ton modèle.

Tu veilleras à détailler au maximum ta démarche.

Tu peux utiliser une calculatrice.

Documentation

Tableau 1 : Températures mensuelles moyennes à Ottawa.

Mois	Mars	Avr	Mai	Juin	Jui	Août	Sep	Oct	Nov	Déc	Jan	Fév
Températures mensuelles moyennes (°)	-2	6	13	18	21	19	14	8	1	-7	-10	-8

Comme pour l'outil d'évaluation « Le jet » proposé aux élèves de 4^e et présenté plus haut, le problème est déjà mathématisé car l'élève a préalablement tracé la fonction qui représente le phénomène observé sur base des données du tableau. Le modèle mathématique étant déjà construit, le travail à la charge de l'élève est une phase de travail mathématique dans le modèle, c'est-à-dire associer le graphique à l'expression d'une fonction vue au cours. Une telle tâche ne représente donc pas une réelle activité de modélisation.

Aussi, nous ne trouvons pas d'exercice en lien avec une démarche de modélisation mathématique à partir d'une situation « de la vie courante » dans les outils pédagogiques du Segec.

Nous terminons maintenant notre recherche sur le développement de la compétence « modéliser » dans l'enseignement des mathématiques par l'étude de la place accordée aux activités de modélisation à partir de situations « réelles » en 6^e année.

La modélisation en classe de 6^e

En analysant les programmes de 6^e, nous repérons des activités de « modélisation » dans le chapitre « Fonctions logarithmes et exponentielles ». Illustrons nos propos par les extraits suivants :

Programme du Restode :

Modéliser des problèmes de manière à les traiter au moyen des fonctions logarithmique et exponentielle.

Programme du Segec :

Résoudre un problème issu des mathématiques, des sciences, de l'économie, . . . au moyen des fonctions logarithmes et/ou exponentielles.

Cette étude de programmes nous fournit donc un habitat pour la modélisation mathématique : les fonctions logarithmes et exponentielles. Nous poursuivons maintenant notre analyse écologique par l'étude de manuels. Nous prenons comme référence le manuel *Cqfd Maths 6^e*. Pour chaque chapitre, le manuel est constitué d'activités d'exploration, de synthèses théoriques et d'exercices. Nous analysons chacune de ces parties en nous focalisant sur le chapitre dédié aux fonctions logarithmiques et exponentielles. Toutefois, les activités préparatoires présentées étant similaires aux exercices proposés, nous analysons la place accordée à la démarche de modélisation uniquement dans le cours théorique et dans la partie réservée aux exercices.

• Théorie

Nous repérons des contenus théoriques en lien avec une activité de modélisation :

Lorsqu'on étudie une situation de croissance exponentielle continue, on observe un taux de variation constant sur des intervalles de temps égaux.

Exemple :

Dans un milieu de culture défini, une population de bactéries double toutes les demi-heures.

Soit P_0 la population au début de l'observation et x le nombre d'heures écoulées.

Lorsque la variable x augmente à pas constant (ici de demi-heure en demi-heure), les valeurs de la fonction évoluent (augmentent ou diminuent) à taux constant (la population double).

La situation peut être modélisée par la fonction $f(x) = P_0 4^x$, car, d'unité en unité, la population est multipliée par 4.

Lorsque qu'on doit reconnaître une situation de croissance (ou décroissance) exponentielle à partir d'un tableau de valeurs expérimentales, on vérifie d'abord que les observations ont été faites sur des intervalles de temps égaux (la variable) augmente à pas constant) et on calcule le rapport de valeurs consécutives.

Si ce rapport est quasi constant et si a est une valeur approchée de ce rapport, la situation peut être modélisée par une fonction de la forme

$$f(x) = ba^x$$

b étant la valeur initiale (pour $x = 0$) de la fonction.

De cet extrait du cours théorique, nous dégageons plusieurs hypothèses sur les problèmes à modéliser avec des fonctions logarithmes et/ou exponentielles :

- la fonction à déterminer est une fonction exponentielle ;
- elle est de la forme $f(x) = ba^x$ où a est le rapport entre deux valeurs consécutives et b étant la valeur initiale de la fonction.

En vue de confirmer nos hypothèses, nous examinons maintenant la partie réservée aux exercices.

● Exercices

La plupart des énoncés semblent bien respecter les hypothèses énoncées. Appuyons nos affirmations par un exercice « type » que nous retrouvons dans le manuel :

Un acteur a dû prendre 30 kilos pour les besoins d'un rôle dans un film. Après le tournage, il consulte un médecin pour perdre au plus vite les kilos superflus. Le régime sévère proposé lui fera perdre 25% des 30kg le premier mois et ensuite 25%, par mois, des kilos encore en surplus. Modéliser la fonction qui permet de calculer la perte de poids de mois en mois.

Bien que l'exercice ne demande pas de modéliser la situation à partir d'un tableau de valeurs expérimentales, l'élève peut se baser sur les indications données dans les activités préparatoires : « *si ce rapport est quasi constant et si a est une valeur approchée de ce rapport, la situation peut être modélisée par une fonction de la forme $f(x) = ba^x$, b étant la valeur initiale (pour $x = 0$) de la fonction* ». Ici, a est donné explicitement dans l'énoncé. L'élève doit donc trouver les valeurs de a et de b à partir de l'énoncé.

En 6^e année du secondaire, la « vie » de la modélisation mathématique semble se réduire à une recherche de coefficients numériques de fonctions dans l'habitat relatif aux fonctions exponentielles. Cela nous amène à nous interroger sur le travail restant à la charge de l'élève. Nous entamons alors notre réflexion sur les activités à la charge de l'élève en adoptant un autre point de vue, celui du contrat didactique.

De notre analyse écologique, nous dégagons différentes hypothèses de règles du contrat didactique :

- il faut recourir à une fonction exponentielle pour modéliser la situation de la vie « réelle » ;
- les coefficients numériques de la fonction apparaissent explicitement dans l'énoncé.

La seule tâche laissée à l'élève dans la recherche de fonction est donc d'associer les coefficients numériques de la fonction exponentielle aux grandeurs présentes dans l'énoncé. L'étude des manuels nous permet donc de conclure que les exercices proposés ne débouchent pas vraiment sur une construction de modèles mathématiques à partir de situations réelles : les exercices sont « habillés » sous forme de situation concrète qui est associée à un modèle ; l'élève n'a donc plus qu'à faire fonctionner correctement ce modèle.

En prolongation de notre étude, nous constatons donc que l'outil « fonction », déjà rencontré en 3^e année pour modéliser une situation de la vie « réelle », ne vise toujours pas, en 5^e année, une réelle activité de modélisation.

Nous terminons maintenant nos recherches par l'étude d'un outil d'évaluation destiné aux élèves de 6^e année et se prêtant à des activités de modélisation : l'outil « Polonium » appartenant à la famille de tâches « Grandeurs et fonctions / Modéliser ». L'exercice est le suivant :

Consigne

Un détecteur à scintillations est utilisé pour mesurer la radioactivité d'un échantillon. L'activité d'un échantillon est évaluée par le nombre d'impulsions par minute que reçoit le détecteur ; elle varie avec le temps et peut être décrite par un type de fonction que tu as étudié.

On te demande :

- de construire dans le repère fourni un graphique à partir des données du tableau,
- puis de déterminer une fonction qui correspond le mieux aux données (qui modélise le phénomène),
- ensuite de comparer la fonction que tu as obtenue aux données fournies, en au moins 3 points,
- enfin, de tirer une conclusion de cette comparaison pour ton modèle.

Pour terminer, avec la fonction que tu as déterminée, on te demande de déduire le moment où l'activité de l'échantillon est réduite de moitié.

Tu veilleras à détailler au maximum ta démarche.

Tu peux utiliser une calculatrice.

Documentation

Tableau 1

Temps (jours)	0	30	60	90	120	150	180	210	240	270
Activité (impulsions/-minute)	1000	896	797	701	571	474	417	348	291	262

La tâche proposée à l'élève respecte les hypothèses de règles du contrat didactique que nous avons énoncées ci-dessus. En effet,

- la fonction à déterminer est une fonction exponentielle ;
- elle est de la forme $f(x) = ba^x$ où a est le rapport entre deux valeurs consécutives et b est la valeur initiale de la fonction.

En conclusion, nous avons caractérisé le type d'enseignement actuel autour des problèmes concrets à mettre en équations, des problèmes d'optimisation et des fonctions comme outils de modélisation en classe de 3^e, 4^e, 5^e et 6^e années. Nous avons constaté qu'au moins une des phases fondamentales du processus de modélisation à partir d'une situation « réelle » n'est pas présente lors des activités proposées aux élèves dans les manuels, les outils d'évaluation et les outils pédagogiques du Segec. Dans l'enseignement autour de ce type particulier de modélisation, les élèves sont en effet exposés à un énoncé qui appartient déjà à un domaine pseudo-concret, les inconnues dans l'énoncé sont déjà identifiées et la plupart du temps le modèle « à résoudre »

est explicitement donné de part la situation qui lui est associée.

L'analyse écologique que nous avons menée n'a toutefois pas visité l'ensemble des chapitres des manuels pour chaque niveau d'enseignement. Nos choix de chapitres ont été guidés par les contenus et commentaires des programmes en lien avec l'activité de modélisation et nous n'avons donc pas eu l'ambition de traiter l'ensemble des situations de modélisation que l'élève pourrait rencontrer dans les manuels ou autre organisation didactique. De plus, en réduisant la modélisation mathématique à des démarches de modélisation à partir d'une situation « réelle », nous n'avons pas considéré la compétence « modéliser » dans toute sa variabilité. Toutefois, l'échantillon des situations que nous avons analysé nous a permis de pointer des constats de développement de la modélisation entre les programmes et les manuels.

Nous nous intéressons maintenant à la démarche de preuve dans l'enseignement des mathématiques. La méthode de travail adoptée dans le point suivant est similaire à celle utilisée pour l'étude de la démarche de modélisation dans nos classes.

VII.1.2 Le processus de preuve

Le travail que nous réalisons dans cette section a pour but d'évaluer la place accordée à de réelles activités de preuve dans l'enseignement des mathématiques.

Le mot « preuve » est souvent employé en mathématiques et aussi dans le milieu scolaire autant que le mot « démonstration ». Il semble que la différence entre ces deux mots est aujourd'hui bien partagée dans la communauté des didacticiens. Nous citons d'abord les définitions données par Balacheff :

« Nous appelons preuve une explication acceptée par une communauté donnée à un moment donné. Cette décision peut être l'objet d'un débat dont la signification est l'exigence de déterminer un système de validation commun aux interlocuteurs. Au sein de la communauté mathématique ne peuvent être acceptées pour preuve que des explications adoptant une forme particulière. Elles sont une suite d'énoncés organisée suivant des règles déterminées : un énoncé est connu comme étant vrai, ou bien est déduit de ceux qui le précèdent à l'aide d'une règle de déduction prise dans un ensemble de règles bien défini. Nous appelons démonstrations ces preuves. [...] Ce qui caractérise les démonstrations comme genre de discours est leur forme strictement codifiée » (Balacheff, 1988, pp. 147-148).

Autrement dit, « le mot "preuve" désigne surtout une justification dont la validité peut être modifiable en fonction de la communauté et du temps. En revanche, le mot "démonstration" désigne la preuve qui adopte une forme particulière » (Miyakawa, 2005, p. 30). Nous retenons

également la définition donnée par Gandit (2004) :

La preuve en mathématiques est à la fois l'outil pour construire les mathématiques et le moyen de communiquer. C'est aussi un processus et un produit. La preuve vise à lever le doute, à valider, à établir la vérité, à convaincre, mais aussi à expliquer, ces différentes fonctions du processus ayant pour cadre une rationalité propre aux mathématiques. La preuve, en tant que produit pour communiquer, est l'aboutissement d'un travail d'écriture, qui accompagne le processus tout au long de son déroulement. Sous ces deux aspects de processus et de produit, elle se construit lentement au cours d'une longue période expérimentale, dans la recherche d'un problème (p. 425).

Cela nous amène à nous interroger sur les types d'activités mises en place dans les classes autour de la preuve. Aussi, la fonction de la preuve telle qu'elle est présentée dans la définition de Gandit se révèle-t-elle réellement dans notre enseignement des mathématiques ? En vue de répondre à ces questions, nous organisons à nouveau notre travail du point de vue de l'écologie des savoirs et du contrat didactique. Comme pour nos recherches sur la démarche de modélisation dans notre enseignement, l'analyse écologique s'appuie sur une étude de programmes et de quelques manuels. Nous dégageons ensuite des hypothèses de règles du contrat didactique sous-jacentes aux démarches de preuve dans les classes. Aussi, nous spécifions notre travail au niveau de la 3^e, 4^e, 5^e et 6^e années du secondaire car c'est à partir de la 3^e année que l'apprentissage de la démonstration est initié.

Le point de départ de notre travail est une analyse écologique des programmes officiels des 2^e et 3^e degrés du secondaire. L'extrait ci-dessous des programmes du réseau Restode montre qu'une certaine place est laissée à la démonstration :

Les sujets d'étude retenus trouvent un ancrage dans des intuitions et des connaissances des élèves, et se prêtent à des activités de recherche, de conjecture et de démonstration.

La géométrie s'organise d'abord autour de quelques grands théorèmes : Thalès, Pythagore, les cas d'isométrie et de similitude des triangles. [...] Le paysage géométrique qui s'enrichit ainsi se prête bien à des organisations déductives et à l'argumentation. Cette compétence qui intègre des facultés d'observation, de raisonnement et d'expression, est essentielle dans toute formation intellectuelle. Elle sera développée tout au long du degré pour aboutir à une maîtrise des processus de démonstration.

Nous poursuivons notre analyse de programmes en mettant en évidence les habitats à considérer pour les objets de preuve. Nous trouvons des activités de démonstration dans différents chapitres de géométrie et à des niveaux d'enseignement différents :

Théorème de Pythagore - Nombres irrationnels (3^e) :

- Démonstration du théorème de Pythagore. La démonstration pourra être traitée comme application des cas d'isométrie des triangles.
- Démonstration des propriétés.

Configurations de Thalès - Rapports et proportions (3^e) :

- Découverte et énoncé des propriétés liées aux configurations de Thalès. La recherche de propriétés et de liens relatifs à ces configurations conduira à des activités de démonstration. On dégagera à cette occasion des critères de parallélisme.
- Propriétés de proportions : à partir d'une égalité de rapports, rechercher une configuration de Thalès qui conduit à une construction ou à une démonstration.

Cas d'isométrie des triangles (3^e) :

- Activités de construction et de démonstration.

Cas des similitudes des triangles (3^e) :

- Démonstration de propriétés.

Calcul vectoriel (4^e) :

- Écrire et démontrer des propriétés d'alignement, de parallélisme.
- Démontrer des propriétés géométriques en utilisant le calcul vectoriel.

Produit scalaire (5^e) :

- Démontrer des propriétés géométriques en utilisant le produit scalaire.

Trigonométrie (5^e) :

- Dans le triangle quelconque, on démontrera les formules de l'aire, du sinus et du cosinus.

Géométrie (5^e) :

- Démontrer une propriété nouvelle en exploitant des modes de raisonnement déjà exercés.

Les programme du réseau libre mettent également l'accent sur les activités de démonstration :

Le travail mathématique initie l'élève à une certaine façon d'argumenter, dans un cadre de pensée et avec un langage propres à cette discipline. Ce type de compétence s'acquiert pendant les cours eux-mêmes, par exemple lorsque le professeur incite l'élève à dire ce qu'il fait, à énoncer les principes, les règles qu'il applique, à repérer pourquoi il factorise, développe... , mais aussi lorsqu'il structure ses notes, assimile, produit et rédige une démonstration.

Nous repérons aussi le rôle important que joue la démonstration en géométrie :

Isométrie (3^e) :

- On choisira des énoncés qui conduisent à fixer quelques méthodes de démonstration.

Pythagore (3^e) :

- *Démonstration du théorème de Pythagore. La démonstration pourra être traitée comme application des cas d'isométrie des triangles.*
- *Démonstration de propriétés.*

Projections parallèles et triangles semblables (3^e) :

- *Activités de démonstration.*
- *Problèmes de construction et de calcul, recherche et démonstration de propriétés.*

Trigonométrie (4^e) :

- *Démontrer les relations trigonométriques dans un triangle quelconque.*

Calcul vectoriel (5^e) :

- *Rédiger et présenter avec clarté, rigueur et concision la démonstration d'une propriété géométrique qui a été explorée en classe.*
- *Écrire et démontrer vectoriellement des propriétés d'alignement ou de parallélisme.*

La brève analyse de programmes développée ci-dessus nous amène à faire deux constats. D'une part, le terme « preuve » n'apparaît pas dans les programmes ; seule l'activité de « démonstration » est évoquée. D'autre part, la démonstration semble vivre uniquement dans le domaine de la géométrie.

Nous complétons maintenant notre approche écologique par une étude de manuels. Nous prenons comme référence l'ensemble des sept manuels déjà cités (nous n'utilisons pas le manuel *Cqfd Maths 6^e* car, au vu de l'étude des programmes, la démonstration n'est pas un contenu spécifique d'enseignement en 6^e année) :

- *Maths Manuel 3 ;*
- *Astro-math 3 ;*
- *Espace math 3 ;*
- *Mathématiques, des situations pour apprendre 4 ;*
- *Astro-math 4 ;*
- *Espace math 4 ;*
- *Espace math 5.*

Partant ainsi de l'hypothèse que les manuels sont une source pour établir d'éventuelles règles du contrat didactique, l'étude que nous réalisons maintenant nous apportera des éléments constituant des outils d'analyse pour la suite de notre travail.

Suite aux constats énoncés ci-dessus, nous décidons d'étudier dans chacun des sept manuels les chapitres consacrés à la géométrie. Nous nous intéressons dans un premier temps aux contenus théorique en vue de relever une éventuelle définition de preuve. L'analyse du cours d'exercices réalisée dans un second temps vise l'identification des types de tâches proposées aux élèves, en lien avec la démarche de preuve.

- **Théorie :**

Comme nous l'avons souligné pour les programmes, le terme « preuve » ne trouve pas non plus sa place dans les manuels. Aussi *Astro-math 3* est le seul manuel à proposer une définition de la démonstration :

Une démonstration est un raisonnement par lequel on établit la véracité d'une proposition en utilisant des définitions, des propriétés connues, les éléments de l'hypothèse,...

Elle se structure en cinq parties :

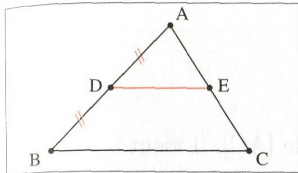
- **la proposition** : énoncé de la propriété à vérifier.
- **la figure** : traduction géométrique la plus complète possible de l'énoncé. On y indique, par les signes mathématiques adéquats, tous les éléments connus.
- **l'hypothèse** : traduction mathématique des données.
- **la thèse** : traduction mathématique de l'information à obtenir.
- **le raisonnement** : chaîne de déductions élaborées à partir des connaissances antérieures, des éléments de l'hypothèse.

Cette définition met l'accent sur le raisonnement déductif de la preuve. Par ailleurs, en analysant les contenus théoriques, nous constatons que les preuves sont toutes élaborées selon une chaîne de déduction : « *puisque... on en déduit... par conséquent... donc...* » ; « *puisque... or... donc...* » ; « *comme... dès lors... il vient...* » ; ... Il s'agit en fait d'un enchaînement de propositions établi par les raisonnements déductifs à partir des hypothèses données jusqu'à la conclusion. En nous appuyant sur la définition de démonstration donnée par Balacheff, nous pouvons affirmer que c'est par cette succession de chaînons de déduction que la preuve mathématique se réduit, dans les manuels, à des activités de démonstrations. Les manuels prônent ainsi implicitement l'utilisation de raisonnements déductifs comme moyen d'apprentissage de la preuve.

Aussi, au vu des démonstrations présentes dans les contenus théoriques, nous soulignons la confusion entre « condition nécessaire » et « condition suffisante ». Citons par exemple le théorème dit « théorème des milieux » (cas particulier du théorème de Thalès appliqué au triangle), démontré dans le manuel *Espace math 3*, où l'on utilise, dans la preuve du théorème direct et celui de la réciproque, le même critère de similitude appliqué aux mêmes triangles. Les deux démonstrations sont présentées ci-dessous.

Théorème des milieux :

- 1** Un segment, issu du milieu d'un côté d'un triangle, et parallèle à un autre côté, coupe le troisième côté en son milieu et a une longueur égale à la moitié de celle du côté qui lui est parallèle.



- 1) **Dessin et données :** ABC est un triangle
D milieu de [AB]
DE parallèle à BC

- 2) **Thèse :** E milieu de [AC]
 $\overline{DE} = \frac{1}{2} \overline{BC}$

- 3) **Outil :** un critère de similitude des triangles

4) **Démonstration**

$\triangle ADE \sim \triangle ABC$ puisqu'ils ont deux angles respectivement de même amplitude :

$$\hat{A} = \hat{A} \quad (\text{angle commun})$$

$$\hat{D} = \hat{B} \quad (\text{angles correspondants formés par deux parallèles et une sécante})$$

Dès lors, les côtés homologues sont proportionnels :

$$\overline{AD} = k \overline{AB} \quad , \quad \overline{AE} = k \overline{AC} \quad , \quad \overline{DE} = k \overline{BC}.$$

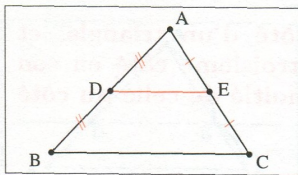
Puisque D est milieu de [AB], $\overline{AD} = \frac{1}{2} \overline{AB}$.

$$\text{Dès lors} \quad \left| \begin{array}{l} k = \frac{1}{2} \\ \overline{AE} = \frac{1}{2} \overline{AC} \text{ et donc E est milieu de [AC]} \\ \overline{DE} = \frac{1}{2} \overline{BC}. \end{array} \right.$$

Réciproque du théorème des milieux :

La réciproque se particularise :

- 2) Le segment qui joint les milieux de deux côtés d'un triangle est parallèle au troisième côté et sa longueur est la moitié de celle du troisième côté.



- 1) Dessin et données : ABC est un triangle
D est milieu de [AB]
E est milieu de [AC]

- 2) Thèse : DE est parallèle à BC
 $\overline{DE} = \frac{1}{2} \overline{BC}$

- 3) Démonstration

Puisque D est milieu de [AB] et E milieu de [AC], il vient :

$$\frac{\overline{AD}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{AE}}{\overline{AC}} = \frac{1}{2}$$

La réciproque du théorème de Thalès permet de conclure que DE est parallèle à BC.

Dès lors, $\triangle ADE \sim \triangle ABC$

puisqu'ils ont deux angles respectivement de même amplitude :

- $\hat{A} = \hat{A}$ (angle commun)
- $\hat{D} = \hat{B}$ (angles correspondants formés par deux parallèles et une sécante)

Les côtés homologues sont donc proportionnels :

$$\frac{\overline{AD}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{AE}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{DE}}{\overline{BC}}$$

Comme les deux premiers rapports valent $\frac{1}{2}$, le troisième a la même

valeur et ainsi $\overline{DE} = \frac{1}{2} \overline{BC}$.

Ceci favorise la croyance que la preuve d'une condition suffisante est très liée à celle de la condition nécessaire : pour démontrer l'une, on s'inspire, dans les classes, de ce qui a été fait pour l'autre.

- Exercices

L'analyse de la partie consacrée aux exercices dans les manuels nous amène à faire deux

constats. Premièrement, la preuve y est vue comme un moyen de mise en œuvre du cours car les connaissances engagées dans le processus de preuve sont celles vues dans le chapitre en cours (voir exemple ci-dessous). Deuxièmement, la partie « exercices » ne propose pas de tâches spécifiques à l'apprentissage de la preuve autre que le traditionnel « démontrer que » (voir exemple ci-dessous). Cela a pour première conséquence une absence d'enjeu de vérité : « *il s'agit pour l'élève d'apprendre à passer d'hypothèses qui sont données et reconnues comme vraies à une conclusion qui est donnée, ou donnée à voir comme évidente* » (Grenier et Payan, 1998, p. 81). Le type des exercices proposés implique également une éventuelle confusion entre hypothèse et thèse : « *la reconnaissance du statut des énoncés, c'est là aussi que se situe une source de difficultés dans l'apprentissage de la démonstration* » (Gandit, 2004, p. 41).

Espace math 4 (chapitre : calcul vectoriel) :

Démontre, par calcul vectoriel, qu'en joignant les milieux des côtés consécutifs d'un quadrilatère, on obtient un parallélogramme.

Astro-math 4 (chapitre : les isométries) :

Démontre, en utilisant les cas d'isométrie des triangles, la propriété suivante : dans un même cercle, deux angles au centre de même amplitude interceptent deux cordes de même longueur.

Pour conclure cette analyse écologique de la preuve dans l'enseignement des mathématiques en 3^e et 4^e années et, dans une moindre mesure, en 5^e et 6^e années, nous tenons à souligner quelques résultats. Premièrement, la « vie » de la preuve est restreinte à des activités de démonstrations ; celles-ci présentent un vaste habitat dans les chapitres dédiés à la géométrie. Deuxièmement, le point de vue déductif de la preuve est le seul point de vue présenté : la preuve est décrite par une structure ternaire - donnée, conclusion et propriétés. Enfin, la preuve doit suivre la valeur de vérité et le statut d'une proposition. Ces résultats nous apportent des éléments concernant la niche de la preuve aux 2^e et 3^e degrés du secondaire : elle est destinée d'une part à établir la validité d'un résultat déjà déclaré comme « vrai » et d'autre part, l'objectif de la preuve est lié à des critères de rigueur et de formalisme.

De cette étude de manuels se dégage ainsi une première hypothèse de règle du contrat didactique : la démonstration s'apprend dans le cadre de la géométrie. Une seconde hypothèse consiste à réduire la preuve à un exercice formel de manipulations de propriétés et de théorèmes, suivant une structure codifiée en trois phases. Enfin, nous relevons une troisième hypothèse de règle du contrat didactique : dans une démonstration, on ne doit utiliser que les connaissances du cours.

Comme précédemment, nous complétons notre analyse par l'étude des outils d'évaluation et outils pédagogiques diffusés par le Segec. Nous relevons cinq outils d'évaluation qui s'inscrivent dans une démarche de preuve (deux outils sont destinés aux élèves de 3^e et trois outils sont destinés aux élèves de 5^e). Ces cinq outils appartenant à la famille de tâches « Démontrer/Figures géométriques » sont conformes aux hypothèses de règles du contrat didactique que nous

venons d'énoncer. D'une part, la tâche demandée à l'élève est « *démontrer (prouver) que* ». D'autre part, l'activité de preuve y est réduite à un raisonnement basé sur les propriétés et théorèmes du cours où l'attention est portée sur la rédaction de la démonstration :

Outil d'évaluation « centres de gravité dans un tétraèdre » (5^e année) :

Dans un tétraèdre ABCD, P et Q sont respectivement les centres de gravité des faces ABC et ABD. On relie les points P et Q.

On te demande de démontrer que le segment PQ est parallèle au segment CD et que la mesure de PQ vaut le 1/3 de la mesure de CD.

Tu commenceras par dessiner la figure.

Puis tu traduiras l'énoncé en hypothèse et thèse.

Tu justifieras tes réponses en indiquant, selon la méthode que tu as choisie, les théorèmes et/ou les propriétés que tu utilises dans ta démonstration.

Tu veilleras également à faire apparaître la structure de ta démarche.

En conclusion, la preuve aux 2^e et 3^e degrés du secondaire vit essentiellement dans le domaine de la géométrie et ce, sous deux formes : le raisonnement déductif simple basé sur l'utilisation d'une « boîte à outils » et la rédaction de la démonstration. Cette conception de la preuve ne laisse donc pas de place officielle pour l'enjeu de vérité, l'expérimentation et les conjectures. L'apprentissage de tels savoir-faire est pourtant préconisé par les programmes. Pour rappel, le programme du réseau du Restode précise que « *les sujets d'étude retenus trouvent un ancrage dans des intuitions et des connaissances des élèves, et se prêtent à des activités de recherche, de conjecture et de démonstration* ».

Nous n'avons toutefois pas regardé dans les manuels l'ensemble des situations amenant à des activités de conjecture et de preuve. Bien que les exercices d'analyse et d'algèbre ne s'inscrivent (presque) pas dans de telles activités, la théorie qui y est liée peut présenter des types de démonstrations différents de ceux que nous avons rencontrés en géométrie. Par exemple, dans le cours de 5^e année (6 périodes / semaine), les formules en analyse combinatoire (formule de Newton, ...) peuvent déboucher sur des démonstrations par récurrence. Aussi, nous avons négligé les éventuelles activités de conjecture et de preuve par utilisation de logiciels. Les programmes soulignent en effet leur utilisation ; citons par exemple le programme du réseau du Restode : « *le recours aux calculatrices graphiques, aux logiciels appropriés livre une bonne partie de ces résultats et ouvre par ailleurs de nouvelles possibilités de conjectures et de validations* ».

Cependant, l'analyse écologique que nous avons menée nous a quand même permis de constater que les propositions des manuels et outils d'évaluation sont généralement en retrait par rapport aux objectifs des programmes en termes de recherche, conjecture et démonstration.

VII.2 Bilan

En conclusion, nous constatons que, d'une part, le développement de compétences transversales telles que « modéliser » et « prouver » constitue un réel objectif dans les documents officiels et que, d'autre part, les propositions des manuels ne semblent pas favoriser l'apprentissage de ces savoir-faire transversaux. En effet, nous avons remarqué que le travail de modélisation est davantage vu comme un exercice d'application : à une situation donnée correspond un modèle unique, le but de l'exercice étant de faire fonctionner correctement le modèle permettant de lui donner un sens.

Aussi, nous avons constaté que le travail de preuve se réduit à un raisonnement déductif simple, basé sur l'utilisation des propriétés ou théorèmes du chapitre en cours. La preuve ne vit ainsi dans l'enseignement des mathématiques que par un contrat didactique relatif à la forme. L'apprentissage de la preuve suivant ce modèle codifié « *fait l'économie de situations où la preuve pourrait apparaître comme un moyen de réduire le doute sur ces résultats auparavant conjecturés et d'établir la vérité* » (Gandit, 2004, p. 43). Nous renvoyons aussi à Balacheff qui ajoute : « *du point de vue de l'apprentissage, l'accent mis sur le caractère formel de la démonstration occulte le fait qu'elle puisse être l'aboutissement d'un processus de construction qui prendrait sa source dans des moyens de représentation non exclusivement langagiers et relevant d'une démarche articulant conjectures et réfutations* » (Balacheff, 1998 ; cité par Gandit, 2004, p. 43). Les propos de Gandit et de Balacheff renvoient à une conception de la preuve proche de l'activité du chercheur où certains aspects tels que l'enjeu de vérité, l'expérimentation et l'énoncé de conjectures sont mis en avant. Or, en présentant la preuve comme une simple structure codifiée en trois phases, l'enseignement éclipse toute activité de conjecture, d'expérimentation, . . . Il y a donc peu de place accordée au développement chez les élèves de tels savoir-faire dans nos pratiques scolaires.

L'analyse réalisée dans ce chapitre présente toutefois quelques limites méthodologiques liées à nos choix de travail. En effet, nous avons centré notre étude autour de deux compétences transversales en négligeant un bon nombre de compétences présentes dans les référentiels telles que communiquer, synthétiser, structurer, généraliser, . . . De plus, notre sélection de manuels a été guidée par l'unique critère d'actualité. Les manuels choisis sont en effet d'édition récente et sont donc conformes aux nouvelles directives de la Communauté française. Bien que nous nous sommes fixée qu'un seul critère de sélection, nous n'avons cependant pas analysé le panel complet des manuels existant dans l'enseignement en Belgique francophone. Enfin, comme déjà précisé, nous n'avons pas analysé tous les chapitres des manuels car nous nous sommes basée sur les contenus et directives des programmes.

Malgré les trois limites méthodologiques énoncées, nous avons quand même constaté des décalages dans le développement de compétences entre programmes et manuels. Ce constat nous amène alors à partager l'hypothèse de Grenier (2008) : « *l'apprentissage de ces savoir-faire nécessite une confrontation régulière à des situations proches de celles que rencontre un chercheur en mathématique* » (p. 2). En effet, « *l'activité d'un chercheur, c'est, pour une grande part, choisir une question, expérimenter, étudier des cas particuliers, choisir un cadre de réso-*

*lution, modéliser, énoncer des conjectures, prouver, définir, changer éventuellement la question initiale. . . Les savoir-faire associés, que nous qualifierons de transversaux, sont constitutifs de la démarche scientifique, ils sont nécessaires pour faire des mathématiques et ne peuvent être réduits à des techniques ou à des méthodes » (Grenier, 2009, p. 161). Partant de cette hypothèse, nous proposons un nouveau type de problèmes qui permet de travailler la démarche de recherche et, par conséquent, qui permet le développement de compétences transversales. Il s'agit des « situations de recherche pour la classe » (SiRC). Les SiRC, développées par l'équipe *Maths-à-Modeler*, sont une transposition dans la classe de l'activité du chercheur en mathématiques. Nous consacrons le prochain chapitre à l'étude de telles situations. Nous en présentons d'abord une caractérisation et sur la base de deux situations de recherche, nous montrons en quoi elles permettent à l'élève de mobiliser une réelle activité de recherche. Nous montrons aussi en quoi de telles situations permettent de travailler les démarches de modélisation et de preuve.*

Chapitre VIII

Les situations de recherche pour la classe (SiRC)

Le travail que nous avons réalisé au chapitre VII a mis à jour le statut de la modélisation et de la preuve dans notre enseignement : le travail de modélisation et de preuve semble relativement en retrait des exigences des programmes. De tels savoir-faire conduisent pourtant au développement de compétences relatives à la démarche de recherche en mathématiques, c'est-à-dire au développement de compétences transversales. L'étude réalisée dans le chapitre VII nous a donc amenée à conclure que les organisations didactiques actuelles de la Communauté française (manuels scolaires, outils d'évaluation et outils pédagogiques du Segec) ne prennent pas réellement en charge certains apprentissages transversaux.

Face au peu d'outils dont disposent les enseignants pour mettre en œuvre les savoir-faire transversaux en classe, nous décidons d'orienter nos recherches vers les travaux de l'ERTé¹ *Maths-à-Modeler*. *Maths-à-Modeler* est une équipe de recherche fondée en 2003, composée principalement de chercheurs en mathématiques discrètes et de chercheurs en didactique des mathématiques. Elle s'inscrit dans le cadre des travaux de recherche de l'institut Fourier à l'université de Grenoble. Le but est de concrétiser des problèmes proches des mathématiques discrètes, relativement difficiles, par des situations de recherche accessibles à de nombreux niveaux d'enseignement.

Leurs travaux de recherche présentent des exemples de problèmes qui tentent de réunir les caractéristiques d'activité de recherche. Ce type de problèmes, appelé « situations de recherche pour la classe » (SiRC), vise ainsi la transposition dans la classe de l'activité du chercheur en mathématiques. En plus de construire des SiRC, l'ERTé *Maths-à-Modeler* les expérimente et les analyse depuis de nombreuses années.

Le travail que nous réalisons dans ce chapitre a pour objectif de mettre en avant les compétences transversales susceptibles d'être développées par les situations de recherche. Dans

1. ERTé - Équipe Recherche Technologie Éducation.

cette perspective, nous étudions le modèle des SiRC développé par Grenier et Payan (2003), membres de l'Erté *Maths-à-Modeler*. Nous donnons d'abord une caractérisation du modèle que nous illustrons ensuite par deux exemples. Nous nous intéressons aussi brièvement à l'organisation en classe lors des activités de recherche. Enfin, nous reviendrons sur les constats faits au chapitre VII en les confrontant à nos recherches sur les SiRC.

En vue d'une caractérisation du modèle SiRC, nous présentons d'abord différents éléments garantissant, selon l'équipe combinatoire et didactique mathématiques de l'Institut Fourier, une vraie activité de recherche. En nous basant sur les travaux de Grenier (2012, p. 7), nous relevons quatre postulats que nous commentons :

- « *Il n'y a pas réellement la possibilité d'une investigation par l'élève sans un enjeu de vérité dont il peut s'emparer, qu'il peut tester et non évident à prouver* ».

Le vrai et le faux sont donc à la charge de l'élève, en opposition aux pratiques de la preuve en classe où ce qui est à prouver est annoncé comme vrai (« démontrer que »).

- « *Il n'y a pas réellement la possibilité d'une investigation par l'élève si une "boîte à outils" (théorèmes, propriétés, algorithmes) est disponible et désignée de manière évidente pour la résolution* ».

Dans les exercices de démonstrations présentés dans les manuels, les connaissances engagées sont celles vues au cours, dans un chapitre précis. Cette boîte à outils disponible de manière évidente pour la résolution est contradictoire avec l'activité du chercheur en mathématiques.

- « *Il n'est ni nécessaire ni suffisant d'aller chercher des contextes "de la vie courante" pour faire pratiquer une démarche de recherche, expérimentale ou d'investigation : cela ne garantit pas la pertinence du problème, et peut même apporter des bruits qui font obstacle à l'investigation.* »

En lien avec ce postulat, citons par exemple les activités proposées par les manuels de 3^e année en rapport avec la démarche de modélisation à partir d'une situation « réelle » qui sont réduites à des applications de méthodes ou de techniques.

- « *Il n'est pas raisonnable de faire travailler la démarche de recherche - et donc la démarche d'investigation - en même temps que l'apprentissage de notions nouvelles difficiles. En conséquence, les problèmes seront accessibles à de nombreux niveaux de connaissances (parfois du primaire à l'université) sans être caducs.* »

Nous tenons ici à évoquer les guides d'accompagnement du Segec qui proposent des situations d'apprentissage. L'investigation de l'élève dans de telles situations semble contrainte aux notions ou propriétés visées. En effet, citons par exemple une situation d'apprentissage pour le 3^e degré introduisant le produit scalaire : l'élève est amené à maîtriser de nombreux outils tels que les propriétés du calcul vectoriel, le théorème de Pythagore, la réciproque du théorème de Pythagore et le théorème de Pythagore généralisé au triangle quelconque. Il est évident que la complexité des outils à utiliser pourrait bloquer rapide-

ment l'élève dans sa démarche de recherche.

La caractérisation des SiRC que nous présentons dans le point suivant s'inspire largement de ces différents postulats.

VIII.1 Caractérisation des SiRC

Nous donnons ici quelques critères spécifiques du modèle SiRC, en nous appuyant sur la caractérisation qui a été donnée par Grenier et Payan (2003). Nous situons ensuite les situations de recherche par rapport aux pratiques dans nos classes et par rapport à la notion de « problème ouvert » étudié par Arzac et *al.* (1998). Enfin, nous précisons la position de l'élève et de l'enseignant dans une situation de recherche.

Nous reprenons ci-dessous les sept éléments de caractérisation d'une SiRC qui ont été énoncés par Grenier et Payan.

- *Une SiRC s'inscrit dans une problématique de recherche; la question dont elle est issue n'est pas nécessairement close.*
- *La question initiale est facile d'accès à des niveaux différents, ce qui impose que l'énoncé doit être non mathématisé ou peu mathématisé.*
- *Des stratégies initiales existent, qui ne résolvent pas (complètement) la question. Une conséquence est qu'on ne peut résoudre entièrement le problème par une technique « routinisée », ou par quelques propriétés usuelles.*
- *Plusieurs stratégies d'avancée dans la recherche et plusieurs développements sont possibles, par essais-erreurs, étude de cas particulier, etc. On peut donc faire des conjectures, elles sont accessibles et on peut les étudier.*
- *Une question résolue peut renvoyer à une nouvelle question : critère de « non-fin » de la situation.*
- *Une SiRC est caractérisée par des « variables de recherche », paramètres du problème qui pourraient être des variables didactiques (c'est-à-dire, à la disposition de l'enseignant), mais qui sont laissés à la disposition de l'élève.*
- *Il n'y a pas nécessairement de savoir mathématique notionnel visé ou à mobiliser : les savoirs notionnels dans les situations proposées ne font pas obstacle au développement de la démarche de recherche.*

Nous tenons ici à détailler le concept de variable de recherche. Il s'agit d'une variable inhérente

à la situation de recherche dont la valeur qui lui sera donnée par l'élève définira les différents sous-problèmes qui sont rattachés à la situation. La valeur attribuée à la variable de recherche amène par conséquent à des phases d'action et de formulation différentes. En effet, les valeurs de la variable de recherche « *peuvent jouer un rôle dans l'avancée dans le problème, étant donné qu'elles impliquent l'existence ou non de solution et par conséquent un statut différent pour la donnée d'une réponse* » (Godot, 2005, p. 135).

Cette caractérisation nous permet de préciser les SiRC relativement aux activités proposées dans les manuels et les pratiques de classe ainsi qu'aux problèmes ouverts.

Grenier et Payan (2003) relèvent trois aspects fondamentaux des SiRC qui sont absents dans la classe usuelle ou dans les manuels :

- « *L'enjeu de vérité* » : ce qu'il faut prouver en classe est annoncé comme vrai et il n'y a donc plus d'enjeu de vérité.
- « *L'aspect social de l'activité* » : dans une SiRC, il peut y avoir un vrai enjeu social de production mathématique alors qu'en situation usuelle, seul l'élève est en situation de recherche et le seul intérêt pour lui est de montrer qu'il est capable de trouver la solution.
- « *L'aspect recherche* » : dans les manuels et dans les pratiques enseignantes, seules les propriétés du cours ou celles d'une liste donnée sont à utiliser dans une démarche de preuve. Or, en démarche scientifique, le chercheur utilise des résultats trouvés en cours de recherche ou même des propriétés encore à l'état de conjecture parce qu'elles permettent d'avancer.

Loin de se rapprocher des pratiques de classe, la caractérisation des SiRC semble davantage s'identifier au « problème ouvert » introduit par Arzac (Arsac et *al.*, 1988). Rappelons brièvement les caractéristiques du problème ouvert : l'énoncé est court ; il n'induit ni la méthode, ni la solution (pas de questions intermédiaires ni de questions du type « démontrer que ») ; la solution ne doit pas se réduire à l'utilisation ou l'application immédiate des derniers résultats présentés en cours ; le problème se trouve dans un domaine conceptuel avec lequel les élèves ont assez de familiarité. Même si nous pouvons noter plusieurs points communs entre ces deux dispositifs didactiques, nous relevons toutefois une différence majeure. Dans une SiRC, il n'y a pas de savoir mathématique notionnel précis à assimiler. Cette caractéristique des SiRC, précisée par le 7^e critère présenté plus haut, est souligné par Modeste (2011) : « *une spécificité des SiRC tient au fait que leur objectif principal n'est pas la découverte ou l'apprentissage d'un concept mathématique désigné par le programme, ni la mise en place ou le travail d'une technique spécifique, mais bien la pratique de la démarche de recherche en elle-même* » (p. 152).

Nous remarquons aussi que, dans une situation de recherche, les acteurs (élève et enseignant) sont dans des positions différentes de celles qu'ils ont l'habitude d'occuper dans une situation didactique classique. Afin d'en présenter les différents aspects, nous nous appuyons à nouveau sur le modèle de caractérisation proposé par Grenier et Payan.

Dans le cas d'une situation de recherche en classe,

- l'élève est en position de chercheur

« Il est dans une tâche de production de quelque chose de "nouveau", qui n'est pas seulement nouveau pour lui. [...] Nos données expérimentales montrent que, pour l'élève, le fait de savoir qu'il cherche à résoudre un problème non résolu ou partiellement résolu, modifie le rapport qu'il a avec son activité » (Grenier et Payan, 2003, p. 7).

- l'enseignant est en double position de chercheur et de gestionnaire de la situation. Il ne connaît pas forcément les pistes qui seront explorées par les élèves, les différentes stratégies qui pourront être mises en place, ni les réponses aux questions que les élèves auront eux-mêmes choisies.

« Pour le pôle recherche, sa position est plus proche de celle de l'élève que dans une situation classique, car il n'est pas nécessairement détenteur des solutions du problème. Mais il est (censé être) détenteur des savoirs transversaux et avoir des critères d'évaluation sur leur validité. [...] Dans la gestion des situations recherche, le contrôle par l'enseignant de l'activité de l'élève se fait d'abord en fonction de l'avancée dans la résolution du problème et aussi par rapport aux objectifs d'apprentissage, les savoirs transversaux » (p. 8).

Nous considérons également, compte tenu du fait que les SiRC sont des situations très ouvertes, que

- l'élève est gestionnaire de sa propre recherche. Il ne sait pas à l'avance où vont le mener ses recherches, le résultat de ses recherches n'est pas une solution unique, il peut suivre plusieurs pistes et a à sa charge le choix de certaines variables. Du fait de ces disparités, les attentes des acteurs en présence, élève et enseignant, diffèrent elles aussi des pratiques usuelles de la classe de mathématiques. Grenier et Payan soulignent que :

« Le critère de réussite pour l'élève n'est pas, comme dans les exercices usuels, la résolution de la question (que la solution soit juste ou fausse). Dans les situations recherche, la résolution du problème est souvent partielle. Le problème n'est pas fini et on peut le prolonger de façon naturelle, il reste des conjectures à faire ou d'autres cas à étudier et de nouvelles questions. Un critère de réussite "provisoire" peut être que l'on a émis une conjecture forte, ou simplement résolu un cas particulier.

Le critère de réussite pour l'enseignant est la reconnaissance d'apprentissages liés au savoir (question, conjecture, preuve) » (p. 7).

Le contrat didactique qui découle des caractéristiques des situations de recherche est donc en rupture forte avec le contrat usuel de la classe. Nous reprenons ici les différents contrastes résumés par Modeste (2011) :

	Contrat « usuel »	Contrat SiRC
Démarche	Linéaire, déterminée par une suite de questions préparées par l'enseignant.	Non-linéaire, allers-retours entre les différents moments, l'élève-chercheur peut explorer plusieurs pistes ; l'enseignant-gestionnaire veille à ce que ces choix ne mènent pas systématiquement à des impasses.
Questions	Posées par l'enseignant.	Soulevées par l'élève-chercheur ; l'enseignant-gestionnaire est garant qu'elles relèvent des mathématiques.
Définitions	Fixées par le professeur, déjà adaptées aux besoins de la classe.	À construire, peuvent évoluer selon les besoins ; la nécessité de communication, par exemple, peut créer un besoin de poser une définition.
Validation	L'enseignant valide ou invalide le résultat de l'élève.	L'élève est responsable de la validation de ses conjectures, l'enseignant veille à la validité des raisonnements en les requestionnant.
Fin	L'activité s'arrête lorsque toutes les questions sont traitées.	L'activité n'a qu'une fin dans le temps, certaines questions restent sans réponse, ou avec une réponse partielle.

Figure VIII.1 - Comparaison établie par Modeste entre le contrat didactique usuel et le contrat didactique qui découle des SiRC

Après avoir présenté les spécificités du modèle SiRC, nous illustrons maintenant le modèle sur deux situations particulières : la « chasse à la bête » et le « pavage de polyminos ». Ces situations de recherche pour la classe, qui ont été développées par *Math-à-Modeler*, relèvent de la géométrie combinatoire, une branche des mathématiques discrètes. Dans la suite de ce travail, nous décrivons d'abord les situations proposées en présentant les stratégies de résolution possibles, les conjectures qui en découlent et les preuves susceptibles d'être produites. Nous proposons donc, dans un premier temps, une résolution des problèmes posés par les situations de recherche. Cette résolution se base sur les analyses *a priori* dont dispose l'équipe *Math-à-Modeler*. Ces analyses *a priori* sont d'ailleurs étayées par les résultats de nombreuses expérimentations menées dans des institutions et à des niveaux scolaires très différents. Elles nous permettent ainsi d'anticiper les stratégies, questions, et apprentissages que ces situations peuvent susciter. Notons que l'analyse *a priori* d'une SiRC consiste, comme pour toute situation, à décrire les actions possibles, les connaissances en jeu et des éléments de gestion. Toutefois, « les spécificités de cette analyse tiennent d'une part au fait que ce sont les savoirs transversaux qui sont enjeu d'apprentissage, et non un concept mathématique strict - même si bien sûr il y

en a forcément en jeu dans la situation - et d'autre part, que la résolution complète du problème n'est pas toujours réalisable » (Grenier, 2011, p. 165).

Dans un second temps, nous relevons les apprentissages susceptibles d'être développés par les situations de recherche et les concepts mathématiques mis en jeu. Nous nous intéressons également aux spécificités des démarches de modélisation et de preuve au sein des SiRC.

VIII.2 Deux exemples de SiRC

VIII.2.1 La chasse à la bête

Le problème de recherche mathématique dont est issue la situation de la « chasse à la bête » est dû à Golomb (1994) qui est le premier à avoir fait une étude systématique des polyminos dans un ouvrage intitulé *Polyominoes*. Pour une meilleure compréhension du problème, définissons d'abord certains objets :

- Un **polymino** est défini comme un morceau d'un plan quadrillé découpé selon les cases, chaque case étant adjacente à une ou plusieurs autres cases (4 cases maximum) par au moins un des côtés. Un polymino peut avoir des « trous » (des cases manquantes).

Exemple de polymino où les zones hachurées sont des trous :

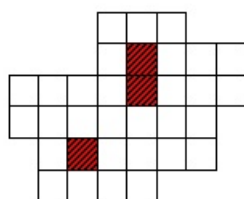


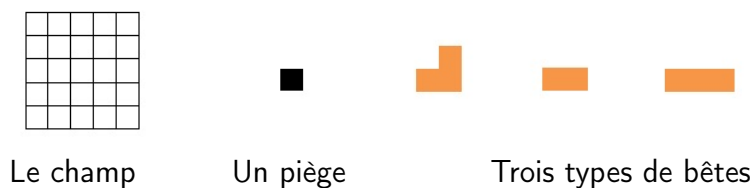
Figure VIII.2 - Exemple de polymino

- La **taille d'un polymino** est définie pour les polyminos « carré » et « rectangle ». La taille d'un carré est le nombre de cases formant un côté (exemple : « carré de taille 3 »). Celle d'un rectangle est donnée par les nombres des cases sur chacun des côtés (exemple : « rectangle de taille 2x5 »).
- La taille d'un polymino quelconque est le nombre total de ses cases (les trous ne sont pas comptés). Par exemple, le polymino de la figure VIII.2 est de taille 30, les trous sont de taille 1 et 1x2.

Le problème général de la « chasse à la bête » est le suivant :

On se donne un polymino appelé « champ », un ensemble de polyminos plus petits (dominos, triminos en L, ...) qui seront des types de bêtes et un ensemble d'uniminos (recouvrent une case) qui seront des pièges. Les ensembles de bêtes et de pièges sont aussi grands que l'on veut. Sachant que les bêtes se posent le long des cases de la grille (et non en travers), pour chaque type de bêtes, quel est le plus petit nombre de pièges qui assure la protection du champ ?

Le problème consiste donc à rechercher le plus petit nombre d'obstacles à poser sur le champ pour que chaque type de bêtes ne puisse pas s'y poser. La forme du champ et le type de bêtes choisi constituent les variables de recherche mises à la disposition de l'élève. Nous choisissons ici de considérer le champ comme un polymino carré de taille 5 et les bêtes comme des dominos, des triminos longs et des triminos en L. Nous pourrions travailler sur un problème encore plus général, avec des champs et des bêtes plus compliqués par exemple, ou en chassant plusieurs bêtes à la fois, mais un tel problème est encore ouvert dans la recherche actuelle. Nous nous intéressons donc à la situation suivante :



Pour aborder la question de la « chasse à la bête », nous décidons de travailler en deux temps. Dans un premier temps, nous nous intéressons aux solutions optimales du problème en présentant différentes stratégies de résolution et nous nous attachons à prouver effectivement leur optimalité. Ce travail de résolution s'appuie principalement sur les travaux de Cartier (2006). Dans un second temps, nous analysons les apprentissages en jeu dans le problème ainsi que les notions mathématiques abordées.

Résolution du problème

Nous résolvons le problème pour chaque type de bête présenté ci-dessus : le domino, le trimino long et le trimino en L.

- **Domino**

Pour résoudre le problème, une première stratégie facile à mettre en place est la stratégie par « tâtonnement ». Dans notre problème de chasse à la bête, nous relevons deux stratégies par tâtonnement :

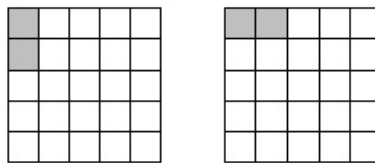
- couvrir le champ de pièges, sachant que c'est une solution, et les enlever petit à petit pour se rapprocher de la solution optimale. En effet, en couvrant entièrement le champ de pièges, aucun domino ne pourra s'y poser. En enlevant progressivement les pièges inutiles, il est possible d'arriver à une solution minimale, c'est-à-dire que si nous enlevons un piège à la configuration, le champ n'est plus protégé.
- poser le moins de pièges possibles et se rapprocher d'une solution minimale.

Le problème évident que présentent de telles stratégies est qu'elles ne fournissent pas de preuve de l'optimalité des solutions. En effet, rien ne pourra prouver que le nombre de pièges obtenu est bien une solution optimale.

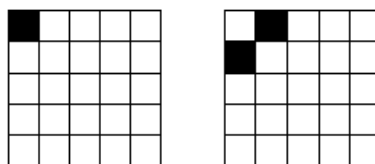
Nous nous tournons donc vers d'autres stratégies en développant d'abord une stratégie qui permet de borner supérieurement le nombre minimal de pièges. Cartier (2006) appelle ce type de stratégie une « stratégie par forçage » : « on considère une case particulière et on regarde comment elle peut être occupée par une bête. On dispose alors l'obstacle en fonction de cette occupation potentielle » (p. 71).

– *Stratégie par forçage*

Choisissons de regarder la case du coin en haut à gauche. Elle peut être occupée de 2 façons par une bête :



Pour empêcher la bête d'être dans cette position, il faut poser au moins un piège. Deux configurations sont possibles :



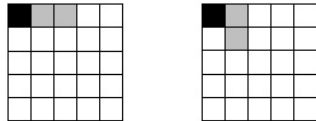
Première configuration

Deuxième configuration

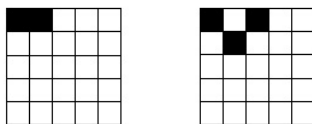
Nous pouvons alors considérer ces 2 configurations et recommencer le raisonnement.

Première configuration

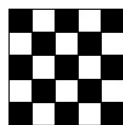
Nous regardons donc la case suivante, à droite de la première case. La bête peut occuper le champ de 2 façons :



Encore une fois, pour empêcher la bête d'être dans cette position, il faut poser au moins un piège. Deux configurations sont possibles :

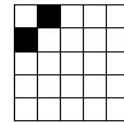


Nous nous rendons vite compte que la première configuration n'amène pas à une solution optimale : il y a un piège sur chaque case donc le nombre de pièges ne sera pas minimal. À chaque étape, nous optons donc pour la deuxième configuration. En parcourant toutes les cases du champ, nous obtenons une configuration avec 13 pièges :

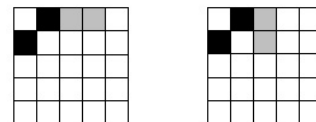


Deuxième configuration

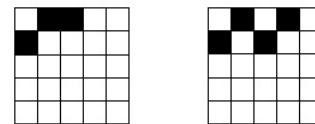
Nous regardons la case suivante, à droite de la première case. La bête ne peut pas occuper cette case :



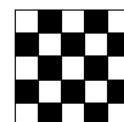
Nous regardons alors la troisième case du champ. La bête peut occuper le champ de 2 façons :



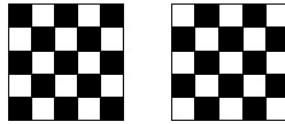
Encore une fois, pour empêcher la bête d'être dans cette position, il faut poser au moins un piège. Deux configurations sont possibles :



La première configuration n'amène toujours pas à une solution optimale : le nombre de pièges ne sera pas minimal. À chaque étape, nous optons donc pour la deuxième configuration. En parcourant toutes les cases du champ, nous obtenons une configuration avec 12 pièges :



Nous avons donc deux solutions : l'une à 13 pièges et l'autre à 12 pièges. Elles sont toutes les deux minimales, c'est-à-dire que si nous enlevons un piège à la configuration, le champ n'est plus protégé.



Soit N le nombre minimum de pièges. Par la stratégie de forçage, nous avons une solution à 12 pièges qui est minimale donc $N \leq 12$. Une autre stratégie, appelée « stratégie de pavage » par Cartier (2006), nous permettra de borner inférieurement le nombre minimum de pièges.

– *Stratégie par pavage*

L'idée de la stratégie est la suivante :

« Si on a montré qu'une forme donnée nécessite p obstacles pour empêcher la bête de se poser et que le champ peut être pavé par q fois cette forme, alors une solution optimale comportera au moins pq obstacles » (Cartier, 2006, p. 71).

La forme « rectangle 1x2 » nécessite un piège pour empêcher une bête « domino » de se poser et le champ peut être pavé par 12 rectangles 1x2 :



Il faut donc au moins 12 obstacles pour empêcher la bête de se poser. En conclusion :

- $N \leq 12$ par la stratégie par forçage ;
- $N \geq 12$ par la stratégie par pavage.

Donc $N = 12$ c'est-à-dire que le nombre minimum de pièges pour empêcher la bête « domino » de se poser sur un polymino carré de côté 5 est de 12.

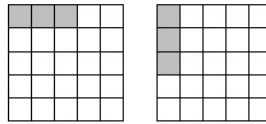
• *Triminos longs*

Résolvons le même problème où les bêtes sont des triminos longs.

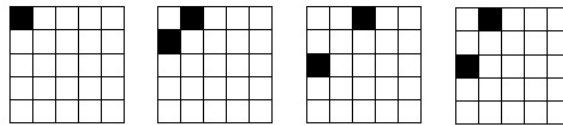
Comme pour le problème avec les dominos, la stratégie par forçage nous permettra de borner supérieurement le nombre de pièges à placer sur le champ et la stratégie par pavage nous en donnera une borne inférieure.

– *Stratégie par forçage*

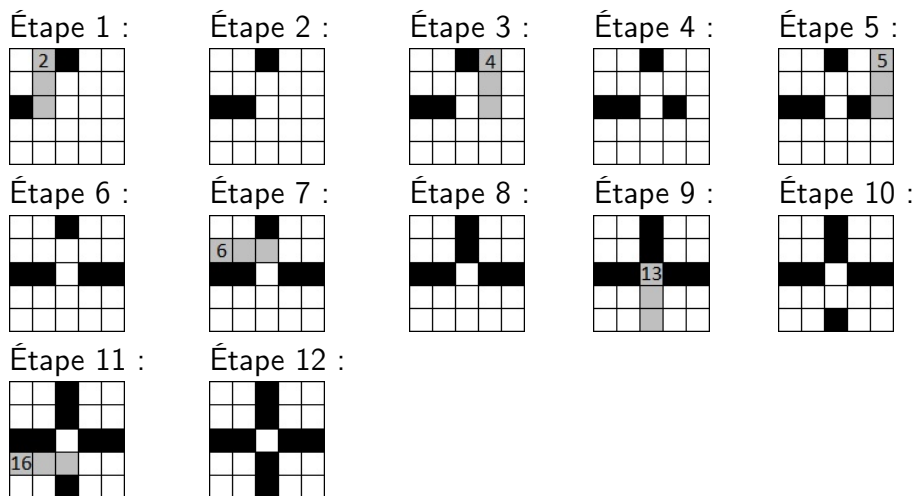
Choisissons de regarder la case du coin en haut à gauche. Elle peut être occupée de 2 façons par une bête :



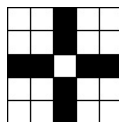
Pour empêcher la bête d'être dans cette position, il faut poser au moins un piège. Quatre configurations sont possibles (nous ne tenons pas compte des configurations symétriques) :



Nous pouvons alors considérer ces quatre configurations et recommencer le raisonnement. Par exemple, en plaçant constamment les pièges selon la troisième configuration, nous obtenons :



Nous obtenons ainsi une solution à 8 pièges qui est minimale (si nous enlevons un piège à la configuration, le champ n'est plus protégé). Soit N le nombre minimum de pièges, nous avons donc que $N \leq 8$.

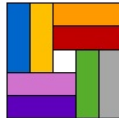


Pour borner inférieurement le nombre de pièges nécessaires, nous utilisons la stratégie

par pavage.

– **Stratégie par pavage**

Comme il suffit de poser un piège sur la forme « rectangle 1x3 » pour que la bête ne puisse se poser et vu que le champ est pavable avec 8 rectangles 1x3, il faut au moins 8 pièges pour empêcher la bête de se poser :



En conclusion :

- $N \leq 8$ par la stratégie par forçage ;
- $N \geq 8$ par la stratégie par pavage.

Donc $N = 8$ c'est-à-dire que le nombre minimum de pièges pour empêcher la bête « trimino long » de se poser sur un polymino carré de côté 5 est de 8.

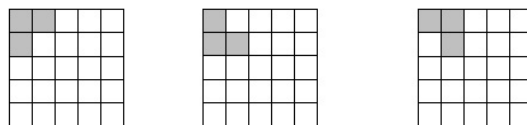
• **Triminos en L**

Résolvons le même problème où les bêtes sont des triminos en L.

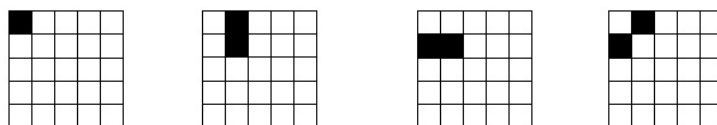
Comme pour le problème avec les dominos et les triminos longs, la stratégie par forçage nous permettra de borner supérieurement le nombre de pièges à placer sur le champ et la stratégie par pavage nous en donnera une borne inférieure.

– **Stratégie par forçage**

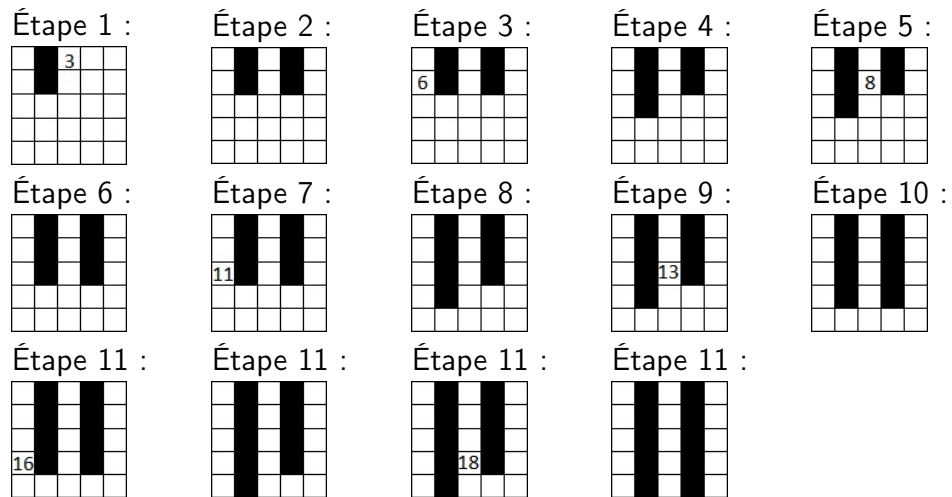
Choisissons de regarder la case du coin en haut à gauche. Elle peut être occupée de 3 façons par une bête (nous ne tenons pas compte des configurations symétriques) :



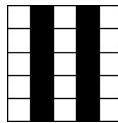
Pour empêcher la bête d'être dans cette position, il faut mettre au moins un piège. Quatre configurations sont possibles :



Nous pouvons alors considérer ces 4 configurations et recommencer le raisonnement. Par exemple, en plaçant constamment les pièges selon la deuxième configuration, nous obtenons :



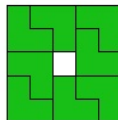
Nous obtenons ainsi une solution à 10 pièges qui est minimale (si nous enlevons un piège à la configuration, le champ n'est plus protégé) :



Pour borner inférieurement le nombre de pièges nécessaires, nous utilisons à nouveau la stratégie par pavage.

– *Stratégie par pavage*

Comme il suffit de poser un piège sur la forme « trimino en L » pour que la bête ne puisse se poser et vu que le champ est pavable avec 8 « trimino en L », il faut au moins 8 pièges pour empêcher la bête de se poser :



En conclusion :

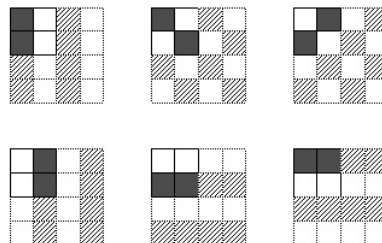
- $N \leq 10$ par la stratégie par forçage ;
- $N \geq 8$ par la stratégie par pavage.

Donc $8 \leq N \leq 10$.

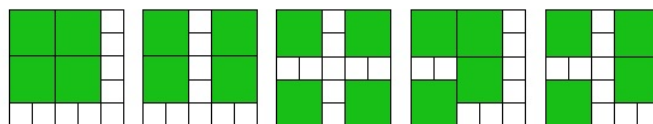
Contrairement aux deux cas précédents, nous obtenons seulement un encadrement sur la valeur de l'optimum. Pour trouver la solution, nous décidons d'affiner la stratégie par pavage. D'abord, nous ne considérons plus que la bête se place sur une forme « trimino en L » mais plutôt qu'elle se place sur une forme « carré 2x2 ». Il nous faut alors un piège pour empêcher la bête de se poser sur ce carré 2x2. Toutefois, en ne posant qu'un seul piège, nous n'empêchons pas une autre bête « voisine » d'empiéter sur notre carré 2x2 :



Il faudra donc utiliser deux pièges. Il y a six configurations possibles et elles sont toutes convenables car elles empêchent les bêtes voisines de se poser sur notre carré :

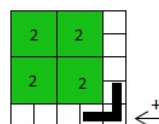


Ainsi, pour chaque carré 2x2, il nous faut 2 pièges. Nous essayons alors de disposer ces blocs 2x2 sur le champ :



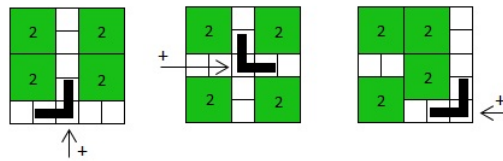
Ce sont les cinq configurations possibles (où nous ne tenons pas compte des positions symétriques). Comptons maintenant, pour chacun des cinq cas, le nombre de pièges nécessaires :

Pour la première configuration, nous remarquons qu'un piège supplémentaire est nécessaire. Il faut donc 9 pièges pour empêcher la bête de se poser :

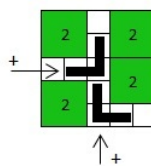


$$\Rightarrow 9 \leq N \leq 10$$

Pour les trois découpages suivants, il nous faut également 9 pièges :



Mais, avec la dernière disposition, il faut 10 pièges pour que la bête ne puisse pas s'installer pas sur le champ.



En conclusion :

- $N \leq 10$ par la stratégie par forçage ;
 - $N \geq 10$ par la stratégie par pavage.
- Donc $N = 10$.

Après avoir proposé une résolution du problème, intéressons-nous dans le prochain point aux spécificités de la situation en lien avec la caractérisation de Grenier et Payan (2003) ainsi qu'aux apprentissages transversaux et aux notions mathématiques mis en jeu dans ce problème.

Éléments d'analyse du problème

Le problème de la « chasse à la bête » est caractéristique des problèmes d'optimisation : pour chercher l'optimum, il faut proposer un ensemble de pièges, vérifier que cet ensemble est solution, puis étudier s'il réalise le minimum. Il existe toujours une solution puisqu'en plaçant des pièges sur chaque case, nous sommes sûre de piéger n'importe quelle bête. Les raisonnements mis en œuvre sont riches et peuvent se déployer dans différentes directions : stratégies par tâtonnements, stratégies par forçage, stratégies par pavage, etc. Notons que les raisonnements utilisés pour le domino peuvent être intégralement réinvestis pour les autres types de bêtes.

Nous retrouvons dans le problème de la « chasse à la bête » les sept aspects propres aux SiRC :

- La situation s'inscrit dans une problématique de recherche professionnelle : le problème plus général de la chasse à la bête est encore ouvert dans la recherche actuelle.
- La question est facile d'accès : elle n'est pas *a priori* pour l'élève un problème mathéma-

tique.

- Des stratégies initiales de tâtonnement existent mais elles ne résolvent pas entièrement la question.
- Plusieurs stratégies d'avancée dans la recherche sont possibles, étude de cas particuliers, stratégie par forçage, stratégie par pavage.
- La technique du pavage est délicate et fait apparaître d'un problème dual (critère de « non-fin ») : quel est le nombre maximal de bêtes qu'il est possible de paver sur le champ ?
- Les savoirs notionnels ne font pas obstacle au développement de la démarche de recherche. En effet, les notions mathématiques mises en jeu dans ce problème sont relativement simples : les propriétés des naturels, les encadrements d'un entier par des entiers, les liens entre les expressions langagières telles que « au moins N », « au plus N », et les symboles \leq , \leq .
- Le problème présente différentes variables de recherche en termes de stratégies laissées à la disposition de l'élève : pour la dévolution du problème, l'élève se fixe une taille du polymino et un ou plusieurs type de bêtes.

En termes d'apprentissages transversaux, nous dégagons deux spécificités de la preuve dans la situation de la « chasse à la bête ». Premièrement, la résolution du problème telle que nous l'avons présentée nécessite des outils de preuve non usuels tels que la structuration ou la partition d'une figure. Aussi, l'idée de la preuve utilisée dans le problème de la « chasse à la bête » qui consiste à encadrer successivement le minimum recherché (comme nous travaillons dans les naturels, le nombre d'étapes est fini) n'est pas usuelle au vu de nos études de manuels. Nous remarquons également que le problème permet une différenciation entre condition nécessaire et condition suffisante : N pièges sont nécessaires ; N pièges suffisent. Pour avoir un résultat sur la borne supérieure d'une solution optimale, il suffit d'exhiber une solution mais obtenir des résultats sur des bornes inférieures est plus difficile et nécessite une preuve : on peut placer sur le territoire des bêtes disjointes (qu'il faudra bien toucher) ou de plus petits territoires pour lesquels on connaît la valeur optimale.

Le caractère particulier de la preuve dans la situation de la « chasse à la bête » interpelle le contrat didactique lié à la démonstration dans l'enseignement des mathématiques. Revenons en effet sur la pratique de la preuve que nous avons analysée pour les 2^e et 3^e degré du secondaire : quand il est demandé de « démontrer que », les propriétés ou théorèmes à utiliser sont ceux du chapitre en cours et la démonstration est basée sur un raisonnement déductif simple. De telles règles du contrat didactique ne peuvent en aucun cas être transportées dans une activité de recherche : dans la situation de la « chasse à la bête » comme dans toute SiRC, il y a un enjeu de vérité qui ne permet pas de se contenter d'une activité de rédaction formelle de preuve.

Remarquons qu'ici, le problème d'existence de solutions se pose d'une manière particulière dans la chasse à la bête : « puisque nous sommes dans les entiers, il en existe nécessairement un, mais lequel ? »

Le problème de la « chasse à la bête » permet ainsi de mettre en avant le caractère expérimental des mathématiques : il met en œuvre une démarche scientifique articulant conjectures, preuves et réfutations. Ces pratiques fondent l'activité de recherche mais nous avons vu qu'il y a peu de place accordée au développement chez les élèves de tels savoir-faire dans nos pratiques scolaires.

La situation de la « chasse à la bête » permet donc, par un va et vient entre conjecture, preuve et réfutation, le développement de compétences transversales préconisées par les documents officiels de la Communauté française.

Il est aussi important de souligner qu'au niveau didactique, le problème de la « chasse à la bête » requiert des conditions particulières de gestion en classe. Nous les décrivons brièvement en nous appuyant sur quelques rapports d'activités rédigés suite à des expérimentations faites lors d'ateliers *Maths-à-modeler*. Nous prenons principalement comme référence l'atelier encadré par Gravier² (2004). L'atelier a consisté à animer six séances d'une heure de mathématiques dans deux classes de 5^e du Collège International de Grenoble. Le jeu de la « chasse à la bête » était pourvu de supports matériels (des grilles de différentes tailles pour représenter les « champs » et des pièces de formes variées servant de « bêtes »). Les élèves ont été répartis en plusieurs groupes, chaque groupe comprenant entre 4 et 6 élèves qui manipulent sur le même support. Sur la base du déroulement en classe décrit par les rapports d'activités, nous reprenons en trois points ce qui a semblé essentiel pour l'organisation d'une telle activité :

- faire une préparation poussée des séances pour avoir un fil directeur ;
- dresser un bilan systématique après chaque séance pour faire le point sur l'avancement des différents groupes et réadapter le discours en conséquence ;
- organiser une prise de notes qui représente la mémoire du groupe sur l'état de leur recherche.

Nous développons davantage la gestion en classe d'une manière générale pour toute SiRC dans la dernière section de ce chapitre.

Enfin, nous avons évoqué le problème dual de la « chasse à la bête » qui consiste à trouver le nombre maximal de bêtes qu'il est possible de paver sur le champ. Ce problème nous renvoie à une deuxième situation de recherche pour la classe : le « pavage de polyminos ». Nous présentons la situation dans le point suivant.

VIII.2.2 Le pavage de polyminos

La situation du « pavage de polyminos » qui est décrite brièvement dans Grenier et Payan (1998) a été expérimentée en France depuis plusieurs années, du CM1 à l'université. Elle est

2. Sylvain Gravier, Équipe Combinatoire Naïve et Apprentissages Mathématiques (CNAM) du Laboratoire Leibniz (IMAG).

maintenant intégrée comme situation classique dans un modèle optionnel de DEUG 1^{er} année à l'université. Nous la reprenons ici du point de vue des processus particuliers de la preuve et de la modélisation qu'elle induit.

La situation de recherche porte sur le pavage de polyminos par des polyminos plus petits. De manière générale, le pavage (recouvrement sans « chevauchement » ni « débordement » d'un certain ensemble de cases) représente une classe très vaste de problèmes. Le problème de savoir si un polymino donné est pavable par un polymino plus petit est une question encore ouverte³ qui, posée de manière aussi générale, n'a aucune chance de pouvoir être résolue. Nous devons donc nous restreindre au pavage de structures très régulières telles que des polyminos carrés et à des « pavés » de petite taille. Nous nous intéressons ici aux deux problèmes suivants :

Problème 1 : *À quelle(s) condition(s) un polymino (grille carrée) de taille quelconque, avec un « trou » de taille 1 (une case) est-il pavable par des dominos ?*
Remarque : le trou peut se situer n'importe où.

Problème 2 : *À quelle(s) condition(s) un polymino (grille carrée) de taille 2^n , n un entier quelconque, avec « trou » de taille 1 (une case) est-il pavable par des triminos en L ?*
Remarque : le trou peut se situer n'importe où.

Comme pour la situation de la « chasse à la bête », nous nous intéressons d'abord à la résolution des deux problèmes en nous appuyant sur les analyses *a priori* de l'équipe *Math-à-Modeler* (Grenier et Payan, 1998 ; Grenier, 2006).

Résolution du problème

Avant d'entamer la résolution du premier problème, donnons-nous quelques définitions nécessaires pour la suite de notre travail :

- Le **côté** d'un polymino carré est le nombre de cases placées sur son côté (par exemple, un polymino carré de taille 3×3 est de côté 3.)
- La **position** d'une case dans un polymino carré correspond au repérage de la case par deux coordonnées entières. Par convention, le coin en bas à gauche a une position (1,1) :

3. Le terme « ouvert » est utilisé au sens du problème ouvert pour le chercheur, c'est-à-dire non résolu.

(1,n)			(n,n)
⋮		⋮	
(1,2)			
(1,1)	(1,1)	...	(n,1)

Problème 1

Nous retrouvons des démarches d'entrée dans le problème qui ne sont pas très éloignées de celles du chercheur, à savoir l'expérimentation sur des petits cas simples. L'étude des carrés de petites dimensions conduit en effet à faire des constats, puis à établir des conjectures qui seront ensuite prouvées. Nous exposons ainsi une démarche de résolution en trois étapes : des essais sur des petits cas, une formulation de conjectures et un processus de preuve.

1. *Essais sur des cas simples (carrés de côtés 2, 3, 4, ...)*

Il apparaît très vite que pour un polymino soit pavable par des dominos, il est nécessaire que son nombre de cases soit pair. Vu que le polymino est privé d'une case, il faut donc que le nombre total de cases, trou compris, soit impair. Le polymino étant une grille carrée, son côté doit être un nombre impair. En effet, soit $2n + 1$ le côté impair du polymino. Le nombre de cases du polymino carré privé d'une case est en effet un nombre pair :

$$(2n + 1)^2 - 1 = 4n^2 + 4n = 2(2n^2 + 2n)$$

Nous avons donc relevé une première condition :

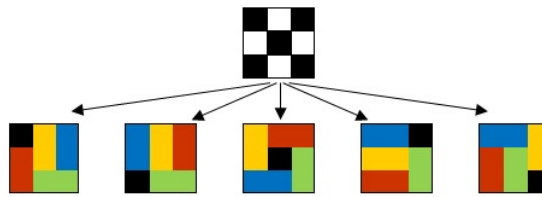
Propriété : une *condition nécessaire* pour pouvoir paver un polymino carré ayant un trou avec des dominos est qu'il soit de côté impair.

Toutefois, cette condition n'est pas suffisante. En effet, considérons ce carré 3×3 avec un trou qui n'est pas pavable par des dominos.



Tout pavage forcé laissera deux cases finales non connexes et donc non recouvrables par des dominos.

Après essais, nous nous apercevons que certaines cases « marchent bien » : si nous enlevons l'une d'elles, le pavage est possible. Ces cases ont une position paire-paire ou impaire-impair. Regardons sur le polyminos carré de côté 3, l'ensemble des trous possibles pour qu'il soit pavage par des dominos :



2. Formulation de conjecture

Nous pouvons dès lors énoncer une conjecture pour n quelconque :

Conjecture : pour n quelconque, une condition nécessaire et suffisante pour pouvoir paver avec des dominos est que le trou soit placé sur une case ayant une position paire-paire ou impaire-impair dans le polymino.

Pour prouver la condition nécessaire et suffisante, nous utilisons des techniques de modélisation et de structuration. C'est ce que nous illustrons dans le point suivant.

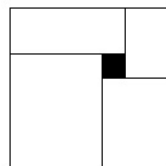
3. Preuve

• Preuve de la condition suffisante

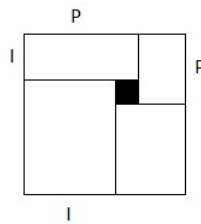
Il faut prouver que si le trou est sur une case de position paire-paire ou impaire-impair, le polymino est pavable. Des preuves accessibles existent, qui se situent à des niveaux de connaissances différentes :

– Preuve par « décomposition »

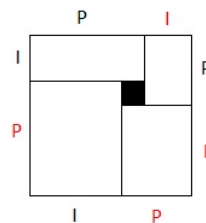
Le raisonnement par décomposition consiste à partager l'objet que l'on étudie en différents morceaux pour lesquels on peut conclure. Nous décomposons le polymino en parties pavables (des rectangles ayant un côté pair), autour du trou. Plusieurs découpages apparaissent, le plus simple étant le suivant :



- Si le trou est placé sur une position paire-paire, nous en déduisons la parité de 4 « bouts » de côtés :



Vu que les polyminos que nous considérons sont de côté impair, nous déduisons la parité des 4 autres « bouts » de côtés :



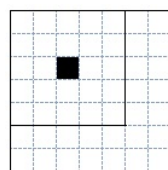
Les rectangles ainsi définis ont donc toujours un côté pair et sont donc pavables par des dominos.

- Si le trou est placé sur une position impaire-impair, le raisonnement est analogue.

Notons qu'en plus de fournir une preuve de la condition suffisante, cette décomposition nous donne un algorithme de pavage.

– Preuve par récurrence

D'autres découpages permettant d'obtenir des carrés plus petits se rapproche du raisonnement par récurrence :



Le carré de côté impair est découpé en un carré plus petit, de côté impair aussi, privé d'une case et d'une bande en L, pavable par des dominos. Cette partition permet de traiter toutes les possibilités de case manquante pour le carré initial, sauf celui de côté 1 et celui où la case manquante est la case central du polymino 3x3. Ces deux cas apparaissent donc comme les fondements de la récurrence.

– Preuve par « relation d'adjacence »

La relation d'adjacence entre les cases permet d'obtenir un troisième type de preuve. Le carré de côté impair peut être recouvert par un chemin :

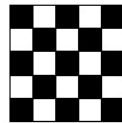


Si nous enlevons une case noire (c'est-à-dire, une « bonne » case), le chemin est partagé en deux chemins pairs qui sont pavables.

• Preuve de la condition nécessaire

Nous montrons que si le trou n'est pas sur une case de position paire-paire ou impaire-impair, alors le polymino n'est pas pavable par des dominos.

Nous structurons le polymino par une **coloration** : nous colorons les cases de façon que deux cases voisines n'aient pas la même couleur. Ceci est réalisé par la coloration en noir et blanc dite « en damier » :



Nous retrouvons ainsi le partage entre les « bonnes » et « mauvaises » cases. Cette coloration permet d'obtenir une preuve de l'impossibilité de pavage lorsqu'on retire une « mauvaise » case (c'est-à-dire une case de couleur minoritaire). En effet, un domino couvrant une case blanche et une case noire, pour qu'un domino soit pavable, il est nécessaire que dans une bicoloration en damier, il y ait autant de cases noires que de cases blanches. En d'autre terme, il faut que le polymino soit « équilibré ».

Problème 2

Pour ce problème, nous adoptons la même démarche de résolution en trois étapes : des essais sur des petits cas, une formulation de conjectures et un processus de preuve.

1. *Essais sur des cas simples (carrés de côtés 2, 3, 4, ...)*

Pour paver un polymino par des trimino en L, nous pouvons très facilement établir que la condition « l'aire est un multiple de 3 » est nécessaire. Toutefois, l'aire de tout carré de taille 2^n ($n \geq 1$) privé d'une case est un multiple de 3. Prouvons-le par récurrence :

Soit $P(n) = 2^{2n} - 1$.

Pour $n = 1$, on a $P(1) = 2^2 - 1 = 3$. $P(1)$ est bien un multiple de 3.

Supposons maintenant que $P(k)$ est un multiple de 3 $\forall k \geq n$ ($n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$), c'est-à-dire $\exists m \geq 1$ tel que $P(k) = 3m$.

Montrons que $P(k+1)$ est un multiple de 3 :

$$\begin{aligned}
 P(k+1) &= 2^{2(k+1)} - 1 \\
 &= 2^{2k+2} - 1 \\
 &= 4(2^{2k}) - 1 \\
 &= 4(2^{2k}) - 4 + 4 - 1 \\
 &= 4(2^{2k}) - 4 + 3 \\
 &= 4(2^{2k} - 1) + 3 \\
 &= 4(3m) + 3 \\
 &= 3(4m + 1)
 \end{aligned}$$

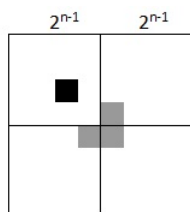
L'étude de petits cas ($n = 2, 3$) conduit à la conjecture suivante :

2. Formulation de conjecture

Conjecture : quel que soit n , tout polymino carré de taille 2^n est pavable, quelle que soit la position du trou.

3. Preuve

Nous utilisons ici une preuve par récurrence (raisonnement par contre-exemple minimal). Nous considérons le plus petit n tel que le polymino de taille 2^n soit impossible de paver. S'il existe, nous le partageons de la manière suivante, en plaçant un trimino « au centre » :



Chacun des quatre carrés égaux privés d'une case est pavable par hypothèse de récurrence (autrement, il existerait un carré plus petit non pavable, ce qui n'est pas possible par ce que nous avons posé). Puisque les quatre carrés sont pavables, c'est donc que le carré de côté 2^n est pavable, d'où la contradiction.

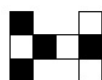
La résolution des deux problèmes nous a montré que les situations permettent de travailler des notions mathématiques et transversales qui ne le sont pas habituellement en classe. Sur la base de la caractérisation du modèle SiRC de Grenier et Payan, nous montrons dans le point suivant en quoi le problème du « pavage de polyminos » est bien une situation de recherche. Nous nous intéressons aussi aux nombreux apprentissages mis en jeu dans les deux situations.

Éléments d'analyse du problème

La situation proposée est pertinente à différents niveaux scolaires, mais aussi pour la formation d'enseignants. Les résultats obtenus seront bien sûr différents selon ces niveaux, c'est-à-dire que l'on pourra aller plus ou moins loin dans les conjectures et les preuves. Cependant, le problème 1 peut être résolu et prouvé de manière non formelle même avec des enfants de l'école primaire (Grenier, 2004).

Les sept critères spécifiques aux SiRC se retrouvent dans le problème du « pavage de polymino » :

- La situation s'inscrit dans une problématique de recherche professionnelle : la question de savoir si un polymino donné est pavable par un polymino plus petit est une question ouverte.
- La question est facile d'accès : elle n'est pas *a priori* pour l'élève un problème mathématique.
- Des stratégies initiales existent : il suffit d'avoir une perception de l'espace qui permette d'identifier un ensemble de cases et de comprendre ce qu'est un pavage.
- Plusieurs stratégies d'avancée dans la recherche sont possibles : preuve sur la possibilité de pavage, preuve sur l'impossibilité de pavage.
- Il y a un critère de « non-fin » : la résolution des problèmes peut soulever naturellement d'autres questions. Par exemple, nous avons établi qu'un polymino pavable par des dominos est nécessairement équilibré, et que cette condition est suffisante dans le cas de pavage de carrés avec « trou ». L'est-elle toujours si le polymino n'a pas de « trou » ? Sinon, dans quel cas ? Nous trouvons par exemple le contre-exemple suivant :



- Les problèmes présentent différentes variables de recherche laissées à la disposition de l'élève : la taille du polymino à paver et le type de pavés.
- Les savoirs notionnels ne font pas obstacle au développement de la démarche de recherche.

Ils concernent essentiellement des propriétés des naturels, avec des niveaux d'approche différents selon les problèmes : calcul d'aires, parité, preuve par récurrence.

Nous remarquons aussi l'ampleur du travail mathématique mis en jeu dans ces deux problèmes liés au « pavage de polyminos ». Citons-en quelques aspects :

- L'existence ou non de solutions. Dans le problème 1, l'existence de solutions dépend de la position de la case manquante tandis que le problème 2 admet des solutions dans tous les cas (quelle que soit la position de la case manquante).
- La distinction entre « condition nécessaire » et « condition suffisante ». Nous avons vu qu'en géométrie, la preuve d'un théorème et celle de sa réciproque sont parfois démontrées de façon analogue. Ici, si une condition est nécessaire et suffisante, la preuve de sa nécessité peut-être très différente de sa suffisance. En effet, dans le problème 1, les connaissances et outils pour établir la CN (l'outil coloration et la notion de « polymino équilibré ») ne sont pas les mêmes que ceux qui servent à établir la CS (décomposition, récurrence, notion d'adjacence).
- Des types de preuve non usuels :
 - Le problème 1 permet d'aborder des types de preuve non classiques, telles que la preuve par « exhibition d'un exemple ». En effet, en réponse à la question d'existence de pavage, nous pouvons facilement trouver un pavage pour un polymino de petite taille.
 - Nous avons utilisé de nouveaux outils de preuve tels que la décomposition d'une figure ou la coloration. Le principe de décomposition qui est défini par les propriétés d'additivité et de conservation par découpage nous a permis de prouver la condition suffisante dans le problème 1. La technique de coloration que nous avons utilisée pour prouver la condition nécessaire dans le problème 1 constitue une réelle démarche de modélisation. Ces nouveaux outils obligent l'élève à changer de conception sur ce qu'est une preuve en mathématique (et son formalisme).
 - Récurrence par contre-exemple minimal. Nous rencontrons souvent le schéma de type « ascendant » de la récurrence : $P(n_0)$ et $n \geq n_0, P(n) \Rightarrow P(n+1)$. Dans le problème 2, nous avons utilisé le schéma suivant :
 - on raisonne par l'absurde : il existe un contre-exemple minimal (de taille n) ;
 - soit un contre-exemple minimal (de taille n_0) ; on utilise la propriété que toute partie non vide de \mathbb{N} possède un plus petit élément ;
 - la considération d'un objet « plus petit » (le polymino partitionné) permet d'aboutir à une contradiction.

L'aspect non usuel des outils de preuve présentés ci-dessus est lié au domaine mathématique dans lequel s'inscrivent les situations de recherche, à savoir les mathématiques discrètes. Cette branche des mathématiques, quasi inexistante en tant que savoir institutionnel dans notre enseignement, permet pourtant de travailler la modélisation et la preuve et ce, de la mise en place de conjectures à l'élaboration de démonstrations. Les mathématiques discrètes peuvent donc être vues comme « *une alternative à la géométrie pour l'apprentissage de la démarche de preuve* » (Grenier et Payan, 1998, p. 81). Au sein des situations de recherche présentées dans cette section, nous avons aussi utilisé des démarches spécifiques de modélisation, basées sur la notion d'adjacence entre deux cases qui définit un domino ainsi que sur la structuration par la coloration. Alors que le travail de modélisation consiste usuellement en l'application d'un modèle unique associée à la situation à modéliser, « *la diversité des modèles en mathématiques discrètes rend en effet nécessaire le travail de modélisation* » (Grenier et Payan, 1998, p. 86).

Nous revenons maintenant sur quelques éléments importants pour l'organisation d'une activité de recherche en classe.

VIII.3 Organisation en classe

Les recherches de Grenier portent également sur la gestion en classe des SiRC. De ses travaux (2006, 2009), nous dégageons quatre points incontournables pour que la situation de recherche puisse se réaliser en classe :

- **le travail en groupes** : c'est un moyen d'assurer à la fois la dévolution des problèmes (car ils ne sont pas usuels) et les échanges et la discussion sur les stratégies et les solutions ;
- **des synthèses collectives** : elles permettent de faire le point sur les cas résolus, les conjectures, les contre-exemples, les preuves, et aussi les difficultés ;
- **le temps** : le temps est un élément important pour la résolution en groupes et aussi pour les synthèses. La situation ne sera porteuse d'apprentissages que si elle se produit sur plusieurs séances. Il est donc nécessaire que chaque groupe tienne un « cahier de recherche », pour faire mémoire de l'état de la résolution d'une séance à l'autre : cas étudiés, conclusions, questions non résolues, nouvelles questions, mais aussi difficultés, pistes abandonnées, etc ;
- **un support matériel** : la manipulation avec un matériel tel que des plateaux quadrillés ou damiers, et des dominos et triminos (faciles à réaliser en bois ou cartons) assure une meilleure dévolution des problèmes. L'activité expérimentale est favorisée, relativement au support papier-crayon : essais faciles qui permettent de faire des hypothèses assez vite sur l'existence ou non d'un pavage, de faire des conjectures, d'exhiber des contre-exemples ;

Au vu de ces différents points, nous comprenons que les SiRC demandent une organisation didactique particulière. Selon Grenier (2009), plus que l'organisation didactique, ce sont plutôt les phases collectives de débat et d'institutionnalisation qui peuvent être ressenties comme sources de difficultés par l'enseignant, puisque ce sont avant tout les savoirs transversaux qui sont en jeu. « *Il s'agit donc de porter l'attention sur les reformulations des déclarations des élèves (hypothèses, propriétés, conjectures), sur les codages ou les modélisations utilisées, sur les exemples et contre-exemples et leur rôle, sur la distinction entre condition nécessaire et condition suffisante, sur la mise au point et l'écriture des preuves* ».

VIII.4 Bilan

Notre intérêt pour les situations de recherche provient d'une volonté de rapprocher le travail de l'élève aux activités du chercheur. En situation de recherche, le chercheur choisit une question, expérimente, étudie des cas particuliers, choisit un cadre de résolution, modélise, énonce des conjectures, prouve, définit, change éventuellement la question initiale, . . . C'est à ce type de pratique que l'équipe *Math-à-Modeler* tente de confronter l'élève, via les situations de recherche pour la classe.

Ce rapprochement entre l'élève et le chercheur en mathématiques a été motivé par les constats faits au chapitre VII. Nous avons remarqué que certaines compétences transversales ne sont pas réellement prises en charge par l'enseignement et de tels savoir-faire transversaux sont pourtant constitutifs d'un véritable travail de recherche. D'une part, nous avons souligné le peu de place effective, dans les organisations didactiques actuelles, pour l'activité de modélisation, même si les programmes mentionnent son importance : la plupart des problèmes en lien avec une activité de modélisation sont rattachés à un chapitre avec pour objectif essentiel l'application d'une technique. D'autre part, nous avons constaté que les aspects de la preuve et de la démonstration mis en avant dans les mêmes organisations didactiques ne sont pas ceux des programmes officiels : on s'intéresse à la rédaction de démonstrations, plus qu'à la maîtrise du raisonnement. Il n'y donc pas de place pour l'enjeu de vérité ni pour les conjectures. En lien avec ces constats, nous avons montré que les situations de recherche sont liées à un travail spécifique sur les compétences transversales « prouver » et « modéliser » mais aussi conjecturer, réfuter, expérimenter, décomposer/recomposer, . . . Les situations de recherche interrogent ainsi la capacité des élèves à résoudre un problème « nouveau », pour lequel on ne dispose pas d'une technique connue et immédiatement disponible et qu'on ne peut « rattacher » à aucun théorème ou cadre théorique connus.

L'enjeu principal et novateur des SiRC est de provoquer une attitude différente face à l'activité mathématique : celle du chercheur et donc de la méthodologie de recherche. Le rôle de l'enseignant devient alors celui de l'assistant au service de l'avancée des investigations expérimentales des élèves. Il peut donc consacrer toute sa vigilance et son savoir-faire à l'aménagement d'un milieu riche et propice aux constructions des savoirs scientifiques.

Nous avons ainsi montré les perspectives didactiques nouvelles offertes par les SiRC. Toutefois, nous n'avons pas tenu compte de deux éléments essentiels au sujet de l'intégration des « problèmes de recherche » en classe. D'une part, les enseignants sont soumis à des contraintes institutionnelles telles que le manque de temps pour laisser les élèves chercher vraiment. C'est bien la question d'une organisation mathématique et didactique qui se pose ici. D'autre part, il y a une absence de formation à la gestion de ces situations. Comment contrôler, valider ou invalider, les stratégies et les conjectures différentes qui vont probablement émerger ? Comment aider l'élève pour faire avancer la résolution ? Quel est le critère de fin de la recherche ?

En plus des deux points évoqués, nous constatons que la mise en place de situations de recherche tend à opposer une approche disciplinaire et une approche transversale. En effet, les SiRC ne sont pas conçues pour enseigner un concept mathématique précis, puisque leur objectif premier est l'apprentissage des savoirs constitutifs de l'activité mathématique, c'est-à-dire les savoir-faire transversaux. Selon l'équipe *Maths-à-Modeler*, il est difficile, pour un élève, de tenir simultanément le double objectif : raisonner, conjecturer, modéliser, prouver et construire des connaissances sur un ou des concepts mathématiques. Toutefois, cette logique va à l'encontre de la philosophie de l'approche par compétences. Reprenons en effet les directives de l'article 8 du décret « Missions » étudié au chapitre I : il faut mettre l'élève « *dans des situations qui l'incitent à mobiliser dans une même démarche des compétences transversales et disciplinaires y compris les savoirs et savoir-faire y afférents* » (p. 4). En conclusion, nous nous retrouvons dans une impasse : d'une part, les activités proposées par les organisations didactiques actuelles ne prennent vraiment pas en charge les apprentissages transversaux parce qu'elles présentent un ensemble de règles du contrat didactique (ces règles ont pourtant leur légitimité dans des moments spécifiques, en particulier celui de l'apprentissage ou du travail d'une technique, ou de l'utilisation spécifique d'un théorème). D'autre part, les situations de recherche, pourtant sources d'apprentissages de savoirs transversaux, ne visent pas la mise en œuvre de compétences disciplinaires.

Conclusion

Bilan du travail

L'approche par compétences a été introduite en Communauté française il y a une quinzaine d'années en vue d'améliorer le système éducatif jugé peu performant et très inégalitaire. L'influence du monde de l'entreprise et l'évolution sociétale sont également à l'origine de sa mise en place dans notre enseignement. C'est donc en termes de compétences que s'expriment les visées d'une école déterminée à réduire les taux très importants de l'échec scolaire et à égaliser les acquis essentiels pour une vie épanouie et citoyenne.

De tels objectifs sont à la base du décret « Missions », texte législatif qui annonce officiellement la réforme des « compétences ». Il commande d'une part l'élaboration de référentiels communs fixant les compétences à atteindre aux différents points clés du cursus scolaire par tous les élèves quelle que soit l'école fréquentée. D'autre part, il prévoit de fournir à titre indicatif des outils permettant de mesurer la maîtrise de ces compétences. Bien que le décret vise une régulation par l'État de la diversité des approches pédagogiques, l'obligation de ne pas toucher à la liberté des réseaux n'a pas pu déboucher sur l'écriture d'un programme commun à tout pouvoir organisateur. Les différents réseaux de la Communauté française ont donc élaboré de manière indépendante leurs nouveaux programmes dont la conformité aux référentiels de compétences a toutefois dû être approuvée par le Ministère.

La multitude de documents officiels qui a accompagné cette nouvelle réforme nous a amenée à nous pencher sur le sens qu'ils donnent à la notion de compétence ainsi que sur leur cohérence en termes de définition des objectifs à atteindre et de développement de compétences. Ce premier travail n'a pas débouché sur une conception claire de cette nouvelle notion. D'une part, la mobilisation des ressources placée au cœur de la notion de compétence dans le décret « Missions » fait écho à une approche transversale de l'apprentissage mais celle-ci n'est que partiellement présente au sein des référentiels, où de nombreuses compétences sont uniquement liées à des savoirs et savoir-faire. Par ailleurs, les programmes étant construits sur la base des référentiels, ils présentent cette même confusion entre savoirs, savoir-faire et activités de mobilisation. D'autre part, les différentes formes que prennent les tâches proposées dans les outils d'évaluation ne nous ont pas permis de comprendre clairement le sens à attribuer à la notion de compétence. En effet, certains outils présentent uniquement des tâches complexes et inédites alors que d'autres évaluent également la maîtrise de quelques procédures de base. Aussi, l'ana-

lyse des différentes brochures ne nous a pas fourni un cadre précis permettant de travailler au développement des compétences : ni les référentiels ni les programmes ne proposent des situations précises d'apprentissage les mettant en jeu. Toutefois, les outils d'évaluation proposent des situations pour attester de la maîtrise des compétences mais le concept de famille de tâches sur lequel ils s'appuient ne semble pas opérationnalisé, en ce sens que leurs contours ne sont pas clairement délimités.

Ces premiers constats nous ont poussée à interroger la littérature spécialisée qui a suivi la diffusion des documents officiels. Cette analyse de la littérature en sciences de l'éducation et, dans une moindre mesure, en didactique des mathématiques, a mis en avant les multiples critiques dont l'approche par compétences a fait l'objet. Celles-ci sont principalement liées au niveau d'exigences extrêmement élevé vers lequel a glissé la notion de compétence mais aussi à la confusion entre apprentissage et évaluation. Les nombreuses controverses ont également trait au manque de fondement théorique du transfert, pourtant à la base de la mobilisation des ressources, ainsi qu'aux incertitudes qui mettent en cause l'hypothèse de la transversalité des apprentissages.

Le travail jusqu'alors réalisé a été abordé sous un angle théorique et descriptif entre étude de documents officiels et analyse de la littérature spécialisée. La volonté d'adopter un autre point de vue, plus pratique, de l'approche par compétences a orienté le cheminement de ce travail vers l'expérience enseignante. Les résultats de la diffusion d'un questionnaire auprès de 60 enseignants nous ont permis de relever d'une part la façon dont ils intègrent le développement des compétences dans leurs cours, en termes d'apprentissage et d'évaluation et d'autre part, leur conception de l'approche par compétences. Nous avons constaté différentes tendances au niveau de l'intégration des compétences préconisées par les programmes. Le changement majeur dans leur façon d'enseigner réside dans une augmentation de situations-problèmes en fin d'apprentissage et/ou dans les évaluations. Nous avons aussi observé l'accueil plus que mitigé réservé par les enseignants à l'approche par compétences ; ils dénoncent notamment le manque de moyens de la mise en place de cette réforme, en termes de formation et en termes d'outils à leur disposition.

L'importance accordée à la résolution de problèmes dans les pratiques enseignantes implique une conception davantage transversale du développement des compétences. Ce constat nous a amenée à nous interroger sur la façon dont l'enseignant peut effectivement viser le développement des savoir-faire transversaux. De tels savoir-faire étant constitutifs d'une activité de recherche, nous avons d'abord choisi d'analyser la place accordée à la démarche de recherche dans notre enseignement, en nous focalisant sur deux compétences transversales : « modéliser » et « prouver ». Nous avons mis en évidence les activités liées à la modalisation et à la preuve au niveau des deuxième et troisième degrés de l'enseignement secondaire, en articulant le double point de vue de l'écologie des savoirs et du contrat didactique. L'analyse de quelques manuels scolaires, des outils d'évaluation et des outils pédagogiques du Segec nous ont permis de relever certaines hypothèses quant aux règles de contrat didactique en lien avec les activités de modalisation et de preuve. Le processus de modélisation est très généralement réduit

à un exercice d'application d'un modèle associé à la situation-problème, ce qui ne laisse pas à la charge des élèves le problème de l'élaboration du processus de modélisation. Quant à la démarche de preuve, elle consiste en un travail de rédaction de démonstration, basé sur un raisonnement déductif simple et utilisant les notions vues dans le chapitre en cours. Elle éclipse ainsi toute activité de conjecture, d'expérimentation, de réfutation. Notre étude nous a permis de caractériser le type d'enseignement actuel autour d'objets de savoir comme outils de modélisation et de preuve en classe de 3^e, 4^e, 5^e et 6^e années du secondaire. Cette caractérisation a mis en évidence des décalages dans le développement des compétences entre les programmes et les différentes organisations didactiques énoncées ci-dessus.

Dans la continuité de notre questionnement autour de la démarche de recherche dans l'enseignement des mathématiques, nous nous sommes alors interrogée sur les outils disponibles pour réellement développer des compétences transversales chez l'élève. C'est dans cette perspective que nous avons consacré la dernière partie de ce travail aux situations de recherche pour la classe. Sur la base de deux exemples, nous avons observé la richesse des démarches de modélisation et de preuve mises en œuvre dans les SiRC. Nous avons également constaté le travail d'expérimentation important dans de telles situations et sa proximité avec celui du chercheur en mathématiques. Dans une situation de recherche, l'élève met effectivement en œuvre une démarche scientifique articulant conjecture, preuve, modélisation, réfutation, . . . Rappelons que de telles activités ne sont guidées par aucune règle du contrat didactique car l'élève ne peut rattacher la situation à aucun cadre théorique connu. Nous avons ainsi conclu que les SiRC constituent de vrais outils pour développer les compétences transversales préconisées par les programmes. Nous avons toutefois souligné l'approche complètement transversale adoptée par les SiRC, négligeant ainsi tout apprentissage disciplinaire pourtant aussi recommandé par les programmes.

Nous pointons maintenant certaines limites méthodologiques de notre travail. D'une part, la réflexion autour du développement des compétences transversales que nous avons menée au chapitre VII s'est limitée à l'étude de deux savoir-faire transversaux. L'analyse écologique permettant de déterminer la place accordée à de réelles activités de modélisation et de preuve a été longue et rigoureuse ; un tel travail ne pouvait être fourni pour l'ensemble presque innombrable de compétences transversales préconisées dans les programmes. Mais nous sommes consciente que l'étude de quelques autres savoir-faire transversaux pourraient enrichir nos constats. D'autre part, nous n'avons pas considéré la compétence « modéliser » dans toute sa généralité car nous avons limité le travail de modélisation mathématique à des démarches de modélisation à partir de situations « réelles ». D'autres hypothèses du contrat didactique liées à un aspect plus général de la modélisation pourraient à nouveau compléter nos résultats. Aussi, nous n'avons pas pris en compte l'ensemble des manuels scolaires existant en Belgique francophone. Bien que notre travail de sélection s'appuie avant tout sur les ouvrages d'édition récente, nous avons également choisi les ouvrages que nous avons pu nous procurer facilement. De plus, l'analyse écologique que nous avons menée en lien avec les activités de modélisation et de preuve n'a pas visité l'ensemble des chapitres des manuels pour chaque niveau d'enseignement. Nous pensons également que le recours à d'autres manuels ainsi que l'étude systématique de chaque chapitre

pourraient donner davantage de poids à nos conclusions. Enfin, nous n'avons pas confirmé les hypothèses de règles du contrat didactique en procédant à une phase d'expérimentation en classe. En introduisant dans cette phase une perturbation dans le système d'enseignement aux deuxième et troisième degrés du secondaire, nous aurions pu mettre en évidence les ruptures de nos hypothèses préalablement établies. Nous sommes certaine que ce travail d'expérimentation pourrait accentuer davantage les décalages observés dans le développement de compétences entre les programmes et les manuels scolaires.

La caractérisation et l'étude des SiRC réalisées au chapitre VIII présentent également certaines limites méthodologiques que nous énonçons maintenant. D'une part, nous avons centré notre travail autour de deux situations de recherche en présentant pour chacune d'elles les stratégies possibles de résolution ainsi que les apprentissages transversaux mis en jeu. Nous n'avons donc pas exploré l'ensemble des SiRC développées par l'équipe *Maths-à-Modeler*. Ce choix a été guidé par la spécificité des démarches de modélisation et principalement de preuve observées au sein des deux situations choisies. Nous pensons cependant que l'étude d'autres SiRC pourrait enrichir le panel des outils non usuels de modélisation et de preuve mis en œuvre dans les situations de recherche. D'autre part, nous avons uniquement basé notre travail sur les analyses *a priori* dont dispose l'équipe *Math-à-Modeler*. Nous n'avons donc pas procédé à une expérimentation en classe qui aurait pu faire apparaître d'autres stratégies de résolution et qui, surtout, aurait pu étayer davantage nos éléments d'analyse en termes d'organisation en classe.

Analyse critique

Pour clôturer ce travail, nous discutons maintenant des différents points étudiés au fil de notre recherche en adoptant une démarche critique. Après avoir abordé l'approche par compétences sous l'angle des documents officiels ainsi que du point de vue de la littérature spécialisée, nous complétons notre travail par une analyse critique de cette nouvelle réforme. Nous confrontons également cette analyse avec l'avis des enseignants sur l'approche par compétences mais aussi avec les propositions didactiques offertes par les situations de recherche pour la classe.

Le discours d'intention sur les compétences est bien-sûr intéressant en termes objectifs poursuivis. Les ambitions qui président à cette nouvelle réforme sont effectivement louables car, en mettant l'accent sur le sens des apprentissages et surtout sur la capacité qu'a un élève à mobiliser ses connaissances, il s'agit de combler le fossé entre les savoirs construits dans un contenu spécifique d'enseignement et les savoirs mobilisés dans l'action. Toutefois, la question des moyens crédibles utilisés pour satisfaire les ambitions affichées se pose rapidement. Nous pouvons supposer que les autorités supérieures ont cru présenter un cadre explicite de la mise en œuvre de cette réforme par la diffusion des référentiels de compétences et des outils d'évaluation.

Revenons d'abord sur ces deux « documents » mis à la disposition des enseignants. D'une part, au vu des compétences terminales en mathématiques (présentées dans le référentiel *Compétences terminales et savoirs requis*), nous constatons qu'elles sont en grande majorité intra-

scolaires et utiles à l'accès au savoir. Alors que le décret « Missions » soutient que l'élève doit acquérir des compétences qui le rendent apte à apprendre toute sa vie et à prendre une place active dans la vie économique, sociale et culturelle, la plupart des compétences retenues n'ont donc pas été choisies pour leur usage possible dans la vie courante ou dans la vie professionnelle. De plus, les compétences appartenant aux registres « savoir, connaître, définir » et « calculer » ne font en rien référence à une capacité de mobiliser un ensemble de ressources et semblent, par conséquent, très en retrait par rapport à la définition de compétence présentée dans le décret.

Sous le terme de « compétence », nous trouvons donc dans les référentiels des réalités extrêmement différentes les unes des autres impliquant des référents théoriques multiples et des démarches didactiques divergentes. Nous dénonçons ainsi une première incohérence dans la logique de l'approche par compétences. Celle-ci peut expliquer par ailleurs la raison qui pousse certains enseignants à ne pas se référer aux référentiels de compétences dans leur pratique quotidienne.

L'incohérence observée nous permet également de comprendre les difficultés rencontrées dans la construction d'épreuves d'évaluation : l'élaboration de quelques d'outils d'évaluation a duré plus de cinq ans ! Ces difficultés tiennent évidemment au fait que les compétences dans les référentiels renvoient à des conceptions divergentes de cette notion ; ambiguïtés vraisemblablement non remarquées par les rédacteurs des référentiels car ils n'avaient pas à construire, simultanément, des instruments pour les évaluer. D'où le choix d'une forme d'épreuve différente pour évaluer les compétences énoncées dans les *Socles* et celles énoncées dans les *Compétences terminales*. Cette différence ajoute à l'approche par compétences une seconde incohérence. Notons qu'une construction d'épreuves d'évaluation menée en parallèle à la construction des référentiels aurait contraint les auteurs des référentiels à lever les ambiguïtés dans l'usage qu'ils se faisaient de la notion de compétence. Cela est d'autant plus dommageable que ce sont les démarches d'évaluation qui, selon nous, constituent souvent un levier efficace pour inviter les enseignants à modifier leurs pratiques. Ainsi, nous comprenons en partie pourquoi plus de la moitié des enseignants interrogés n'ont jamais eu recours aux outils d'évaluation. De tels chiffres sont également une conséquence directe du niveau d'exigences de ces outils. Ceux-ci confrontent en effet les élèves à un niveau d'exigences extrêmement élevé et nous partageons l'avis de nombreux enseignants ainsi que celui de Crahay en affirmant que la plupart des élèves n'atteindront pas un tel niveau. Bien qu'il nous semble important de rappeler à ce sujet l'ensemble non exhaustif des obstacles qui se posent à la résolution de problèmes complexes et inédits - l'éventuelle maîtrise imparfaite de procédures de base, le risque d'une représentation partiellement erronée du problème et celui d'un phénomène de saturation de la mémoire de travail - , nous tenons surtout à insister sur l'illusion qu'entretient l'approche par compétences autour du concept de « famille de tâches », sous-tendu par celui du « transfert ». En effet, nous avons constaté que le concept de famille de tâches est complètement arbitraire, en ce sens que rien ne peut établir exactement ce qu'il y a de commun entre les tâches d'une même famille. Le concept du transfert n'est, quant à lui, légitimé par aucun construit théorique. L'approche par compétences apporte ainsi une mauvaise réponse à la problématique de la mobilisation des ressources.

Les incohérences de l'approche par compétences ainsi que la réponse plus qu'insatisfaisante qu'elle apporte à la question du savoir-mobiliser sont autant d'arguments qui nous poussent à affirmer que les autorités supérieures ne se sont pas suffisamment posé la question des moyens de la mise en place de la réforme des compétences. Tout reste donc à faire, sur le dos des enseignants : ils doivent s'engager dans les pratiques nouvelles que suppose la logique des compétences sans outil disponible en termes de développement de compétences et de méthodes d'évaluation. Les enseignants se basent évidemment sur les programmes officiels qui, selon nous, ont simplifié la logique de l'approche par compétences en « greffant » des démarches mentales sur un capital de savoirs et savoir-faire finalement inchangé. Cette simplification leur permet ainsi de concevoir généralement un processus d'apprentissage en trois phases : découverte de nouveaux savoirs - exercices procéduraux pour fixer les différents savoir-faire - résolution de problèmes complexes et inédits lorsque cela est possible (quand le temps le permet et quand la matière s'y prête). Ils intègrent alors le développement des compétences dans quelques situations-problèmes mettant en œuvre un ensemble de savoirs et savoir-faire propres au chapitre en cours.

Les enseignants injectent donc des « moments de travail par compétences », en proposant de temps à autre des situations-problèmes dans une planification d'apprentissage largement inchangée. Ce qui nous interpelle dans cette conception de l'approche par compétences est qu'elle semble s'éloigner d'un curriculum planifié et construit entièrement au service de compétences, où davantage de tâches mobilisatrices de ressources auraient leur place. Nous présentons toutefois un avis défavorable à de telles pratiques qui visent à structurer l'enseignement des mathématiques par des problèmes complexes, et ce, pour trois raisons. D'une part, nous y voyons un moyen d'élever en norme *la complexité inédite* dénoncée par Crahay et qui, selon nous, transformerait notre enseignement des mathématiques en une pédagogie élitiste. Nous partageons ainsi la crainte de 7% des enseignants interrogés qui voient, à travers l'approche par compétences, une façon de favoriser exagérément les élèves « doués » au détriment des autres. D'autre part, nous pensons qu'augmenter considérablement la proportion de situations-problèmes dans le cours de mathématiques implique inévitablement une réduction des savoirs et savoir-faire, relégués au rang d'instruments devant servir au développement de compétences. Mais comme cette dernière occupation coûte du temps et de l'énergie, nous redoutons qu'adopter une approche par compétences exige de « raboter » les connaissances théoriques, en faisant par exemple moins de démonstrations. Cela a une conséquence claire à nos yeux : des lacunes chez l'élève au niveau de la rédaction mathématique et de la rigueur théorique. Aussi, donner autant de place aux situations-problèmes dans les cours implique une réduction des périodes de « drill », permettant pourtant la maîtrise des procédures automatisées. Enfin, nous pensons comme Schneider (chapitre IV) que tout enseignement basé sur les stratégies générales, indépendantes des différents contenus d'enseignement, est inefficace pour la résolution de problèmes. Nous nuancions toutefois sa vision « catégorisée » des problèmes mathématiques qui prend forme dans un rassemblement des problèmes proches se résolvant au moyen de mêmes techniques. En effet, cette catégorisation de problèmes nous renvoie plus ou moins directement aux règles du contrat didactique établies au chapitre VII de ce travail et peut, par conséquent, amener des décalages dans le développement de compétences transversales préconisées par les

programmes. Ce dernier point nous montre en fait toute l'étendue des tensions sous-jacentes au développement de compétences : la résolution de tâches complexes et inédites requiert un savoir-transférer dont les assises théoriques restent très hypothétiques mais la catégorisation de ces différentes tâches qui faciliterait chez l'élève son processus de mobilisation de ressources ne permet pas, selon nous, de viser réellement le développement des savoir-faire transversaux.

À ce sujet, notre intérêt pour les situations de recherche pour la classe a été motivé par la volonté de trouver une réponse plus satisfaisante au développement des compétences transversales préconisées par les programmes. Nous apprécions les perspectives didactiques qu'elles offrent en termes de savoir-faire transversaux ainsi que la façon dont elles peuvent rendre aux yeux des élèves l'enseignement des mathématiques intellectuellement plus intéressant et plus efficace. Mais nous apercevons toutefois les limites qu'elles présentent en termes de savoirs notionnels. Il nous semble évident que de telles situations de recherche ne peuvent viser en même temps des apprentissages transversaux et le travail d'une notion mathématique désignée. La lourdeur des programmes de mathématiques ne permet donc que très difficilement aux enseignants de proposer régulièrement des situations de recherches pour la classe, surtout que leur efficacité en termes d'apprentissages transversaux passe, selon nous, par une utilisation non occasionnelle.

Nous pensons aussi que les tensions évoquées plus haut apparaissent également au moment de l'évaluation. L'enseignant a en effet le choix entre poser un problème complexe et totalement inédit que peu d'élèves pourront résoudre ou poser un problème complexe « proche » de ceux faits en classe sous peine de ne pas vraiment évaluer les compétences à maîtriser. Nous tenons aussi à dénoncer un risque maximal dans l'évaluation de compétences : confronter l'élève à des problèmes complexes et inédits uniquement en périodes d'évaluation. Les résultats de la diffusion du questionnaire ont en effet montré que les pratiques de 8% des enseignants interrogés se rapprochent de la pédagogie de l'extrême dénoncée par Crahay. Là encore plus qu'ailleurs le risque de transformer l'enseignement des mathématiques en une pédagogie élitiste est élevé.

Aussi, nous avons évoqué dans ce travail une volonté de l'approche par compétences de dépasser les contours des disciplines en développant des compétences « interdisciplinaires » encore appelées transversales (au sens plus large que celui utilisé ci-dessus). Toutefois, les groupes disciplinaires ont rédigés les référentiels de compétences sans concertation et sans ligne directrice claire avec pour conséquence, l'absence d'approche interdisciplinaire. Celle-ci montre à nouveau que l'approche par compétences ne s'est pas donnée les moyens à la hauteur de ses ambitions. Nous percevons cependant cette nouvelle « défaillance » de l'approche par compétences d'un œil positif pour l'épistémologie des différentes disciplines. Nous partageons en effet le point de vue de Schneider qui soutient que les compétences transdisciplinaires sacrifieraient l'épistémologie propre des différentes disciplines. En effet, nous pensons, comme Schneider, que les compétences transversales ne prennent pas la même forme selon les contextes dans lesquels elles sont mises en œuvre.

En conclusion, nous soulignons d'abord un point positif dans la réforme des compétences : la convergence établie entre tous les établissements pour mettre en œuvre des objectifs communs. Notons qu'au vu des résultats de la diffusion du questionnaire, le fait que l'approche

par compétences, avant d'être une éventuelle remise en cause des pratiques pédagogiques et didactiques est avant tout une tentative d'unifier les objectifs des écoles, n'a pas été perçue par les enseignants. Certains d'entre eux dénoncent plutôt que cette façon d'imposer une vision unilatérale des choses crée chez l'enseignant un sentiment négatif, l'impression que tout ce qu'il aurait fait jusqu'à présent serait sans valeur. Nous regrettons cependant que les référentiels, ne se substituant pas aux divers programmes, n'assurent que partiellement l'unification souhaitée. Ensuite, nous dénonçons le niveau extrêmement élevé auquel l'approche par compétences confronte l'élève, par la mise en place de problèmes complexes et inédits. En exigeant que l'élève, confronté à une situation nouvelle, soit capable de choisir à bon escient les procédures qui conviennent, l'approche par compétences renvoie à une ambition démesurée à laquelle ni la pédagogie ni la didactique n'offrent de méthode éprouvée. Cela nous permet par ailleurs de rebondir sur l'absence de formation reçue dénoncée par de nombreux enseignants. La question est d'abord de savoir qui pourrait leur expliquer comment enseigner à l'élève la mobilisation à bon escient de ses savoirs et savoir-faire ? La question reste, selon nous, en suspens. Nos conclusions nous poussent alors à affirmer que l'approche par compétences préconisée par les réformateurs et imposée de façon unilatérale sans avoir fait l'objet d'une réflexion aboutie, ne saurait à elle seule apporter une réponse satisfaisante à toutes les problèmes qui se posent dans le domaine de l'éducation et, notamment, aux taux d'échec scolaire très importants.

Bibliographie

Articles de recherche

- ARSAC G. ET AL. (1988), Problème ouvert et situation-problème, *IREM de Lyon*.
- ASSUDE T. (1996), De l'écologie et de l'économie d'un système didactique, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, Vol. 16, Numéro 1, 48-70.
- BALACHEFF N. (1988), *Une étude des processus de preuve en mathématique chez des élèves de Collège*, Thèse d'État, Université de Grenoble.
- BECKERS J. (2002), *Développer et évaluer des compétences à l'école : vers plus d'efficacité et d'équité*, Éd. Labor, Bruxelles.
- BECKERS J., VOOS C. (2008), Savoirs scolaires et compétences, les difficultés de cadrage d'une réforme en Communauté française de Belgique, in *Compétences et contenus* (Audegier et al.), De Boeck Université, 51-64.
- BROUSSEAU G. (1986), *La théorisation des phénomènes d'enseignement des mathématiques*, Thèse d'État, Université de Bordeaux.
- BROUSSEAU G. (1998), *La théorie des situations didactiques*, Grenoble : la Pensée Sauvage.
- CARETTE V. (2007), Les implications de la notion de compétence sur l'évaluation, *Éducation & Formation*, Numéro e286, 51-61.
- CARETTE V. (2009) Et si on évaluait des compétences en classe ? A la recherche du « cadrage instruit », in *Evaluations en tension : entre la régulation des apprentissages et le pilotage des systèmes* (Mortier Lopez L. et Crahay M.), Bruxelles : De Boeck, 147-163.
- CARTIER L. (2006), Les situations-recherche, Apprendre à chercher en mathématiques. La chasse à la bête, *Actes du colloque de l'Association Mathématique du Québec (AMQ)*, Sherbrooke, 70-73.
- CHARNAY R. (2010), Enseigner pour faire apprendre. . . , *TRACES*, Numéro 198.
- CHATEAU J. (1966), *Les grands pédagogues*, PUF.
- CHEVALLARD Y. (1989), Le passage de l'arithmétique à l'algèbre dans l'enseignement des mathématiques au collège, *Petit x*, Numéro 19, 45-75.
- CHEVALLARD Y. (1991), *La transposition didactique : du savoir savant au savoir enseigné*, Grenoble : La Pensée Sauvage.

- CHEVALLARD Y. (1994), Enseignement de l'algèbre et transposition didactique, *Rend. Sem. Mat. Univ. Poi. Torino*, Vol. 52.
- CLAPARÈDE É. (1946), *L'éducation fonctionnelle*, Neufchâtel : Delachaux et Niestlé.
- COULANGE L. (1997), Les problèmes « concrets » à « mettre en équations » dans l'enseignement, *Petit x*, Numéro 47, 33-58.
- CRAHAY M. (1995), La définition de socles de compétences. Pour un recadrage constructiviste, *Document interne* (Université de Liège).
- CRAHAY M. (2003), *Peut-on lutter contre l'échec scolaire ?*, deuxième édition, De Boeck.
- CRAHAY M. (2006), Dangers, incertitudes et incomplétude de la logique de compétence, *Revue française de pédagogie*, Numéro 154, 97-110.
- CRAHAY M., DETHEUX M. (2005), L'évaluation des compétences, une entreprise impossible? (Résolution de problèmes complexes et maîtrise de procédures mathématiques), *Mesure et évaluation en éducation*, Vol. 28, Numéro 1, 57-78.
- DE KETELE J.M. (2000), En guise de synthèse : Convergences autour des compétences, in *Quel avenir pour les compétences ?* (Bosman C., Gérard F.M., Roegiers X.), De Boeck, Bruxelles.
- DELOUSTAL-JORRAND V. (2004), *L'implication mathématique : étude épistémologique et didactique*, Thèse de Doctorat de l'Université de Grenoble I.
- DOUADY R. (1994), Ingénierie didactique et évolution du rapport au savoir, *Repères-Irem*, Numéro 15, 37-61.
- DURKHEIM E. (1938), *L'évolution pédagogique en France*, Presses universitaires de France, Paris, 364-365.
- FAGNANT A., DEMONTY I., LEJONG M. (2003), La résolution de problèmes : un processus complexe de « modélisation mathématique », *Informations pédagogiques*, Vol. 54, 29-39.
- FOUREZ G. (2005), Controverses autour de diverses conceptualisations (modélisations) des compétences transversales, *Revue canadienne de l'enseignement des sciences, des mathématiques et des technologies*, Vol. 5, Numéro 3, 401-412.
- GAGNÉ R.M. (1985), *The Conditions of Learning and Theory of instruction*, New-York : Holt, Rinehart and Winston.
- GANDIT M. (2004), Preuve ou démonstration, un thème pour la formation des enseignants de mathématiques : première partie, *Petit x*, Numéro 65, 36-49.
- GANDIT M. (2004), Preuve ou démonstration, un thème pour la formation des enseignants de mathématiques : deuxième partie, *Petit x*, Numéro 66, 49-82.
- GASCÓN J. (1995), Un nouveau modèle de l'algèbre élémentaire comme alternative à l'« arithmétique généralisée », *Petit x*, Numéro 37, 43-63.
- GÉRARD F-M. (2007), La complexité d'une évaluation des compétences à travers des situations

complexes, *Actes du Colloque international de l'ORÉ* (Montréal).

GILIS D., GUILLAUME J.-C. (1995), La résolution de problèmes : un nouveau savoir scolaire ?, *Spirale*, Numéro 15, 91-119.

GODOT K. (2005), *Situations recherche et jeux mathématiques pour la formation et la vulgarisation*, Thèse de Doctorat de l'Université Grenoble 1.

GOLOMB S. W. (1994), *Polyominoes : Puzzles, Patterns, Problems, and Packings*, 2nd ed. Princeton, NJ : Princeton University Press.

GRENIER D. (2006), Des problèmes de recherche pour l'apprentissage de la modélisation et de la preuve en mathématique, *Actes du colloque de l'Association Mathématique du Québec (AMQ)*, Sherbrooke, 155-161.

GRENIER D. (2008), Des situations de Recherche en mathématiques pour la formation à la démarche scientifique, *Actes de l'UE d'été de Saint-Flour « La démarche expérimentale en mathématiques »*.

GRENIER D. (2009), Changer le rapport des élèves aux mathématiques en intégrant l'activité de recherche dans les classes, *Actes du séminaire national de didactique des mathématiques*, 161-178.

GRENIER D. (2012), La démarche d'investigation dans les situations de recherche pour la classe (SIRC), *Actes EMF2012 - GT10*, Université de Genève.

GRENIER D., PAYAN C. (1998), Spécificités de la preuve et de la modélisation en mathématiques discrètes, *Recherches en Didactiques des Mathématiques*, Vol. 18, Numéro 1, 59-99.

GRENIER D., PAYAN C. (2003), Situation de recherche en classe : essai de caractérisation et proposition de modélisation, *Cahiers du séminaire national de l'ARDM*, Paris, Octobre 2002.

HAMELINE D. (1979), *Les objectifs pédagogiques en formation initiale et continue*, Paris, E.S.F. éditeur.

HENRY M. (1997), Expérience aléatoire et modélisation, *cahiers du Séminaire Didatech*.

HOUART M. (2001), *Évaluer des compétences. Oui mais... Comment ?*, FUNDP - Namur.

JONNAERT P. (2002), *Compétences et socioconstructivisme. Un cadre théorique*, Bruxelles : De Boeck-Université.

JONNAERT P., M'BATIKA A. (2004), *Les réformes curriculaires*, Presses de l'Université du Québec.

JULO J. (1995), *Représentation des problèmes et réussite en mathématiques*, Presses universitaires de Rennes.

KAHN S. (2011), L'approche par compétences : comment les élèves peuvent réutiliser leurs connaissances, *Éduquer*, Numéro 81, 18-20.

- KILPATRICK W.H. (1918), The Project Method, *Teachers College Record*, Vol. XIX, Numéro 4, 319-335.
- LAGOUCHE A.S., PETIT V., PHILIPPE M.C., ROMAINVILLE M. (1996), Les compétences transversales : une incitation à faire apprendre à apprendre, *Informations Pédagogiques*, Numéro 24, 19-39.
- LETOR C. (2004), L'évaluation des compétences depuis la diversité des définitions et des procédures d'évaluation à leur standardisation : quelques pistes de réflexions sur la mise en place d'une évaluation centralisée et ses implications, *Actes du 3^e congrès des chercheurs en sciences de l'éducation*, 85-91.
- MEIRIEU P. (1990), *Apprendre... oui, mais comment ?*, cinquième édition, ESF, Paris.
- MEIRIEU P., DEVELAY M. (1992), *Emile, reviens vite... Ils sont devenus fous*, Paris, ESF.
- MENSOURRI D. (1994), *Essai de délimitation en termes de problématiques des effets de contrat et de transposition : les cas des relations entre droites et équations dans les classes de Seconde et de Première*, Thèse de Doctorat de l'Université Grenoble 1.
- MINDER M. (1999), *Didactique fonctionnelle - objectifs, stratégies, évaluation*, huitième édition, Ed. De Boeck & Larcier s.a., Paris, Bruxelles.
- MIYAKAWA T. (2005), *Une étude du rapport entre connaissance et preuve : le cas de la notion de symétrie orthogonale*, Thèse de Doctorat de l'Université Grenoble 1.
- MODESTE S. (2011), Des Situations de Recherche pour la Classe. Quels apports en terme d'« autonomie mathématique » de l'élève? Quels types de ressources pour les enseignants?, *Actes des journées mathématiques de l'Institut français de l'Éducation*, Lyon, 151-158.
- PERRENOUD P. (1997), *Construire des compétences dès l'école*, Paris : ESF.
- PERRENOUD P. (1999), L'école saisie par les compétences, Intervention au *Colloque de l'Association des cadres scolaires du Québec « Former des élèves compétents : la pédagogie à la croisée des chemins »*, décembre 1998.
- PERRENOUD P. (2000) Construire des compétences, entretien avec Philippe Perrenoud, Université de Genève, propos recueillis par Paola Gentile et Roberta Bencini, texte original d'un entretien paru en portugais dans *Nova Escola* (Brasil), Septembre 2000, 19-31.
- POLYA G. (1962), *Mathematical Discovery. On Understanding, Learning and Teaching Problem Solving*, Vol.1, Wiley and Sons, New York.
- REY B. (1996), *Les compétences transversales en question*, Paris : éditions ESF.
- REY B. (2003), La notion de compétence dans les référentiels scolaires, *Actes du congrès de l'AECSE*, Lille.
- REY B. (2004), Synthèse de l'atelier « savoirs et compétences : comment les évaluer? », *Actes du 3^e congrès des chercheurs en sciences de l'éducation*, 131-136.

- REY B. ET AL. (2005), L'articulation entre savoirs et compétences dans l'enseignement secondaire. Synthèse de la recherche en pédagogie, *Bulletin d'Informations pédagogiques*, Numéro 57, 3-14.
- REY B. ET AL. (2006a), L'articulation entre savoirs et compétences au 1er degré de l'enseignement secondaire. Synthèse de la recherche en pédagogie, *Bulletin d'Informations pédagogiques*, Numéro 59, 3-12.
- REY B. ET AL. (2006b), *Les compétences à l'école : Apprentissage et évaluation*, deuxième édition, De Boeck.
- RICHELLE M. & DROZ R. (1976), *Manuel de psychologie. Introduction à la psychologie scientifique*, Bruxelles.
- ROEGIERS X. (2000), *Une pédagogie de l'intégration : compétences et intégration des acquis dans l'enseignement*, Bruxelles, De Boeck.
- ROEGIERS X. (2001), *Une pédagogie de l'intégration, Compétences et intégration des acquis dans l'enseignement*, Bruxelles, De Boeck-Université.
- ROEGIERS X. (2003), *Des situations pour intégrer les acquis*, Bruxelles : De Boeck.
- ROEGIERS X., DE KETELE J-M. (2004), *Pédagogie de l'intégration, compétences et intégration des acquis dans l'enseignement*, deuxième édition, De Boeck, Bruxelles.
- ROMAINVILLE M. (1994), Faire apprendre des méthodes : le cas de la prise de notes, *Recherches en éducation*, deuxième trimestre, 37-55.
- ROMAINVILLE M. (2001), Les implications didactiques de l'approche par compétences, *Enjeux*, Vol. 51, 199-223.
- ROMAINVILLE M. (2006), L'approche par compétences en Belgique francophone : où en est-on ?, *Les Cahiers pédagogiques, Quel socle commun ?*, Numéro 439, 24-25.
- ROMAINVILLE M. (2008), Et si on arrêta de tirer sur les compétences ?, *inDIRECT*, Numéro 10, 31-44.
- SCALLON G. (2007), Le développement d'une compétence. À la recherche d'une méthodologie d'évaluation, *Réseau de valorisation de l'enseignement de l'Université Laval*.
- SCHNEIDER M. (2004), Trois compétences transversales contextualisées au sein de l'enseignement des mathématiques, *Repères-Irem*, Numéro 55, 51-70.
- SCHNEIDER M. (2006), Quand le courant pédagogique « des compétences » empêche une structuration des enseignements autour de l'étude et de la classification de questions parentes, *Revue française de pédagogie*, Numéro 154, 85-96.
- TARDIF J. (1992), *Pour un enseignement stratégique*, Montréal : Éd. Logiques.
- TARDIF J. (1999), *Le transfert des apprentissages*, Montréal : Éd. Logiques.

TARDIF J. (2006), L'évaluation des compétences : de la nécessité de documenter un parcours de formation, *Conférence du 27 avril 2006, à l'université de Sherbrooke.*

Documents officiels de la Communauté française

Compétences terminales et savoirs requis : http://www.agers.cfwb.be/index.php?page=25189&navi=296&rank_navi=296

Décret « Missions » : http://www.gallilex.cfwb.be/document/pdf/21557_002.pdf

Outil d'accompagnement pour le troisième degré (Segec) : <http://admin.segec.be/documents/4243.pdf>

Outils d'évaluation : <http://www.enseignement.be/index.php?page=24347&navi=1799>

Outil pédagogique « Algèbre » du Segec : <http://admin.segec.be/documents/4479.pdf>

Programmes du réseau Restode : <http://www.restode.cfwb.be/pgres/programmes/index.htm>

Programmes du réseau Segec : <http://enseignement.catholique.be/segec/index.php?id=600>

Socles de compétences : http://www.agers.cfwb.be/index.php?page=24737&navi=295&rank_navi=295

Sites internet consultés

BERTHELOT B. (2001) : <http://www.le-sages.org/documents/2003/ImpostureSDEBerthelot.pdf>

CAZZARO J-P., NOËL G., POURBAIX F., TILLEUL P. (1999), *Des compétences terminales en mathématique* : http://www.enseignement.be/download.php?do_id=1720&do_check=

CUEEP (Lille) : http://cueep.univ-lille1.fr/pedagogie/La_PP0.htm

Les approches européennes de Crozier, Friedberg et Charlot : http://www.unige.ch/fapse/life/chantiers/life_chantier_11.html

RESTODE (*Projets pédagogique et éducatif de l'Enseignement organisé par la Communauté française*) : http://www.restode.cfwb.be/pgres/projetsCF/projet_edu_pedag.pdf

TYLER R. (1913) : http://www.akadem.org/photos/contextuels/932_behaviourism.pdf

Manuels pédagogiques consultés

Astro-math 3, Ed. Plantyn, 2003.

Astro-math 4, Ed. Plantyn, 2005.

Cqfd Maths 6^e (4 périodes / semaine, Éd. De Boeck, 2011).

Cracks en maths, Guide méthodologique et corrigé, Van Lint S., 2009.

Espace math 3, Ed. de Boeck, 2002.

Espace math 4, Ed. de Boeck, 2002.

Espace math 5 (6 périodes / semaine), Ed. de Boeck, 2004.

Mathématiques, des situations pour apprendre 4, Collection Adam, Ed. de Boeck, 2004.

Maths Manuel 3, Collection Adam, Ed. de Boeck, 2009.

